HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

高等学校教材

农业科学中的模糊数学方法

NONGYE KEXUE ZHONG DE MOHU SHUXUE FANGFA

谢季坚

华中理工大学出版社

农业科学中的模糊数学方法

谢季坚

华中理工大学出版社

内 容 简 介

本书的主要特点是面向实用：一方面突出模糊数学方法的特点，另一方面则突出该方法在农业科学中的应用.作者采用了大量的实际例子来说明模糊数学方法并不抽象，而是易于操作的.

本书可作为农林院校的大学生、研究生的教材或参考书，也可作为广大农林科技工作者的自学参考书.

农业科学中的模糊数学方法

谢季坚

责任编辑 周筠 李立鹏

*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山)

*

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张:7.375 插页:3 字数:184 000

1993年7月第1版 1993年7月第1次印刷

印数:1—1 000 定价:2.10元

ISBN 7-5609-0775-X/O·105

(鄂)新登字第10号

前　　言

本书是作者在为本校研究生所编写《模糊数学讲义》的基础上，结合多年的教学与科研工作实践编写而成的.

本书的特点是实用性强.一是突出模糊数学方法，二是突出它在农业科学中的应用.基于这一特点，编写时注意简明直观，方法与过程思路清晰，步骤具体，便于操作.在讲抽象的模糊关系时，总是从实际例子出发，在有限论域上把问题转化为模糊矩阵来讨论.每一章都有一节内容专门来介绍模糊数学方法在农业科学各个领域中的应用，作者对所引用的文献进行了认真地加工、整理，目的在于让读者有具体的实例可供借鉴和参考.

本书可以作为农林院校的大学生、研究生的教材或参考书，也可作为广大农林科技工作者及农经管人员的自学参考书.

李启文副教授在查阅了百余种有关杂志后，收集整理了"模糊数学在农业科学中的应用文献目录"(1982～1992.5)，并作为本书的组成部分放在最后，它将给从事农业科技工作的读者提供信息，带来方便.

在本书出版的时候，我要特别感谢华中农业大学校长孙济中教授，我的同事王灶安教授、谢九皋教授以及其他同事所给予的关心和帮助.我还要感谢华中理工大学出版社为本书的出版所付出的辛勤劳动.

由于作者水平有限，书中一定存在不少缺点和谬误，恳请读者批评指正.

编　　者

1992年8月于武昌

目　　录

第1章　模糊集的基本概念

模糊集合是模糊数学的基础，模糊数学则是研究和处理模糊性现象的数学方法．本章从讨论模糊数学与农业科学的关系入手，着重介绍模糊集合的基本概念、运算法则、基本定理及简单的应用．

§1.1　模糊数学与农业科学

一　模糊数学概述

1965年美国加利福尼亚大学控制论专家 L. A. Zadeh 教授发表了一篇开创性的论文 Fuzzy sets，这标志着模糊数学的诞生．

与其他学科一样，模糊数学也是由实践的需要而产生的，现代的各门学科都存在着大量模糊不清的概念，因而都面临着如何处理模糊性现象的问题，在农业科学中也不例外．如高产作物、多云天气、耐荫植物、冷浸的田块等．这里提及的“高产”、“多云”、“耐荫”、“冷浸”等概念都是模糊概念．当今科学发展迅速，各学科也迫切要求将模糊性现象定量化、数学化，这就促使人们必须寻求一种研究和处理模糊性现象的数学方法．

模糊数学决不是把数学变成模模糊糊的东西，而是寻求对模糊性现象的一种数学描述．由 L. A. Zadeh 教授创立的模糊数学是继经典数学、统计数学之后数学的一个新发展．统计数学将数学应用范围从必然现象领域扩大到偶然现象领域，模糊数学则把数学的应用范围从精确现象扩大到模糊现象的领域．

人们正是用这三种数学来分别刻划客观世界中不同的量[14]：

$$\text{量}\begin{cases}\text{确定性 —— 经典数学,}\\ \text{不确定性}\begin{cases}\text{随机性 —— 统计数学,}\\ \text{模糊性 —— 模糊数学.}\end{cases}\end{cases}$$

二　农业科学

“农业”概念本身就是一个模糊概念，它的外延是不分明的，在不同的国家就有不同的含义. 比如，各国权威的大百科全书对“农业”就有不同的解释.

英国百科全书解释为：农业——耕耘土地、种植和收获庄稼、饲养牲畜的科学和技术.

美国百科全书解释为：经由人力管理，有计划的增产农作物者，统称“农业”. 广义的农业包括动物饲养，但一般人常将农业范围局限于仅指田间栽培作物的技术层面，而将园艺和树木栽培区分在农业之外.

前苏联百科词典解释为：农业——物资生产的重要部门之一，栽培农作物和饲养农畜以获取种植业和畜牧业的产品. 农业也包括种植业和畜牧业的各种初步加工产品.

中国大百科全书解释为：农业是人类社会最基本的物质生产部门. 农业生产的对象，是植物、动物和微生物. 我国早已从种植业为主的朴素的农业概念，亦即当今所称的“狭义农业”，逐步转到20 世纪 80 年代以种植业、畜牧业、林业、渔业和乡镇企业为其结构的广义农业.

农业科学则是研究农业发展的自然规律和经济规律的科学，因涉及农业环境、作物和畜牧生产、农业工程和农业经济等多种科学而具有综合性. 林业科学和水产科学有时也包括在广义的农业科学范畴之内.

本书提及的农业和农业科学都是指广义的农业和农业科学.

由于农业和农业科学都是以生物有机体为对象的，所以农业生物学应运而生. 所谓农业生物学，是研究农业生物包括农作物、园艺作物、果树、林木和畜禽、鱼类的生命物质结构和功能，它们各

自发生和发展的规律，农业生物之间以及与环境之间的相互关系.它是农业科学的理论基础，在农业基础学科中居首要地位.

三　农业科学中的模糊性现象

模糊性现象是无处不在的.这里的模糊性主要是指客观事物所处的“中介状态”.比如，农业与非农业、生物与非生物、甚至动物与植物之间都存在着“中介状态”，都具有模糊性.

在农业科学中也普遍存在着模糊性.例如，耕作土壤中的红壤与黄壤之间的边界，土壤肥力等级(高、中、低)，养殖场水源污染状况的描述(重污染、轻污染)等都是模糊的；农作物、园艺作物、林木的种植适应度，作物生产中的蔬菜与水果以及描述作物的指标(抗倒性、抗寒性、抗早衰性、耐肥性)等都是模糊概念；畜牧育种中对瘦肉型猪肉质的评价指标(系水力、pH 值、色值、嫩度)等，对农村能源状况的分类(丰富与欠缺)等都是模糊的.

所有这些充分表明，模糊性现象在农业科学的各个领域也是大量存在的.

四　模糊数学在农业科学中的作用

前面已经指出，农业科学是研究农业发展的自然规律和经济规律的科学.农业科学研究则是探索农业中的自然规律和经济规律的活动.在这种探索活动中，除了把农业生物学作为占据首位的基础学科外，还必须借助更为基础的数学、物理学、化学等，当然也包括模糊数学在内.

由于农业科学中的模糊现象无处不在，所以用来处理模糊性现象的数学方法在农业科学中也大有用武之地.比如，在生物学发展史上，由于科学技术的不断进步，人们发现在动物与植物之间也存在着“中介状态”，于是又分出一类微生物.即使分成三类后，又发现还存在有“中价状态”，于是又有人主张将生物分为五类、六类，这一现象用模糊集合就可得到合理的解释.在耕作土壤的分类中，红壤、黄壤、棕壤之间的边界是不分明的，介于二者之间的土壤归属问题，用模糊聚类分析来处理更符合实际.又如，在育种工作

中，小麦亲本的类型：早熟型、矮杆型、大粒型等是模糊的，要去识别另一亲本（清晰的或模糊的），则应用模糊模型识别来处理会更合理. 再如，对农村乡（镇）的经济发展水平的评价，往往划分为富裕型、小康型、温饱型、贫困型，这些都是模糊的，这只有通过模糊综合评判决策才会得到合乎实际的评价.

由此可见，模糊数学方法在农业科学中的作用是不可低估的，它是更符合模糊性现象实际的一种数学描述，是经典数学或统计数学不能替代的.

§1.2 模糊理论的数学基础

一 经典集合

1. 集合及其表示

集合是现代数学中的一个基础概念. 一些不同对象的全体称为集合. 常用大写英文字母 A,B,X,Y 等表示. 本书有时称集合为经典集合，这是为了区别于模糊集合. 集合内的每个对象称为集合的元素，常用小写英文字母 $a,b,c,\cdots$表示. a 属于 A，记为 $a\in A$；a 不属于 A，记为 $a\overline{\in} A$.

不含有任何元素的集合称为空集，记为$\varnothing$.

只含有限个元素的集合，称为有限集，有限集所含元素的个数称为集合的基数. 包含无限个元素的集合称为无限集. 以集合作为元素所组成的集合称为集合族. 所谓论域是指所论及对象的全体，它也是一个集合，常用 X,Y,U,V 等表示.

集合的表示法主要有两种：

(1) 枚举法. 如由 20 以内的质数组成的集合可表示为

$$A=\{2,3,5,7,11,13,17,19\};$$

自然数集 $N=\{1,2,3,\cdots\}$.

(2) 描述法. 使 $P(x)$成立的一切 x 组成的集合可表示为$\{x\mid P(x)\}$，如$\{x\mid -\infty<x<+\infty\}$是实数集，简记为 R；又如集合 $B=$

$\{x \mid x^2-1=0, x\in R\}$，实际上是由元素 -1 与 1 组成的集合.

经典集合具有两条最基本的属性：元素彼此相异及范围边界分明. 一个元素 x 与集合 A 的关系是，要么属于 A，要么不属于 A，二者必居其一.

例如，把某班男生组成的集合记为 A，即 $A=\{男生\}$. 那么，这个班的每个学生之间，彼此不相同，而且可以判明每个学生是否属于 A. 如果以某班"高个子"学生为元素，就不能组成一个经典集合，因为"高个子"无分明界限.

2. 集合的包含

集合的包含概念是集合之间的一种重要相互关系.

定义 1 设集合 A 和 B，若集合 A 的每个元素都属于集合 B，即 $x\in A \Longrightarrow x\in B$，则称 A 是 B 的子集，记为 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$. 读作"A 包含于 B 中"或"B 包含 A".

显然 $A\subseteq A$. 空集 $\varnothing$ 是任何集合 A 的子集，即 $\varnothing\subseteq A$. 又若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

定义 2 设集合 A 和 B，若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则称集合 A 与集合 B 相等，记为 $A=B$.

定义 3 设有集合 U，对于任意集合 A，总有 $A\subseteq U$，则称 U 为全集.

全集是个具有相对性的概念.

例如，实数集对于整数集、有理数集而言是全集，而整数集对于偶数集、奇数集而言是全集.

定义 4 设有集合 A，A 的所有子集所组成的集合称为 A 的幂集，记为 $\mathscr{T}(A)$，即 $\mathscr{T}(A)=\{B \mid B\subseteq A\}$.

例 1 设 $A=\{a,b\}$，则 A 的幂集为 $\mathscr{T}(A)=\{\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$.

由定义 4 知，幂集是集合族.

3. 集合的运算

定义 5 设 $A,B\in\mathscr{T}(X)$，规定

$A\cup B\triangleq\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$，称为 A 与 B 的并集；

$A\cap B\triangleq\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$，称为 A 与 B 的交集；

$A^c\triangleq\{x|x\overline{\in}A\}$，称为 A 的全集.

4. 集合运算（$\cup,\cap,^c$）的性质

定理 1 设 $A,B,C\in\mathscr{T}(V)$，V 是论域，则有

(1) 幂等律：$A\cup A=A,A\cap A=A$；

(2) 交换律：$A\cup B=B\cup A,A\cap B=B\cap A$；

(3) 结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；

(4) 吸收律：$A\cup(A\cap B)=A,A\cap(A\cup B)=A$；

(5) 分配律：$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$；

$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$；

(6) 0-1 律：$A\cup U=U,A\cap U=A,A\cup\varnothing=A,A\cap\varnothing=\varnothing$；

(7) 还原律：$(A^c)^c=A$；

(8) 对偶律：$(A\cup B)^c=A^c\cap B^c,(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$；

(9) 排中律：$A\cup A^c=U,A\cap A^c=\varnothing$.

这些性质均可由 $\cup,\cap,^c$ 的定义直接推出. 集合的并、交运算可推广到任意多个集合的并、交运算.

5. 集合的直积

在日常生活中，有许多事物是成对出现的，且具有一定的顺序. 例如，上、下；左、右；平面上点的坐标等. 任意两个元素 x 与 y 配成一个有序的对 (x,y)，称为 x 与 y 的序对. 有序是指当 $x\neq y$ 时，$(x,y)\neq(y,x)$；$(x,y)=(x',y')\Longleftrightarrow x=x',y=y'$.

定义 6 设 X,Y 是两个集合，由 X 的元素与 Y 的元素配成的全体序对组成一个集合，称为 X 与 Y 的直积（或笛卡尔积），记为 $X\times Y$. 即

$$X\times Y=\{(x,y)|x\in X,y\in Y\}.$$

例 2 设 $X=\{1,2\},Y=\{0,2\}$，则

$$X\times Y=\{(1,0),(1,2),(2,0),(2,2)\},$$

$$Y \times X = \{(0,1),(0,2),(2,1),(2,2)\}.$$

一般地,$X\times Y\neq Y\times X$.

二 映射与扩张

1. 映射

定义 7 设 X 与 Y 是两个非空集,如果存在一个对应规则 f,使得对于任一元素 $x\in X$,有唯一元素 $y\in Y$ 与之对应,则称 f 是从 X 到 Y 的映射,记为

$$f:X\longrightarrow Y,$$
$$x\longmapsto f(x)=y\in Y.$$

y 称为 x 在映射 f 下的像,x 称为原像.

集 X 称为映射 f 的定义域,记为 $D(f)$. 集

$$f(X)=\{f(x)\,|\,x\in X\}$$

称为映射 f 的值域,记为 $R(f)$. 一般地,$f(x)\subset Y$. 若 $f(X)=Y$,则称 f 是从 X 到 Y 上的映射或从 X 到 Y 的满映射.

映射概念是函数概念的推广. 微积分中定义在区间$[a,b]\subset R$ 上的一元函数 $f(x)$,就是从$[a,b]$到 R 的映射,即

$$f:[a,b]\longrightarrow R,$$
$$x\longmapsto f(x)=y.$$

定义 8 若映射 $f:X\longrightarrow Y$,对$\forall\ x_1,x_2\in X$,成立 $x_1\neq x_2\Longrightarrow f(x_1)\neq f(x_2)$,则称 f 是从 X 到 Y 的 1-1 映射. 如果 $f:X\longrightarrow Y$ 是 1-1 的满映射,则称 f 为从 X 到 Y 的 1-1 对应.

例 3 设映射 $f:R\longrightarrow R$,$f(x)=\sin x$. f 不是 R 到 R 的满映射,而是 R 到区间$[-1,1]$的满映射.

例 4 设 $C[a,b]$是定义在$[a,b]$上的实连续函数集. 定义 $C[a,b]$到 R 上的一个映射

$$f:\varphi(x)\longrightarrow\int_a^b\varphi(x)\mathrm{d}x,\varphi(x)\in C[a,b].$$

这是一个满映射,但不是 1-1 映射.

例 5 设 $X=\{a,b,c,d\}$,$Y=\{1,2,3,4\}$,f 是从 X 到 Y 的映

射，$f=\{(a,1),(b,3),(c,4),(d,2)\}$，则 f 是满映射，又是 1-1 映射，所以 f 是 1-1 对应.

2. 集合的特征函数

定义 9 设 $A\in\mathscr{T}(X)$，具有如下性质的映射 $\chi_A:X\longrightarrow\{0,1\}$ 称为集合 A 的特征函数：

$$\chi_A(x)=\begin{cases}1, & x\in A;\\ 0, & x\overline{\in} A.\end{cases}$$

由定义可知，集合 A 由特征函数 χ_A 唯一确定. 以后总是把集合 A 与特征函数 $\chi_A(x)$ 看作是同一的(图 1-1).

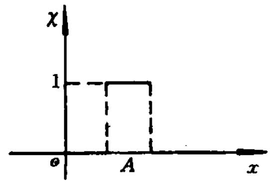

图 1-1

下面是特征函数与集合之间的几个基本关系：

(1) $A=U\Longleftrightarrow\chi_A(x)\equiv 1$，$A=\phi\Longleftrightarrow\chi_A(x)\equiv 0$；

(2) $A\subseteq B\in\mathscr{T}(U)\Longleftrightarrow\chi_A(x)\leqslant\chi_B(x)$；

(3) $A=B\in\mathscr{T}(U)\Longleftrightarrow\chi_A(x)=\chi_B(x)$. 这个性质表明 U 的任一子集 A 完全由它的特征函数确定.

特征函数还满足：

$$\chi_{A\cup B}(x)=\chi_A(x)\vee\chi_B(x);$$
$$\chi_{A\cap B}(x)=\chi_A(x)\wedge\chi_B(x);$$
$$\chi_{A^c}(x)=1-\chi_A(x).$$

此处"∨"是上确界"sup"，"∧"是下确界"inf".

3. 映射的扩张

上述映射概念实际上是把点 x 映射为点 $y=f(x)$. 但在实际中往往需要将点映射为集合(图 1-2).

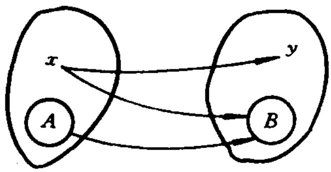

图 1-2

定义 10 设 $f:X\longrightarrow Y$，$x|$

$\longrightarrow f(x)$，则称映射

$$f: X \longrightarrow \mathscr{T}(Y)$$
$$x \longmapsto f(x) = B \in \mathscr{T}(Y),$$

为从 X 到 Y 的点-集映射.

定义 11 设 $T: X \longrightarrow Y, x \longmapsto f(x)$，则称映射

$$T: \mathscr{T}(X) \longrightarrow \mathscr{T}(Y)$$
$$A \longmapsto T(A)$$

为从 X 到 Y 的集合变换.

例 6 设 $X=\{a,b\}, Y=\{1,2,3\}$，则 $\mathscr{T}(X)=\{\varnothing, X, \{a\}, \{b\}\}$，$\mathscr{T}(Y)=\{\varnothing, Y, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}\}$，令 $f: a \longmapsto \{1\}, b \longmapsto \{2,3\}$；

令 $T: \varnothing \longmapsto \varnothing, \{a\} \longmapsto \{1,2\}, \{b\} \longmapsto \{1\}, X \longmapsto Y$，则 f 是从 X 到 Y 的点-集映射，而 T 是从 X 到 Y 的集合变换.

定义 12(经典扩张原理) 设映射 $f: X \longrightarrow Y, x \longmapsto f(x) = y$. $\forall A \in \mathscr{T}(X)$，令

$$f(A) = \{y \in Y \mid y = f(x), x \in A\},$$

则集合 $f(A) \in \mathscr{T}(Y)$ 称为集 A 在 f 下的像；$\forall B \in \mathscr{T}(Y)$，令

$$f^{-1}(B) = \{x \in X \mid f(x) \in B\},$$

则集合 $f^{-1}(B) \in \mathscr{T}(X)$ 称为集 B 在 f 下的原像.(图 1-3)

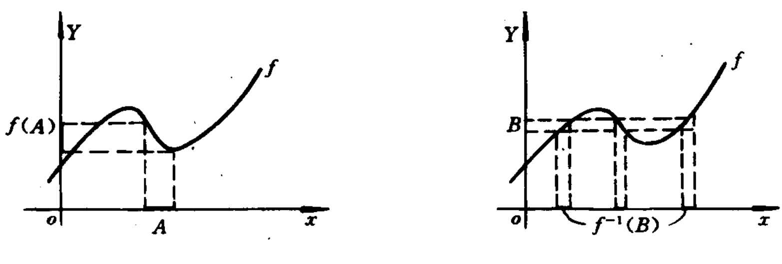

图 1-3

于是，映射 $f: X \longrightarrow Y, x \longmapsto f(x) = y$ 诱导出映射

$$f:\mathscr{T}(X)\longrightarrow\mathscr{T}(Y);\qquad f^{-1}:\mathscr{T}(Y)\longrightarrow\mathscr{T}(X)$$
$$A\longmapsto f(A)\in\mathscr{T}(Y);\qquad B\longmapsto f^{-1}(B)\in\mathscr{T}(X).$$

其特征函数分别为

$$X_{f(A)}(y)=\bigvee_{f(x)=y}X_A(x),\quad X_{f^{-1}(B)}(x)=X_B(f(x)),$$

这就是扩张原理,它实际上是一个定义.

例7 设$X=\{1,2\}$,$Y=\{1,3,4\}$,映射$f:X\longrightarrow Y$定义为$f(x)=x^2$,则

$\mathscr{T}(X)=\{\varnothing,\{1\},\{2\},X\}$,

$\mathscr{T}(Y)=\{\varnothing,\{1\},\{3\},\{4\},\{1,3\},\{1,4\},\{3,4\},Y\}$.

$f(\phi)=\varnothing$,$f(\{1\})=\{f(1)\}=\{1\}$,$f(\{2\})=\{f(2)\}=4$,$f(X)=\{f(1),f(2)\}=\{1,4\}\in\mathscr{T}(Y)$;

$f^{-1}(\phi)=f^{-1}(\{3\})=\varnothing$,$f^{-1}(\{1\})=f^{-1}(\{1,3\})=\{1\}$,$f^{-1}(\{4\})=f^{-1}(\{3,4\})=\{2\}$,$f^{-1}(\{1,4\})=f^{-1}(Y)=X\in\mathscr{T}(X)$.

其中当$B=\{3\},\{1,3\},\{3,4\},Y$时,$f^{-1}$均不是$B$到$f^{-1}(B)$的映射.

三 二元关系

1. 二元关系

关系是一个基本概念.在日常生活中有“朋友关系”、“师生关系”等,在数学上有“大于关系”、“等于关系”等.而序对又可以表达两个对象之间的关系.于是,引进下面的定义.

定义13 设$X,Y\in\mathscr{T}(U)$,$X\times Y$的子集,R称为从X到Y的二元关系,特别地,当$X=Y$时,称之为X上的二元关系.以后把二元关系简称为关系.

若$(x,y)\in R$,则称x与y有关系,记为xRy;若$(x,y)\notin R$,则称x与y没有关系,记为$x\overline{R}y$. R的特征函数

$$X_R(x,y)=\begin{cases}1, & \text{当 } xRy \text{ 时},\\ 0, & \text{当 } x\overline{R}y \text{ 时}.\end{cases}$$

例8 设$X=\{1,4,7,8\}$,$Y=\{2,3,6\}$,定义关系$R\Longleftrightarrow x<y$,