

汉译世界学术名著丛书

逻辑与 演绎科学方法论 导论

〔波兰〕塔尔斯基 著



汉译世界学术名著丛书

逻辑与
演绎科学方法论
导论

〔波兰〕塔尔斯基 著

周礼全 吴允曾 晏成书 译



商务印书馆

1989年·北京

汉译世界学术名著丛书

逻辑与演绎科学方法论导论

〔波兰〕塔尔斯基 著

周礼全 吴允曾 晏成书 译

商 务 印 书 馆 出 版

(北京王府井大街 36 号)

新华书店总店北京发行所发行

北京第二新华印刷厂印刷

ISBN 7-100-00520-5/B·63

1963年3月第1版

开本 850×1168 1/32

1989年7月北京第3次印刷

字数 213 千

印数 3,600 册

印张 7³/₄ 插页 4

定价: 3.85 元

汉译世界学术名著丛书

出版说明

我馆历来重视移译世界各国学术名著。从五十年代起，更致力于翻译出版马克思主义诞生以前的古典学术著作，同时适当介绍当代具有定评的各派代表作品。幸赖著译界鼎力襄助，三十年来印行不下三百余种。我们确信只有用人类创造的全部知识财富来丰富自己的头脑，才能够建成现代化的社会主义社会。这些书籍所蕴藏的思想财富和学术价值，为学人所熟知，毋需赘述。这些译本过去以单行本印行，难见系统，汇编为丛书，才能相得益彰，蔚为大观，既便于研读查考，又利于文化积累。为此，我们从1981年至1986年先后分四辑印行了名著二百种。今后在积累单本著作的基础上将陆续以名著版印行。由于采用原纸型，译文未能重新校订，体例也不完全统一，凡是原来译本可用的序跋，都一仍其旧，个别序跋予以订正或删除。读书界完全懂得要用正确的分析态度去研读这些著作，汲取其对我有用的精华，剔除其不合时宜的糟粕，这一点也无需我们多说。希望海内外读书界、著译界给我们批评、建议，帮助我们在这套丛书出好。

商务印书馆编辑部

1987年2月

初 版 序 言

根据許多門外汉的意見，数学今天已經成为一門死科学；在达到不寻常的高度发展水平以后，它已經在一种严格的完全性中僵化了。这是对情况的一种完全錯誤的看法。在科学研究领域中現在很少有象数学那样經歷着如此剧烈的发展阶段。而且，这种发展是极其多样化的：数学領域正在向一切可能的方向伸展，它在高、寬和深三方面都在成长着。它的高度在成长着，因为在数百年来（如果不是数千年以来的話）发展的旧的理論的土壤之上，新的問題不断地发生，而其所达到的結果越来越完全。它的寬度在成长着，因为它的方法渗透到其他各种科学部門中，而其研究的范围日益囊括着越来越广泛的現象界，并且越来越多的新的理論被包括在数学学科的龐大的范域之中。最后，它的深度在成长着，因为它的基础日益坚定地建立起来了，它的方法日益完备，它的原則日益巩固。

本书的目的就是要向那些对于現代数学有兴趣、而不曾实际参与它的工作的讀者們，至少在数学发展的第三个方面、即其在深度方面的成长提供一个最一般的观念。我的目的是要使讀者熟悉一种名为数理邏輯学科的最重要的概念，这門学科是为了把数学建立在更坚固、更深刻的基础上創造出来的；这一个学科，虽然它的存在只有短短的一个世紀，却已經达到了高度的完全性的水平，而且在我們的知識的总和中它今天所起的作用远远超越于其原定的范围。我的目的是要表明，邏輯的一些概念渗透到数学的整体中，它把所有的專門的数学概念了解为特殊情况，并把邏輯規律恒

应用于——自觉的或不自觉的——数学推理之中。最后，我试图提出构造数学理论的一些最重要的原则——这些原则也构成另外一种学科、数学方法论的主题——并指明怎样在实际上着手应用这些原则。

在这一本相当小的书的范围内，不假定读者有任何专门的数学知识或抽象的推理的任何专门的训练，要彻底地实现这全部计划是不容易的。在这一本书中，必须从头到尾力图把最大的可理解性和必要的简明性以及经常注意避免错误或从科学观点看来的粗糙的不精确性结合起来。其所用的语言必须是尽可能少地脱离日常生活的语言。必须放弃使用专门的逻辑符号，虽然这种符号是使我们把简明性和精确性结合起来，并使我們尽可能地排除含混和误解的可能性、从而在一切精细的思考中具有很大用处的极其宝贵的工具。必须把系统地处理的观念从一开始就放弃掉。在出现的很多问题之中只有少数能够详细地讨论，其他一些问题仅仅肤浅地接触到，还有一些问题则完全忽略过去了，并且我意识到，所讨论的题目的选择不可避免地表现了或多或少的任意性。对于现代科学还没有采取任何确定的态度，而是提出了许多可能的、同样正确的解答的那些事例，不可能客观地把所有已知的见解都提出来。不得不作出支持某一确定见解的决定来。当作出这种决定的时候，我是十分小心的，不是首先使之符合于个人的兴趣，而是宁取一种尽可能简单的并且适合于普通表达方式的解法。

我并不幻想我已经成功地克服了这些以及其他一些困难。

序 言

本书是我的《論数理邏輯和演繹方法》(該书 1936 年最初用波兰文出版, 又于 1937 年出版了确切的德文譯本——书名是:《数理邏輯和数学方法論导論》)一书部分修正了的和扩充了的版本。最初写这本书, 是企图把它当作一本通俗的科学著作; 其目的是向受过相当教育的普通讀者提供——用把科学的严格性和最大的可理解性結合起来的方式——集中于現代邏輯的强大的現代思潮的一个清楚的概念。这个思潮最初是从多少受到局限的巩固数学基础的任务发生的。可是, 在現阶段它却具有远为广泛的目的。因为它試图創造出可为人类知識的整体提供一种共同基础的統一的概念工具。此外, 它有助于使演繹方法完全化和敏銳化, 这种演繹方法在某些科学中被当作确立真理的唯一的允許的方法, 而且, 的确, 它至少在一切智力活动的領域內, 是从被公认的假設中推导出結論来的必不可少的補助的工具。

根据对波兰文版和德文版的反应, 特别是某些評論者的建議, 产生了一个想法, 要使这个新的版本不仅仅是一本通俗的科学著作, 而且也是大学里的邏輯和演繹科学方法論的初級課程可以作为藍本的教科书。由于在这个範圍內合适的初級教科书相当缺乏, 这一嘗試就显得更为合适。

为了要进行这种嘗試, 必須在书中作某些改变。

在前几版中, 把某些最基本的問題和概念完全忽略过去或仅仅略微触及, 这或是由于它們比較地具有專門性, 或是为了避免一些具有爭論性的論点。像这样一些題目, 例如: 在邏輯的有系統的

发展中和在日常生活的語言中某些邏輯观念的用法之間的區別，证明語句演算的規律的一般方法，語詞与其名字之間的明确区別的必要性，全类和空类的概念，关系运算的基本观念，以及最后，作为各科学的一般科学的方法論概念。在这一版中，所有这些題目都討論到了（虽然所有这些題目并非同等詳尽地討論了的），因为我似乎觉得在現代邏輯的任何一本教科书中，不談这些題目就会造成一种根本的缺陷。因此，本书前面的几章，即概論部分或多或少地扩展了；特别是第II章，即專門討論語句演算的一章包含着很多新材料。对于这几章我又补充了許多新的练习，并且增加了历史的綫索的資料。

在前几版中，專門符号的应用是縮減到最低限度，而在这一版中我以为有必要使讀者熟悉邏輯符号的基本知識。但是，实际上这种符号的应用仍然受到很大限制，并且大部分限定在练习中。

在前几版中，为了說明一般的和抽象的思考而引出例子的主要領域是中学数学；因为我过去和現在都认为，基本数学、特别是代数，由于它的概念的簡單性及其推論方法的一致性，特別适合于例证邏輯的和方法論性质的各种基本現象。但是，在这一版，特别是在新补充的篇幅中，我經常从其他領域、特别是从日常生活中举出了一些例子。

除了这些增补以外，凡是学习者們較难以掌握的某些部分我也都重新写过了。

本书的基本面貌仍然沒有改变。初版的序言（其主要部分重新发表在前面）将会为讀者提供一个本书的一般性的观念。然而，也許有必要在这里很清楚地指出来讀者在这本书中所找不到的是一些什么东西。

第一，本书不包括对逻辑的系統的和严格的演繹的陈述；这样

一种陈述显然不在一本基本的教科书的范围之内。我原来企图在这一版中增加一章，名为作为演繹科学的邏輯，这一章——作为包含于第 VI 章中的一般方法論意見的一个說明——会为邏輯的某些基本部分的有系統的发展提供一个綱要。由于种种原因，这个企图未能实现；但是我希望包括在第 VI 章中的关于这个题目的几个新的练习在某种程度内将会补偿这个省略。

第二，除了两处很少的篇幅以外，这一本书沒有提供关于傳統的亚里士多德的邏輯的知識，并且不包含从之引伸出来的材料。但是，我相信这里給予傳統邏輯的篇幅是充分符合于它在現代科学中已經減低了的微小的作用的；而且我还相信我这个意見将会得到大多数現代邏輯学家的贊同。

最后，这一本书不涉及屬於所謂經驗科学的邏輯和方法論的任何問題。我必需說，我傾向于怀疑，作为与一般邏輯或“演繹科学的邏輯”相对立的任何特殊的“經驗科学的邏輯”究竟是否存在（至少，按照“邏輯”一詞在本书的用法——这就是說，它是一种学科的名称，这种学科分析一切科学所共有的一些概念的意义，并建立支配这些概念的一般規律）。但是这与其說是一个实际的問題，还不如說是一个術語的問題。总之，經驗科学的方法論构成科学研究的一个重要領域。当然，邏輯的知識在这种方法論的研究中，正如在任何其他学科中的情况一样，是宝贵的。可是，必須承认直到今天邏輯概念和方法在这个領域内并未得到任何特殊的或有成效的应用。并且至少这个情况可能不仅仅是現阶段方法論研究的一个后果。可能，这是由于下述情况所引起：为了对方法論作适当的处理，必須把經驗科学作为不仅仅是一种科学理論——就是說，作为按照某种規則所排列起来的确定的命題体系——而且是部分的由这样的命題和部分的由人类的活動所构成的复合物。

还必需补充說，与这些經驗科学本身的高度发展显著地相反，这些科学的方法論很难夸耀有相应的确定的成就——尽管已經作了很大的努力。甚至这个領域所涉及的初步概念澄清工作也还不曾进行得令人滿意。因此，經驗科学的方法論課程必定具有一种有別于邏輯課程的完全不同的性质，而且它必定是大部分限于对試驗性的探索和失败的努力的估价和批评。由于这些和其他一些理由，对于把邏輯和經驗科学方法論的討論結合于同一个大学課程之中，我认为很少合理的根据。

关于本书及其用作大学教科书的安排方面有几点說明。

本书区分为两部分。第一部分是邏輯和演繹科学方法論一般的导論；第二部分，借助于一个具体的例子，表明邏輯和方法論在数学理論的构造中的一种应用方式，并因而为消化和深化在第一部分中所获得的知識提供一个机会。每一章的后面都附有相当的练习。簡明的历史的綫索写在脚注中。

記有星标“*”的部分、甚至于整节，不論記在开始或末尾，都包含着較难的材料；或者假定讀者已熟悉包含着这样的材料的其他篇章；省略掉这些部分对于本书以下一些部分的理解不会有什么妨碍。这也适用于凡在号碼前記上一个星标的各个练习。

本书包含着足够全年課程用的材料。不过，它的編排也使它同样适用于半年的課程。如果把它用为哲学系的半年邏輯課的課本，我建议学习整个第一部分、包括較难的部分在內，而完全略去第二部分。如果把本书用为数学系的半年課程——例如，数学基础課——的課本，我建议学习本书的两个部分，而略去較难的部分。

無論如何，我愿意強調小心地和詳盡地作好练习的重要性；因为它們不仅有助于对所討論的概念和原則的消化，并且也还触及

正文中沒有机会討論的許多問題。

如果本书对于邏輯知識的更广泛的傳播有所貢獻的話，我将感到很快乐。历史事件的进程已經使現代邏輯的一些最杰出的代表集中在这个国家（指美国——譯者），并因而为邏輯思想的发展在这儿創造了特別有利的条件。自然，这些有利的条件可能很易于为其他更强有力的因素所抵消。显然，未来的邏輯学，象所有理論科学一样，本质上依赖于人类政治的和社会的相互关系納入规范，因而依赖于一种超越于职业学者的控制的因素。我并不幻想邏輯思想的发展会对于人类关系的正常化过程特別起很重要的作用；但我相信，邏輯知識的广泛傳播可以积极地加速这个过程。因为，一方面，由于使概念的意义在其自身范圍內精确并一致起来，以及由于強調这样的精确性和一致性在任何其他領域中的必要性，邏輯就使凡是願意很好地了解的人們都可能彼此很好地了解。并且，另一方面，由于思想工具的完全化与敏銳化，它使人們更有批判性——因而他們就不大容易为所有伪推論引入歧途，現在在世界各处他們不断有被这种伪推論引入歧途的危險。

我衷心感謝海尔麦(O. Helmer)博士的帮助，他把德文版譯成了英文。我願意对于霍夫斯塔德泰尔(A. Hofstadter)博士、克拉德尔(L. K. Krader)先生、納盖(E. Nagel)教授、蒯恩(W. V. Quine)教授、怀特(M. G. White)先生、特別是麦克鏗賽(J. C. C. McKinsey)博士和溫納(P. P. Wiener)博士表示最熱誠的感謝，当我准备英文版时，他們慷慨地提出了意見并給予帮助。我也感激阿罗(K. J. Arrow)先生，他帮助閱讀了校样。

塔尔斯基

1940年9月于哈佛大学

本书是英文第一版的影印本，不可能在其中作很大的改动。

不过,印錯的地方已經改正了,并在細节方面作了一些改进。对于讀者和評論者的有益的建議,我表示感謝,我特別感激秦 (Louise H. Chin)女士,因为她帮助准备了这一版的出版。

塔尔斯基

1945年8月于加利福尼亚大学,

貝克萊

目 录

初版序言	v
序言	vii

第一部分 邏輯的元素, 演繹方法

(I) 論變項的用法	1
§ 1. 常項與變項	1
§ 2. 包含變項的表达式——語句函項與指示函項	2
§ 3. 應用變項形成語句——全称語句與存在語句	5
§ 4. 全称量詞與存在量詞; 自由變項與約束變項	7
§ 5. 變項在數學中的重要性	11
練習	12
(I) 論語句演算	15
§ 6. 邏輯常項; 旧邏輯與新邏輯	15
§ 7. 語句演算; 語句的否定, 合取式與析取式	16
§ 8. 蘊函式或條件語句; 實質蘊函	20
§ 9. 蘊函式在數學中的應用	26
§ 10. 語句的等值式	29
§ 11. 定義的表述方式與定義的規則	30
§ 12. 語句演算的定律	33
§ 13. 語句演算的符號; 眞值函項與眞值表	35
§ 14. 語句演算定律在推理中的應用	42
§ 15. 推論的規則, 完全的證明	44
練習	47

(III) 同一理論	51
§ 16. 不屬於語句演算的邏輯概念; 同一概念	51
§ 17. 同一理論的基本定律	52
§ 18. 事物之間的同一与指示詞之間的同一; 引号的用法	55
§ 19. 算术与几何中的相等, 和它与邏輯同一的关系	58
§ 20. 数的量詞	61
练习	62
(IV) 类的理論	65
§ 21. 类与它的元素	65
§ 22. 类和包含一个自由变項的語句函項	66
§ 23. 全类与空类	70
§ 24. 类与类間的基本关系	71
§ 25. 类的运算	74
§ 26. 等数类, 一个类的基数, 有穷类与无穷类; 算术作为邏輯的 一个部分	76
练习	79
(V) 关系的理論	84
§ 27. 关系, 关系的前域与关系的后域; 关系与有两个自由变項 的語句函項	84
§ 28. 关系的运算	87
§ 29. 关系的一些性质	90
§ 30. 自反的, 对称的与傳遞的关系	92
§ 31. 序列关系; 其他关系的例子	94
§ 32. 一多关系或函項	96
§ 33. 一一关系或一一函項与一一对应	100
§ 34. 多項关系; 包含几个变項的函項与运算	103
§ 35. 邏輯对其他科学的重要性	105
练习	106

(VI) 論演繹方法	113
§ 36. 一个演繹的理論的基本組成部分——基本詞項与被定义 的詞項, 公理及定理	113
§ 37. 一种演繹的理論的模型和解釋	116
§ 38. 演繹法定律, 演繹科学的形式的特性	121
§ 39. 公理与基本詞項的选择; 它們的独立性	125
§ 40. 定义与证明的形式化, 形式化的演繹理論	127
§ 41. 一个演繹理論的无矛盾性与完全性; 判定問題	129
§ 42. 演繹科学方法論的扩大的概念	133
练习	135
第二部分 邏輯和方法論在构造数学理論中的应用	
(VII) 一个数学理論的构造: 数的次序的定律	147
§ 43. 构造中的理論的基本詞項; 关于数与数之間基本关系的 公理	147
§ 44. 基本关系的不自反律; 間接证明	149
§ 45. 基本关系的其它定理	151
§ 46. 数之間的其它关系	153
练习	157
(VIII) 一个数学理論的构造: 加法和减法的定律	159
§ 47. 关于加法的公理; 运算的一般性质, 群和交換群的概念	159
§ 48. 对于較多的被加数的交換律和結合律	161
§ 49. 加法的单調定律以及它們的逆定律	162
§ 50. 閉語句系統	166
§ 51. 单調定律的推論	168
§ 52. 减法的定义; 反运算	170
§ 53. 被定义者包含等号的定义	171
§ 54. 关于减法的定理	174

练习	175
(IX) 关于所构造的理论的方法论的讨论	180
§ 55. 在原来的公理系统中消去多余的公理	180
§ 56. 化简了的系统的公理的独立性	183
§ 57. 多余的基本词项的消去和公理系统的继续化简; 一个有序 交换群的概念	185
§ 58. 公理系统的进一步化简; 基本词项系统的可能变换	187
§ 59. 所构造理论的无矛盾性问题	192
§ 60. 所构造理论的完全性证明	193
练习	195
(X) 所构造的理论的扩充. 实数算术的基础	200
§ 61. 实数算术的第一个公理系统	200
§ 62. 第一个公理系统的进一步描述, 它的方法论上的优点和教 学上的缺点	201
§ 63. 实数算术的第二个公理系统	203
§ 64. 第二个公理系统的进一步描述; 域的概念和有序域的 概念	205
§ 65. 两个公理系统的等价; 第二个系统的方法论上的缺点和教 学上的优点	207
练习	208
推荐的读物	212
索引	217
译者后记	234

第一部分 邏輯的元素, 演繹方法

(I) 論變項的用法

§1. 常項與變項

每一種科學理論都是許多語句組成的系統。這些語句都是被斷定為真的，可以叫做定律或斷定了的命題，或者，就簡單地叫做命題。在數學中，這些語句都按照一些原則（在第 VI 章中將詳細討論這些原則）一個接一個地排成確定的序列。在數學中，這些語句的正確性都要建立起來。建立語句的正確性，就叫做證明。被證明過的語句，就是我們所謂定理。

在數學的定理與證明中出現的語詞和符號，可以分為常項與變項。

例如在算術中，我們常碰到這樣的語詞，如“數”，“零”（“0”），“一”（“1”），“加”（“+”），…。^① 這些語詞都是常項。它們都有確定的意義，而且在運用它們的過程中，它們的意義一直不變。

在算術中，我們習慣於將單個的英文的小寫字母“*a*”，“*b*”，“*c*”，…，“*x*”，“*y*”，“*z*”用作變項。同常項相反，變項本身都是沒有

① “算術”這個詞，我們是用來表示數學中研究數的一般性質、數與數間的關係與數的運算的那個部分。特別是中學所講的數學中，“算術”也常常叫做“代數”。我們在這裡所以要用“算術”這個語詞，是因為在高等數學中，“代數”是用來表示關於代數方程式的理論的。（在這些年來“代數”這語詞又用成一個更寬的意義。它仍然是與“算術”的意義不同。）“數”這一語詞在這裡總是用來表示數學中的實數，這就是說，數是包括正整數、分數、有理數、無理數、正數與負數，但卻不包括虛數或復數。