江苏省首届青年学术年会

论文集

（理科分册）

JIANGSU

1992

江苏省首届青年学术年会执行委员会编

中国科学技术出版社

江苏省首届青年学术年会

论 文 集

（理科分册）

江苏省首届青年学术年会

执 行 委 员 会 编

JIANGSU

1992

中国科学技术出版社

内 容 提 要

本书为江苏省首届青年学术年会论文集的理科分册，内容涉及数学、天文、物理、化学、生物、生化、地质、地理、气象等学科领域。论文反映了江苏省青年科技工作者在理科领域取得的研究成果，具有较高的学术水平，对大专院校、科研、工程技术、管理等部门科技人员有重要参考价值。

(京)新登字 175 号

江苏省首届青年学术年会论文集
(理 科 分 册)
江苏省首届青年学术年会
执行委员会 编

中国科学技术出版社出版发行(北京海淀区白石桥路 32 号)
江苏省新华印刷厂印刷
*
开本:787×1092 毫米 1/16 印张:119 字数:2800 千字
1992 年 12 月第一版 1992 年 12 月第一次印刷
印数:1—1000 册 全套定价:134.00 元
ISBN 7—5046—0932—3/Z·88

江苏省首届青年学术年会
指导委员会名单

主　　席：吴锡军
副 主 席：孙钟秀　潘　恕
秘 书 长：王世璜
副秘书长：李茂典
委　　员：李庆逵　严　恺　钱钟韩　冯　端　窦国仁
童　傅　韦　钰　高亮之　佘之祥　陈家伟
郭克礼　葛锁网　王永顺　潘宗白　陈　懿
何立权　王臻中　叶钟音　陈荣华

江苏省首届青年学术年会
执行委员会名单

主　　席：尤肖虎
副 主 席：张　荣
秘 书 长：张铁恒
副秘书长：王安宁
委　　员：王兆球　王建国　沈其荣　王心如　李剑波
梁德旺　毛罕平　姚　远　刘　平　钱海鑫
顾晓松　郭　荣　葛世荣　裘　伟　王明秋
杨善德　朱永官

前　言

当今时代，科学技术已成为决定生产力的首要因素，社会经济的发展更多地依赖于科学技术的进步，依赖于掌握先进科学技术的人。青年科技工作者作为跨世纪的科技生力军，必将并且正在成为我国科技队伍的骨干力量。有计划地培养和造就一支强大的、高水平的青年科技中坚力量，是一项重要的战略任务。江苏省科学技术协会主办的江苏省首届青年学术年会，旨在检阅江苏省青年科技工作者的科技成果，发现和培养优秀青年科技人才，推动全社会进一步形成关心、重视青年科技人才成长的良好环境，激励广大青年科技工作者奋发图强、建功立业。

本届年会的征文工作得到全省青年科技工作者以及海外留学生的大力支持，共收到应征论文2000余篇，其中来自美国、日本、英国、法国、加拿大、德国、菲律宾等国家的论文20余篇，内容涉及了理、工、农、医、交叉等学科领域，作者大部分为具有高、中级职称或博士、硕士学位的青年科技工作者，反映了江苏省乃至全国青年科技工作者的科技水平。应征论文经年会所聘请的专家委员会反复筛选，从中精选出320余篇，分理、工、农、医、交叉学科五部分汇编成论文集出版发行。由于论文集篇幅所限，许多优秀论文只好割爱。

本届年会得到了中共江苏省委、江苏省人民政府及有关部门的高度重视，得到了江苏省省级学会、各市人民政府、各市科学技术协会及所属学会、各高等院校、研究院所及有关单位的大力支持，特别是得益于南京大学、东南大学、南京农业大学、南京医学院、南京师范大学的积极协助和具体承办。论文集出版过程中承蒙中国科学技术出版社、江苏省新华印刷厂全力支持，并且有一大批热心的同志付出了辛勤劳动，籍此机会一并表示诚挚的谢意。

本书为江苏省首届青年学术年会论文集的理科分册，内容涉及数学、天文、物理、化学、生物、生化、地质、地理、气象等学科领域。年会执行委员会理科分部组织有关专家从各省级学会，各市科学技术协会，各高等院校、研究院所推荐的150余篇论文中，评审筛选出68篇论文汇

编成册。论文作者近半数具有博士学历或高级职称，具有硕士 学历或中级以上职称的比例达95%。论文有较高的学术水平，不少达到了国内或国际先进水平，从一个侧面反映了江苏省青年科技工作者的科研实力。参加理科专家评审委员会的成员有吴文虬、梁昆淼、刘志国、须沁华、陈洪渊、任启江、俞剑华、刘林、王苏民、吴瑞金、范克新、宋国柱、徐龙道、佟文庭、潘雪海、苏炳凯、王富葆、叶尚夫、武耀成等先生，我们在此表示衷心感谢。

本分册的编辑工作由年会执行委员会理科分部的王兆球、胡志宏、朱建华、沈吉、邹建平、邹亚军、徐秋香等同志集体完成。出版印刷工作得到胡晓河、刘福在、禹正瑜等同志协助。由于时间仓促及编辑水平有限，难免出现错误，希望读者予以谅解。

江苏省首届青年学术年会执行委员会理科分部

1992年10月20日

目　录

摘 要 部 分

C／k／r／n: F系统的可靠性分析①

蔡　军

(扬州师范学院数学系)

摘要　本文研究了C／k／r／n: F系统的可靠度，首次给出了该系统可靠度非平凡的上界和下界，由此导出了该系统的可靠度的极限表达式，推出了由寿命服从Weibull分布的元件组成的C／k／r／n: F系统寿命的极限分布。这些结果为工程实际应用提供了具体的设计高可靠度C／k／r／n: F系统的方法以及估计系统可靠度的公式。另外，作为本文结果的直接推论，我们得到了C／k／n: F系统的相应结果。最后给出一个应用的实例。

1　引言和假设

C／k／r／n: F系统由几个线性排列的有序元件组成，该系统失效当且仅当此序列中存在r个连续的元件，使得其中至少有k个元件失效。C／k／r／n: F系统是一种广泛应用于工程实际的关联系统，如应用于质量控制、检验流程、雷达探测、通讯和管道运输系统、大规模集成电路等问题中（例子可见[6]、[9]、[10]等），并且数学上，它是常用的C／k／n: F系统（r＝k）和k／n: F系统（r＝n）的一般化。但是，由于C／k／r／n: F系统的复杂性以及其可靠度计算是一个N−P问题，因此众多的文献仅讨论C／k／n: F系统（如[2]～[5]、[8]～[10]等），而且这些方法均不能用来解决C／k／r／n: F系统的可靠性设计和可靠度估计这些重要的可靠性理论和应用问题。

本文利用相协随机变量的性质，首次给出了由相互独立的不同元件组成的C／k／r／n: F系统可靠度非平凡的上界和下界，由此导出了该系统可靠度的极限表达式，推出了由寿命服从Weibull分布的元件组成的C／k／r／n: F系统寿命的极限分布。这些结果为工程实际应用提供了具体的设计高可靠度C／k／r／n: F系统的方法以及估计系统可靠度的公式。另外，作为本文结果的推论，我们得到了C／k／n: F系统的相应结果，这些推论包含且改进了文献[2]、[3]、[4]和[8]中的所有主要结果。最后通过例子说明了应用的方法。

在本文中我们假定每个元件、子系统及系统均只有工作或者失效两种状态且所有n个元件相互独立。设C／k／r／n: F系统中的n个有序元件依次为元件1，元件2，…，元件n。元件i的可靠度为P_{in}，失效概率$q_{in}=1-P_{in}$，令F_i，$\overline{F}_i$分别表示元件i失效和工作二个事件，$i=1$，…，n。A_i，$\overline{A}_i$分别表示由元件1，2，…，i组成的C／k／n: F子系统工作和失效二个事件，$i=r$，…，n。$B_l(\mathrm{i},\ \mathrm{j})$，$B_l^*(\mathrm{i},\ \mathrm{j})$分别表示元件$i$，$i+1$，…，$j$中恰有和至少有$l$个失效二个事件，记$h_l(\mathrm{i},\ \mathrm{j})=P(\mathrm{B}_1^*(\mathrm{i},\ \mathrm{j}))$，$H_l(\mathrm{i},\ \mathrm{j})=P(\mathrm{B}_1^*(\mathrm{i},\ \mathrm{j}))$。

①江苏省教委自然科学资金资助课题

$R(n;\ r,\ k)$，$R_k(n)$分别表示 C／k／r／n：F 系统和 C／k／n：F 系统的可靠度，即 $R(n;\ r,\ k)=P(A_n)$，$R_k(n)=R(n;\ k,\ k)$。

为了结果表达的方便，我们令 $a_m=b_m=H_k(1,\ r)$；FK$a_{in}=H_{k-1}(i-r+1,\ i-1)q_{in}$，$b_{in}=h_{k-1}(i-r+1,\ i-1)q_{in}$，$i=r+1,\ \cdots,\ n$。若 $i<0$，令 $p_{in}=1$。记 $\exp\{-\infty\}=0$。

2 结果及其证明

引理 1 设对所有的 n 及 $1<i<n$，$0<\mu_{in}<1$，$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\mu_{in}=\mu\ (0\leqslant\mu\leqslant\infty)$，若存在一序列 $\{\mu_n\}$，使得对任何 $i=1,\ \cdots,\ n$，$\mu_{in}\leqslant\mu_n$ 且 $\lim_{n\to\infty}\mu_n=0$，那么，

$$\lim_{n\to\infty}\prod_{i=1}^{n}(1-\mu_{in})=e^{-\mu} \tag{2.1}$$

证明：由 $\prod_{i=1}^{n}(1-\mu_{in})=\exp\{\sum_{i=1}^{n}\log(1-\mu_i)\}$ 以及 $\lim_{x\to 0}\frac{-\log(1-x)}{x}=1$，利用证明级数收敛的方法不难证得（2.1）式。

定理 1 设 $1<k<r<n$，那么

$$\prod_{i=r}^{n}(1-a_{in})\leqslant R(n;\ r,\ k)\leqslant\prod_{i=r}^{n}(1-b_{in}\prod_{j=i-2r+k}^{i-r}p_{jn}) \tag{2.2}$$

证明：由§1 中的假设和记号知，$P(\overline{A}_r)=H_k(1,\ r)$；对 $i=1,\ \cdots,\ r-1$，$P(\overline{A}_i)=0$，即 $P(A_i)=1$；若 $i\leqslant 0$，$P(A_i)=1$。并且有下述包含关系：

$$A_r\supset A_{r+1}\cdots\supset A_n \tag{2.3}$$

由（2.3）可知

$$R(n;\ r,\ k)=P(A_n)=P(A_r)\prod_{i=r+1}^{n}P(A_i|A_{i-1})$$

$$=P(A_r)\prod_{i=r+1}^{n}\{1-P(A_{i-1}\overline{A}_i)/P(A_{i-1})\} \tag{2.4}$$

由§1 的假设和有关定义知，对 $i=r+1,\ \cdots,\ n$

$$\begin{aligned}P(A_{i-1}\overline{A}_i)&=P\{A_{i-1}B_{k-1}(i-r+1,\ i-1)F_i\}\\&\leqslant P\{A_{i-1}B^*_{k-1}(i-r+1,\ i-1)\}q_{in}\\&\leqslant P\{A_{i-1}\}P\{B^*_{k-1}(i-r+1,\ i-1)\}q_{in}\\&=P(A_{i-1})H_{k-1}(i-r+1,\ i-1)q_{in}\end{aligned} \tag{2.5}$$

其中第一个不等式成立是因为 $B_{k-1}(i-r+1,\ i-1)\subset B^*_{k-1}(i-r+1,\ i-1)$ 以及元件的独立性，第二个不等式成立由[1]中 P30 页中的性质即可得到。由（2.4）和（2.5）两式以及 a_{in} 的定义我们得到

$$R(n;\ r,\ k)\geqslant\prod_{i=r}^{n}(1-a_{in})$$

另一方面，对 $i=r, r+1, \cdots, 2r-k$，显然有

$$\frac{P(A_{i-1}\bar{A}_i)}{P(A_{i-1})} \geqslant \frac{P\{\bar{F}_1\cdots\bar{F}_{i-r}B_{k-1}(i-r+1, i-1)F_i\}}{P(A_{i-1})}$$

$$\geqslant \prod_{j=1}^{i-r} p_{jn} P\{B_{k-1}(i-r+1, i-1)\}q_{in}$$

$$= \prod_{j=1}^{i-r} p_{jn} h_{k-1}(i-r+1, i-1)\, q_{in} \tag{2.6}$$

对于 $i=2r-k+1, \cdots, n$，由有关的定义和 $P(A_i) > P(A_j)$ $(i<j)$（此不等式由（2.3）推出）知

$$\frac{P(A_{i-1}\bar{A}_i)}{P(A_{i-1})} \geqslant P\{A_{i-2r+k-1}\bar{F}_{i-2r+k}\cdots\bar{F}_{i-r}B_{k-1}(i-r+1,i-1)F_i\}/P(A_{i-1})$$

$$= \frac{P(A_{i-2r+k-1})}{P(A_{i-1})} \prod_{j=i-2r+k}^{i-r} p_{jn} h_{k-1}(i-r+1, i-1)\, q_{in}$$

$$\geqslant \prod_{j=i-2r+k}^{i-r} p_{jn} h_{k-1}(i-r+1, i-1)\, q_{in} \tag{2.7}$$

这样由（2.6）、（2.7）（2.4）以及 b_{in} 的定义知（$p_{jn}=1$，若 $j\leqslant 0$）

$$R(n; r, k) \leqslant \prod_{i=r}^{n}\left(1-b_{in}\prod_{j=i-2r+k}^{i-r} p_{jn}\right)$$

因此定理 1 得证。

当 $r=k$ 时，由 $H_l(i, j)$ 以及 $h_l(i, j)$ 的定义，显然 $a_{in}=b_{in}=\prod_{j=i-k+1}^{i} q_{jn}$，这样由定理 1 立即得估计 C／k／n：F 系统可靠度的上界和下界。

推论 1　设 $1<k<n$，那么

$$\prod_{i=k}^{n}\left(1-\prod_{j=i-k+1}^{i} q_{jn}\right) \leqslant R_k(n) \leqslant \prod_{i=k}^{n}\left(1-P_{i-k,n}\prod_{j=i-k+1}^{i} q_{in}\right) \tag{2.8}$$

注记 1　（2.8）中的下界为[4]中的下界，另外在假设 $q_{in}<p_{in}$ 的条件下，Fu[4]证明了

$$R_k(n) \leqslant \prod_{i=k}^{n}\left[1-\left(1-\frac{q_{i-k,n}}{p_{i-k,n}}\right)\prod_{j=i-k+1}^{i} q_{jn}\right] \tag{2.9}$$

因为 $P_{i-k,n}+q_{i-k,n}/P_{i-k,n} > P_{i-k,n}+q_{i-k,n}=1$，故（2.8）的上界总小于（2.9）的上界且无限制条件。即推论 1 中的上界优于 Fu[4]的结果。

如果系统由相同的元件组成，即各元件的失效概率、可靠度相等，不妨设 $q_{in}=q_n$，$p_{in}=p_n$，$i=1, \cdots, n$，那么由定义可知

$$a_{rn}=b_{rn}=\sum_{l=k}^{r} c_r^l q_n^l p_n^{r-l}=a_n^* \tag{2.10}$$

对 $i=r+1, \cdots, n$

$$a_{in}=\sum_{l=k-1}^{r-1} c_{r-1}^l q_n^l p_n^{r-1-l} q_n=\sum_{l=k} c_{r-1}^{l-1} q_n^l p_n^{r-l}=a_n \tag{2.11}$$

$$b_{in}=c_{r-1}^{k-1}q_n^k p_n^{r-k}=b_n \tag{2.12}$$

$$\prod_{j=i-2r+k}^{i-r} p_{jn}=p_n^{\min(i-r,\ i-k+1)}=p_{jn}^* \tag{2.13}$$

这样由定理 1 和推论 1，我们立即得到由相同元件组成的 C/k/r/n: F 系统和 C/k/n: F 系统的可靠度的上、下界。

定理 2　设 $1<k<r<n$，$q_{in}=q_n$，$p_{in}=p_n$，$i=1,\cdots,n$，那么

$$(1-a_n^*)(1-a_n)^{n-r}\leqslant R(n;r,k)\leqslant(1-a_n^*)\prod_{i=r+1}^{n}(1-b_n p_{in}^*) \tag{2.14}$$

$$(1-q_n^k)^{n-k+1}\leqslant R_k(n)\leqslant(1-q_n^k)(1-p_n q_n^k)^{n-k} \tag{2.15}$$

由引理 1 分别利用定理 1、推论 1 和定理 2 的 (2.14) 式以及证明极限的"两边夹"方法，我们可推出 C/k/r/n: F 系统和 C/k/n: F 系统可靠度的极限表达式，即下述的定理 3、推论 2 和定理 4。限于篇幅，我们省略详细的极限证明过程。

定理 3　设 $1<k<r$，$\lim\limits_{n\to\infty}b_{in}=\theta$ $(0\leqslant\theta\leqslant\infty)$，如果存在序列$\{d_n\}$使得对所有的 $i=1,\cdots,n$，有 $0<q_{in}<d_n$ 且 $\lim\limits_{n\to\infty}nd_n^{k+1}=0$，那么

$$\lim_{n\to\infty}R(n;r,k)=\exp\{-\theta\} \tag{2.16}$$

推论 2　设 $k>1$，$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=k}^{n}\prod\limits_{j=i-k+1}^{i}q_{jn}=\mu$ $(0\leqslant\mu\leqslant\infty)$，如果存在序列$\{h_n\}$使得对所有的 $i=1,\cdots,n$，有 $0<q_{in}<h_n$ 且 $\lim\limits_{n\to\infty}h_n=0$，那么

$$\lim_{n\to\infty}R_k(n)=\exp\{-\mu\} \tag{2.17}$$

定理 4　设 $1<k<r$，$q_{in}=\lambda n^{-\alpha/k}$，$i=1,\cdots,n$，其中 $0<\lambda<1$，$\alpha>0$，那么

$$\lim_{n\to\infty}R(n;r,k)=\begin{cases}0, & 0\leqslant\alpha\leqslant1\\ \exp\{-\lambda^k C_{r-1}^{k-1}\}, & \alpha=1\\ 1, & \alpha>1\end{cases} \tag{2.18}$$

显然 Chao 和 Lin[2]，Fu[3]中的结果是定理 4 中 $\alpha=1$ 且 $r=k$ 时的特例。

注记 2　因为当 $n\to\infty$时，$1-\exp\{-\lambda n^{-\alpha k}\}\approx\lambda n^{-\alpha/k}$，故类似地不难证明，当 $q_{in}=1-\exp\{-\lambda n^{-\alpha/k}\}$ $(\lambda>0,\ \alpha>0)$ 时，定理 4 仍成立。

最后利用定理 4 和注记 2，我们可获得由寿命服从 Weibull 分布的元件组成的 C/k/r/n: F 系统寿命的极限分布。

定理 5　设一个 C/k/r/n: F 系统由几个相互独立同分布的元件组成，每个元件的寿命服从 Weibull 分布 Weif $(\lambda t,\ \beta)$，T_n 和 $F_n(t)$ 分别表示该系统的寿命和寿命分布函数，那么 $n^{1/k\beta}T_n$ 的极限分布为 Weif $(\lambda t\ (C_{r-1}^{k-1})^{1/k\beta};\ k\beta)$，即对任何 $t>0$,

$$\lim_{n\to\infty}P(n^{1/k\beta}T_n\leqslant t)=\mathrm{Weif}\left(\lambda t\,(C_{r-1}^{k-1})^{1/k\beta},\ k\beta\right)$$

或当 n 充分大时，

$$F_n(t) \approx \mathrm{Weif}\left(\lambda t \left(nC_{r-1}^{k-1}\right)^{1/k\beta};\ k\beta\right) \tag{2.19}$$

证明：因为 $P(n^{1/k\beta}T_n < t) = 1-P(T_n > tn^{-1/k\beta})$，而 $P(T_n > tn^{-/k\beta})$ 是元件可靠度为 $\mathrm{Weif}(\lambda tn^{-1/k\beta};\ \beta) = 1-\exp\{-(\lambda t)^{\beta}n^{-1/k}\}$时，C／k／r／n: F 系统的可靠度，因此由定理 4 及注记 2，我们得到，

$$\lim_{n\to\infty} P\left(T_n > tn^{-1/k\beta}\right) = \exp\{-(\lambda t)^{k\beta}C_{r-1}^{k-1}\}$$

因此，

$$\lim_{n\to\infty} P\left(n^{1/k\beta}T_n \leqslant t\right) = 1-\exp\{-(\lambda t)^{k\beta}C_{r-1}^{k-1}\}$$

$$= \mathrm{Weif}\left(\lambda t\left(C_{r-1}^{k-1}\right)^{1/k\beta};\ k\beta\right)。$$

这样，当 n 充当大时，

$$F_n(t) = P(T_n \leqslant t) = P\left(n^{1/k\beta}T_n \leqslant tn^{1/k\beta}\right)$$

$$\approx \mathrm{Weif}\left(\lambda t\left(nC_{r-1}^{k-1}\right)^{1/k\beta};\ k\beta\right)$$

显然，当 $r=k$ 时，我们得到 Papastavridis 和 Chrysaphinou[8]的结果。

3 应用说明

在工程实际中，产前的系统（或产品）可靠性设计有着很重要的意义，它是提高系统可靠度（或产品的质量）的很重要的前提，且可使我门去采取比较经济的设计方案。§2 中我们首次得到了 C／k／r／n: F 系统可靠度的上、下界及其极限表达式，这些结果为我们在可靠性工程中提供了具体的可靠性设计方法和估计可靠度的公式，对此我们简略地举例说明。

例如考察一个由 100 个同型号的油泵组成的输油管道系统，要求该输油系统失效当且仅当在连续的 5 个油泵中至少有 4 个失效，即为一个 C／4／5／100: F 系统，$k=4$，$r=5$，$n=100$。要设计出具有较高可靠度的该输油系统，应采用多大可靠度的油泵较为适宜？由定理 4 我们可知，只要取可靠度为 $1-\lambda n^{-\alpha/k}$（$\alpha>1$）的油泵，即可获得较高可靠度的输油系统。比如取 $\lambda=0.4$，$\alpha=1$，则 $1-\lambda n^{-\alpha/k}=0.87$，$R(100;\ 5,\ 4)\approx \exp\{-\lambda^k C_{r-1}^{k-1}\}=0.903$，即采用可靠为 0.87 的油泵，就可设计出可靠度约为 0.903 这一较高可靠度的输油系统；如取 $\alpha=2$，则 $1-\lambda n^{-\alpha/k}=0.96$，由定理 4 知此时 $R(100;\ 5,\ 4)\approx 1$，即采用可靠度为 0.96 的油泵，可获得具有极高可靠度的输油系统，实际上由定理 2 的 (2.14) 式，我们可估计这两种情形下输油系统可靠度的精确值 $R(100;\ 5,\ 4)$ 的范围，特别当可靠度分别为 0.87 和 0.96 时，我们算出 $R(100;\ 5,\ 4)$ 的范围分别为 $0.902<R(100;\ 5,\ 4)<0.929$ 和 $0.999<R(100;\ 5,\ 4)<0.9991$。由此也可知，采用可靠度为 0.87 的油泵，设计出的输油系统可靠度不低于 90.2%；采用可靠为 0.96 的油泵，设计出的系统可靠度不低于 99.9%。如果 90%的可靠度就满足要求，那么我们不妨采用较低可靠度（即 0.87）的油泵，因为低可靠度元件生产成本较低，这种设计方案是很经济的，即由一般质量的零件，设计出高质量的产品。

参考文献

1 Barlow R.E.and Proschan.F., Statistical Theory of reliability and Life Testing, Silver Spring, MD, (1981).

2 Chao M. T. and Lin, G. D. , Economical design of large consecutive–k–out–of–n:F systems, IEEE Trans.Reliability, 33, 411, 413(1984).

3 Fu J.C., Reliability of a large consecutive–k–out–of–n:F system, IEEE Trans.Reliability, 34, 127–130(1985).

4 Fu J. C., Bounds for reliability of large consecutive–k–out–of–n:F systems with unqual component reliability, IEEE Trans.Relibility.35, 316–319(1986).

5 Griffith W.S., Reliability and Quality Control, Elsevier (North–Hdland), (1986).

6 Nelson J.B., Minimal–order models for false–alarm calculations on sliding windows, IEEE Trans.Aerospace Electronic Systems, 14, 351–363(1987).

7 Papastavridis S. G. and Sfakianakis M. E. , Optimal–arrangment and importance of the components in a consecutive–k–out–of–r–from–n:F system, IEEE Trans.Reliability, 40, 277–279(1991).

8 Papastavridis S. G. and Chrysaphinou O., An approximation for large consecutive–k–out–of–n:F systems, 37, 386–387(1988).

9 Saperstein B., On the occurrence of n successes with N bernoulli trials, Technometrics, 15, 809–818(1973).

10 Saperstein B., Note on a Chistering problem, J.Applied probability, 12, 629–632(1975).

作者简介 蔡军，1962 年 1 月生。1982 年毕业于扬州师范学院数学系数学专业，1987 年毕业于上海交通大学应用数学系概率统计专业，获硕士学位。现为扬州师范学院数学系应用数学教研室讲师，主要从事概率统计的教学和科研工作。最近被评为江苏省优秀青年骨干教师。

有限维可换凝聚环

陈建龙

(南京农业大学数学教研室)

丁南庆

(南京大学数学系)

摘要 设 R 为可换凝聚环，整数 $n \geqslant 2$，则下述各点等价:

(*a*) R 的弱维数 wD (R) $\leqslant n$;

(*b*) 对任一 (FP−) 内射 R−模 G 及任一 R−模 M，FP−idM$\otimes$G$\leqslant n-2$;

(*c*) 对任一(FP—)内射R—模G及任一R—模M，fd Hom(G，M)$\leqslant n-2$;

(*d*) 对任一平坦 R−模 G 及任一 R−模 M，fd Hom (M，G) $\leqslant n-2$。

1 引言

1990 年 Jenda[8]证明了：若 R 是可换诺特环，整数 $n \geqslant 2$，则 R 的整体维数 gl.dimR $\leqslant n$ 当且仅当对任一内射 R−模 G 及任一 R−模 M 有 fdHom (G，M) $\leqslant n-2$ 当且仅当对任一内射 R−模 G 及任一 R−模 M 有 idM$\otimes$G$\leqslant n-2$。本文旨在将上述结果推广到可换凝聚环上。

为后文需要，本节介绍几个已知定义。

定义 1. 设 M 为 R−模，若对任何有限表现 R−模 N，有 Ext^1 (N，M) $=0$，则称 M 为 FP−内射 R−模 (参见[12])。

定义 2. 设 M 为 R−模，定义

FP−idM $=\inf\{n \mid \mathrm{Ext}^{n+1}$ (N，M) $=0$，$\forall$ 有限表现 R−模 N$\}$。若无上述 n 存在，则令 FP−idM $=\infty$，称 FP−idM 为 M 的 FP−内射维数 (参见[12])。

定义 3. 设 M 为 R−模，若存在平坦 R−模 F 及同态 f: $M \to F$ 使得对任一平坦 R−模 F'及任一同态 g: $M \to F'$都存在同态 h: $F \to F'$满足 $hf=g$.则称 f 的 M 的一个平坦预包络。

由[3]可知，若 R 是凝聚环，则对每个 R−模 M，我们可以构造一个复形

$$0 \to M \to F^0 \to F^1 \to \cdots$$

使得 $M \to F^0$，Cok ($M \to F^0$) $\to F^1$ 及 Cok ($F^{i-2} \to F^{i-1}$) $\to F^i$ ($i \geqslant 2$) 均为平坦预包络，称这样的复形为 M 的一个平坦预解式。若令

$L^0=M$，$L^1=\mathrm{Cok}$ ($M \to F^0$)，$L^i=\mathrm{Cok}$ ($F^{i-2} \to F^{i-1}$) ($i \geqslant 2$)

则称 L^n（$n\geqslant 0$）为 M 的一个 n 次 F-上合冲，$L^n \to F^n$ 则表示 L^n 的一个平坦预包络（参见[3，8]）。

文中 R 指有单位元可换环，所有 R-模都是酉模。对 R-模 M，pdM 及 fdM 分别表示 M 的投射和平坦维数。E（M）指 M 的内射包络，而 M^* 表示 M 的对偶模。若 M，N 为两个 R-模，Hom（M，N）表示 Hom_R（M，N），同理 $M\otimes N$ 表示 $M\otimes_R N$。

2 主要定理

为证主要定理，需先给出四个引理。

引理 1. 设 R 为凝聚环，N 为 R-模，n 为非负整数，则 $fdN\leqslant n \rightleftharpoons$ 对每个有限表现 R-模的任一 n 次 F-上合冲 L^n，有正合列 $\mathrm{Hom}(F^n, N) \to \mathrm{Hom}(L^n, N) \to 0$。

证： 用归纳法。当 n＝0 时，必要性是显然的。下证充分性。设 M 为任一有限表现 R-模，$M\to F^0$ 为 M 的一个平坦预包络。因 R 为凝聚环，由[4，例题 3，4]可知，我们可以假定 F^0 是有限生成投射 R-模。对 R-模 N，存在平坦模 F 使得

$$0\to K\to F\to N\to 0$$

是正合列。由此我们得到下述可换图:

$$\begin{tikzcd}
\mathrm{Hom}(F^0, F) \arrow[r] \arrow[d] & \mathrm{Hom}(F^0, N) \arrow[r] \arrow[d] & 0 \\
\mathrm{Hom}(M, F) \arrow[r] \arrow[d] & \mathrm{Hom}(M, N) & \\
0 & &
\end{tikzcd} \qquad (*)$$

因为 F^0 是投射的，所以（＊）中上面一行正合，又因 $M\to F^0$ 是 M 的平坦预包络，故（＊）中左边一列正合。而由假设知，$\mathrm{Hom}(F^0, N)\to \mathrm{Hom}(M, N)\to 0$ 是正合列（注意 $L^0=M$），于是 $\mathrm{Hom}(M, F)\to \mathrm{Hom}(M, N)\to 0$ 正合，这就表明 K 是 F 的纯子模。而 F 为平坦模，故 N 亦为平坦模，即 $fdN\leqslant 0$，充分性得证。

当 $n\geqslant 1$ 时，仿照[8]中引理 2.2 的证明即知结论成立。引理 1 证毕。

引理 2. 设 $0\to A\to B\to C\to D\to 0$ 是 R-模正合列，整数 $n\geqslant 2$，若 $fdD\leqslant n$，$fdC\leqslant n-1$，$fdB\leqslant n-2$，则 $fdA\leqslant n-2$。

证： 设 $K=\mathrm{Im}(B\to C)$，则有正合列

$$0\to A\to B\to K\to 0$$

$$\text{及}\qquad 0\to K\to C\to D\to 0$$

从而，对任一 R-模 X，

$$\mathrm{Tor}_{n+1}(D, X)\to \mathrm{Tor}_n(K, X)\to \mathrm{Tor}_n(C, X)$$

是正合列。因为 $fdD\leqslant n$，$fdC\leqslant n-1$，故上式首尾两项为 0，于是 $\mathrm{Tor}_n(K, X)=0$。另一方面，

$$\mathrm{Tor}_n(K, X)\to \mathrm{Tor}_{n-1}(A, X)\to \mathrm{Tor}_{n-1}(B, X)$$

是正合的，而 $fdB\leqslant n-2$，故 $\mathrm{Tor}_{n-1}(B, X)=0$。于是 $\mathrm{Tor}_{n-1}(A, X)=0$。这就是说 $fdA\leqslant n-2$。

引理 3. 设 R 为环，则下述各点等价: