新编

考研数学

必做客观题1500题精析

◎蔡子华 主编

填空题选择题专项专训
题目依难度分A组B组
适合考生逐级练习提高
题解多种方法拓展思路

科学出版社

新编考研数学必做客观题1500题精析

蔡子华　主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是根据教育部考试中心制定的全国硕士研究生入学统一考试《数学考试大纲》编写的.全书分为客观题集与客观题解两部分.在1500道题中，历年研究生入学考试题占有相当大的比例；其内容涉及大纲中要求的高等数学、线性代数及概率论与数理统计三门学科.

本书内容全面，解法新颖，不少题目一题多解，是广大考生的良师益友.

图书在版编目(CIP)数据

新编考研数学必做客观题1500题精析/蔡子华主编.—北京：科学出版社，2012.1

ISBN 978-7-03-033222-6

Ⅰ.新… Ⅱ.蔡… Ⅲ.高等数学－研究生－入学考试－题解
Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第279692号

责任编辑：曾 莉/责任校对：安 凌 徐文刚
责任印制：彭 超/封面设计：苏 波

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

武汉市新华印刷有限责任公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本：787×1092 1/16
2012年1月第 一 版 印张：24 1/2
2012年1月第一次印刷 字数：614 000

定价：39.80元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前言

PREFACE

客观题(填空题与选择题)在硕士研究生入学考试数学试卷中所占的比例在37%以上,而且求解客观题应用概念广泛、严密,几乎覆盖考研数学大纲规定的所有范围和知识考点.另外,客观题解题技巧独特,使不少考生感到棘手.事实上,每年考生在解答客观题上花费的时间并不少,而得分率却不高.

在考研辅导班里,不少同学建议编写一本关于如何快速有效准确求解客观题的辅导用书,以帮助考生正确理解概念,掌握正确的解题思路、方法与技巧.

本书就是针对上述情况,专门为报考硕士研究生的考生编写的.全书精选1500道考研数学客观题,分为客观题集和客观题解两部分;内容包括高等数学、线性代数、概率论与数理统计,适合选考数学一至数学三各卷种的考生备考使用.

本书客观题集中,历年研究生入学考试真题占有相当大的比例,其余题目亦都有很强的代表性,且内容全面.遴选该部分题目的原则是:紧扣硕士研究生入学统一考试数学考试大纲,重视基础,摒弃偏题、怪题,难度贴近历年考试真题.为方便读者使用,题集分A组(共600道基础题)和B组(共900道提高题)编排;凡考纲仅对数学一考生要求的内容标有"*"记号,仅对数学二、数学三考生要求的内容相应标有"○"、"△"记号,公共部分无标记(依据最新考试大纲).

客观题解中,答案详尽,重视解析过程,对不同题型、知识点、解题思路与方法、答题技巧都有不同程度的揭示.

考生可先尝试求解本书第一部分的题目,再在第二部分的帮助下找出自己在理解数学基本概念、基本原理及运用基本方法诸方面的差距,在实战中增强自我发现问题、分析问题和解决问题的能力,从而大幅度提高应试水平.

由于时间仓促,书中错误和疏漏之处难免,欢迎广大读者、数学同仁批评指正.

编 者

2011年11月

目录

CONTENTS

第二部分　客观题解

绪　论

硕士研究生入学统一考试客观题分为两类：填空题和单项选择题.填空题主要考察考生掌握基本概念的程度和对基本计算题的解题能力、运算速度及技巧，故主要用观察法和计算法来求解.选择题主要考察考生掌握基本概念、定理、重要公式等的程度，可用观察法、排除法、推演法、赋值法与图示法来求解.

例 1　(2000403) 已知四阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 相似于 $\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{A}$ 的特征值为 2，3，4，5，$\boldsymbol{E}$ 为四阶单位矩阵，则 $\det(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{E})=$ __________.

本题主要考察的知识点：

(1) 相似矩阵有相同的特征值；

(2) λ 是 $\boldsymbol{B}$ 的特征值，则 $\lambda-1$ 为 $\boldsymbol{B}-\boldsymbol{E}$ 的特征值；

(3) 矩阵的行列式等于特征值的乘积.

故此题是一个概念型的题，用观察法即可求解.

解　因为 $\boldsymbol{A}$ 相似于 $\boldsymbol{B}$，所以 $\boldsymbol{B}$ 的特征值为 2，3，4，5，则 $\boldsymbol{B}-\boldsymbol{E}$ 的特征值为 1，2，3，4，所以 $\det(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{E})=1\times2\times3\times4=24$.

例 2　(2001203) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^3+\sin^2x)\cos^2x\mathrm{d}x=$ __________.

本题主要考察的知识点：

(1) 奇偶函数在关于原点对称的区间上的定积分的求法；

(2) 定积分的换元积分法.

故此题是一个计算型的填空题，应用计算法求解.

解

$$\begin{aligned}\text{原式}&=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}x^3\cos^2x\mathrm{d}x+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2x\cos^2x\mathrm{d}x=0+2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{4}\sin^22x\mathrm{d}x\\&=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1-\cos4x}{2}\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\left[x-\frac{1}{4}\sin4x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{8}\end{aligned}$$

对类似的计算型填空题，寻求快速解法是良策，例如：

例 3　(2004102) 已知 $f'(\mathrm{e}^x)=x\mathrm{e}^{-x}$ 且 $f(1)=0$，则 $f(x)=$ ________.

本题的快速解法：$f'(\mathrm{e}^x)=(\ln\mathrm{e}^x)\mathrm{e}^{-x}\Rightarrow f'(t)=\frac{1}{t}\ln t\Rightarrow f(t)=\frac{1}{2}\ln^2t+C$

代入 $f(1)=0$ 得 $C=0\Rightarrow f(t)=\frac{1}{2}\ln^2t$.

例 4　(2001103) 将一枚硬币重复掷 n 次，以 X 和 Y 分别表示正面朝上和反面朝上的次数，则 X 和 Y 的相关系数为(　　)

A. -1　　　B. 0　　　C. $\frac{1}{2}$　　　D. 1

解　本题完全是一个概念题，用观察法求解.因为 $Y=n-X$，即它们存在线性关系，由于 $Y=aX+b$ 中的 $a=-1<0$，故它们负相关，相关系数为 -1.

例 5 (1998203) 设数列 x_n 与 y_n 满足 $\lim\limits_{n\to\infty}x_ny_n=0$,则下列断言正确的是(　　)

A. 若 x_n 发散,则 y_n 必发散　　B. 若 x_n 无界,则 y_n 必有界

C. 若 x_n 有界,则 y_n 必为无穷小　　D. 若 $\dfrac{1}{x_n}$ 为无穷小,则 y_n 必为无穷小

解 用排除法. 设 $y_n=0, x_n=n$,排除 A;

设 $x_n=\begin{cases}2k, & n=2k,\\ 0, & n=2k-1,\end{cases}$ $y_n=\begin{cases}0, & n=2k,\\ 2k-1, & n=2k-1,\end{cases}$ 排除 B;

设 $x_n=\dfrac{1}{n}, y_n=1+\dfrac{1}{n}$,排除 C. 故 D 正确.

例 6 (1999203) 记行列式 $\begin{vmatrix} x-2 & x-1 & x-2 & x-3 \\ 2x-2 & 2x-1 & 2x-2 & 2x-3 \\ 3x-3 & 3x-2 & 4x-5 & 3x-5 \\ 4x & 4x-3 & 5x-7 & 4x-3 \end{vmatrix}$ 为 $f(x)$,则方程 $f(x)=0$ 根的个数为(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

解 计算行列式得 $f(x)=5x(x-1)$,故 B 正确.

例 7 (1991303) 若曲线 $y=x^2+ax+b$ 和 $2y=-1+xy^3$ 在点 $(1,-1)$ 处相切,其中 a, b 是常数,则(　　)

A. $a=0, b=-2$　　B. $a=1, b=-3$

C. $a=-3, b=1$　　D. $a=-1, b=-1$

解 将 $a=-1, b=-1$ 代入得 $y=x^2-x-1$,由 $y'=2x-1\Rightarrow y'(1)=1$. 对 $2y=-1+xy^3$ 两边求导得 $2y'=y^3+3xy^2y'$,将 $x=1, y=-1$ 代入得 $y'(1)=1$,知 D 正确.

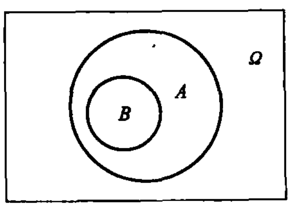
此题所用方法为赋值法,当选择题为确定待定常数时用此法较好.

例 8 (1990403) 设 A,B 为两随机事件,且 $B\subset A$,则下列式子正确的是(　　)

A. $P(A\cup B)=P(A)$　　B. $P(AB)=P(A)$

C. $P(B\mid A)=P(B)$　　D. $P(B-A)=P(B)-P(A)$

解 画出文氏图为



则从图中可以看出,$A\cup B=A$,所以 $P(A\cup B)=P(A)$.

图示法多用来求解概率类的“已知事件之间的关系求概率”的题目.

第一部分

客观题集

第一篇 高等数学

一、函数与极限

(一) 填空题

A组

1. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,4]$，则函数 $\psi(x)=f(x+1)+f(x-1)$ 的定义域为________.

2. 设 $f(x)=e^{x}$，$f[g(x)]=1-x^{2}$，则 $g(x)=$________.

3. 已知 $f(x)=\sin x$，$f[\varphi(x)]=1-x^{2}$，则 $\varphi(x)=$________，$\varphi(x)$ 的定义域为________.

4. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln[1+f(x)]}{x^{2}}=2$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^{2}}=$________.

5. 设 $f(x)=\left(\dfrac{x-1}{1+x}\right)^{x}$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x+1)=$________.

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin[\sin(\sin x)]}{\tan x}=$________.

7. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^{2}}-\dfrac{1}{x\tan x}\right)=$________.

8. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^{2}-1}{x+2}\sin\dfrac{1}{x^{2}}\cdot\cos x=$________.

9. 设函数 $f(x)=a^{x}$ $(a>0,a\neq 1)$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^{2}}\ln[f(1)f(2)\cdots f(n)]=$________.

10. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^{2}+5}{5x+3}\sin\dfrac{2}{x}=$________.

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arctan x-x}{\ln(1+2x^{3})}=$________.

12. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3-x}-\sqrt{1+x}}{x^{2}+x-2}=$________.

13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^{4}\sin\dfrac{1}{x}+e^{x}-e^{-x}-2x}{\sin^{3}x}=$________.

14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\sin x+x^{2}\cos\dfrac{1}{x}}{(1+\cos x)\ln(1+x)}=$________.

15. $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{2x}{x^2+1}=$ ________.

16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e-e^{\cos x}}{\sqrt[3]{1+x^2}-1}=$ ________.

17. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\ln(1+x)}{1-\cos x}=$ ________.

18. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}=$ ________.

19. 若当 $x\to 0$ 时，$(1-ax^2)^{1/4}-1$ 与 $x\sin x$ 是等价无穷小，则 $a=$ ________.

20. 若 $f(x)=\begin{cases}(\sin 2x+e^{2ax}-1)/x, & x\neq 0,\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，则 $a=$ ________.

21. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-1)x}{nx^2+1}$，则 $f(x)$ 的间断点为 $x=$ ________.

22. 已知 $f(x)=\begin{cases}(\cos x)^{x^{-2}}, & x\neq 0,\\ a, & x=0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续，则 $a=$ ________.

23. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{\tan x}}{\arcsin\dfrac{x}{2}}, & x>0,\\ ae^{2x}, & x\leqslant 0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续，则 $a=$ ________.

24. 函数 $f(x)=\dfrac{e^x-b}{(x-a)(x-1)}$ 有无穷型间断点 $x=0$，可去间断点 $x=1$，则 $a=$ ________，$b=$ ________.

B组

25. 已知 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n}{a(\sqrt{n})^3+bn+c}=2$，则 $a=$ ________，$b=$ ________.

26. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^{(-1)^n}=$ ________.

27. $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln^2 x\ln\left(1+\dfrac{x}{\ln x}\right)=$ ________.

28. 若常数 $a\neq\dfrac{1}{2}$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left[\dfrac{n-2na+1}{n(1-2a)}\right]^n=$ ________.

29. $\lim\limits_{x\to 0}[1+\ln(1+x)]^{2/x}=$ ________.

30. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{2x}-x-1}{3x}, & x>0,\\ \dfrac{\int_0^x \sin t^2\,dt}{x^3}, & x<0,\end{cases}$ 则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$ ________.

31. 设 $f(x)=b\int_0^{\tan x}\sin^a t\,dt$，$g(x)=x^5+x^4$，当 $x\to 0$ 时，$f(x)\sim g(x)$，则 $a=$ ________，$b=$ ________.

32. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+x^n+\left(\dfrac{x^2}{2}\right)^n}\ (x\geqslant 0)$，则 $f(x)=$ ________.

33. 设$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{ax-\sin x}\displaystyle\int_0^x\dfrac{t^2}{\sqrt{b+t}}\mathrm{d}t=1$,则 $a=$ ________,$b=$ ________.

34. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{x\cos x}}{x\ln(1+x^2)}=$ ________.

35. 设$\lim\limits_{x\to 0}\left[1+x+\dfrac{f(x)}{x}\right]^{\frac{1}{x}}=e^3$,则$\lim\limits_{x\to 0}\left[1+\dfrac{f(x)}{x^2}\right]=$ ________.

36. 已知 $f(x)=\begin{cases}1+x, & x<2,\\ 0, & x=2,\\ x-1, & x>2,\end{cases}$ $g(x)=e^x+1$,则$\lim\limits_{x\to 0}f[g(x)]=$ ________.

37. 若 λ,k 均为正常数,则$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}\left(\dfrac{\lambda}{n}\right)^k\left(1-\dfrac{\lambda}{n}\right)^{n-k}=$ ________.

38. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3+x^2+1}{2^x+x^3}(\sin x+\cos x)=$ ________.

39. $\lim\limits_{N\to\infty}\displaystyle\sum_{n=1}^{N}\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+n}=$ ________.

40. 已知函数 $f(x)$ 连续,且$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos[xf(x)]}{(e^{x^2}-1)f(x)}=1$,则 $f(0)=$ ________.

41. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & |x|\leqslant c,\\ \dfrac{2}{|x|}, & |x|>c\end{cases}$ 在$(-\infty,+\infty)$内连续,则 $c=$ ________.

42. 当$x\to 0$时,$\alpha(x)=kx^2$与$\beta(x)=\sqrt{1+x\arcsin x}-\sqrt{\cos x}$是等价无穷小,则$k=$ ________.

43. $\lim\limits_{x\to+\infty}\arctan(x-\cos x\ln x)=$ ________.

44. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\left(\sqrt{1+\cos\dfrac{\pi}{n}}+\sqrt{1+\cos\dfrac{2\pi}{n}}+\cdots+\sqrt{1+\cos\dfrac{n\pi}{n}}\right)=$ ________.

45. $\lim\limits_{n\to\infty}\displaystyle\int_0^1\dfrac{x^n}{1+x^2}\mathrm{d}x=$ ________.

46. $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & 0\leqslant x<4,\\ x, & 4<x\leqslant 6,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}x^2, & 0\leqslant x<2,\\ 2+x, & 2<x\leqslant 4,\end{cases}$ 则 $f[g(x)]=$ ________.

(二)选择题

A组

1. 设在区间$(-\infty,+\infty)$内函数$f(x)>0$,且当k为大于0的常数时有$f(x+k)=\dfrac{1}{f(x)}$,则在区间$(-\infty,+\infty)$内函数 $f(x)$ 是(　　)

A. 奇函数　　B. 偶函数　　C. 周期函数　　D. 单调函数

2. $f(x)=|x\sin x|e^{\cos x}(-\infty<x<+\infty)$是(　　)

A. 有界函数　　B. 单调函数　　C. 周期函数　　D. 偶函数

3. 设 $f(x)$ 在$(-\infty,+\infty)$内可导,且对任意 $x_2>x_1$,都有 $f(x_2)>f(x_1)$,则正确的结论是(　　)

A. 对任意 x，$f'(x) > 0$　　B. 对任意 x，$f'(-x) \leqslant 0$

C. 函数 $-f(-x)$ 单调增加　　D. 函数 $f(-x)$ 单调增加

4. 设 $f(x+1) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+x}{n-2}\right)^n$，则 $f(x) = ($　　$)$

A. e^{x-1}　　B. e^{x+2}　　C. e^{x+1}　　D. e^{-x}

5. 设当 $x \to x_0$ 时，$\alpha(x)$，$\beta(x)$，$\gamma(x)$ 都是无穷小，且 $\alpha(x) = o[\beta(x)]$，$\beta(x) \sim \gamma(x)$，则 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)+\beta(x)}{\gamma(x)} = ($　　$)$

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. ∞

6. 设 $0 < a < b$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}(a^{-n}+b^{-n})^{\frac{1}{n}} = ($　　$)$

A. a　　B. a^{-1}　　C. b　　D. b^{-1}

7. “对任意给定的 $\varepsilon \in (0,1)$，总存在正整数 N，当 $n \geqslant N$ 时，恒有 $|x_n - a| \leqslant 2\varepsilon$”是数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a 的(　　)

A. 充分条件但非必要条件　　B. 必要条件但非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分条件又非必要条件

8. 下列极限存在的是(　　)

A. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{|\sin x|}{x}\arctan\dfrac{1}{x}$　　B. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\arctan\dfrac{1}{x}$

C. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{|x|}\arctan\dfrac{1}{|x|}$　　D. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{|\sin x|}{|x|}\arctan\dfrac{1}{x}$

9. $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{t}{\sqrt{1-\cos t}} = ($　　$)$

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 不存在

10. 若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$，则(　　)

A. 当 $g(x)$ 为任意函数时，有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = 0$

B. 当 $g(x)$ 为有界函数时，有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = 0$

C. 仅当 $g(x)$ 为常数时，有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = 0$

D. 仅当 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = 0$ 时，有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = 0$

11. 当 $x \to 0$ 时，$f(x) = x - \sin ax$ 与 $g(x) = x^2\ln(1-bx)$ 是等价无穷小，则(　　)

A. $a = 1, b = -1/6$　　B. $a = 1, b = 1/6$

C. $a = -1, b = -1/6$　　D. $a = -1, b = 1/6$

12. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调有界，$\{x_n\}$ 为数列，下列命题正确的是(　　)

A. 若 $\{x_n\}$ 收敛，则 $\{f(x_n)\}$ 收敛　　B. 若 $\{x_n\}$ 单调，则 $\{f(x_n)\}$ 收敛

C. 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛，则 $\{x_n\}$ 收敛　　D. 若 $\{f(x_n)\}$ 单调，则 $\{x_n\}$ 收敛

13. 设当 $x \to 0$ 时，$e^{\tan x} - e^x$ 与 x^n 是同阶无穷小，则 n 为(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

14. 当 $x \to 0^+$ 时，与 $\sqrt{x}$ 等价的无穷小量是(　　)

A. $1-e^{\sqrt{x}}$　　B. $\ln\dfrac{1+x}{1-\sqrt{x}}$　　C. $\sqrt{1+\sqrt{x}}-1$　　D. $1-\cos\sqrt{x}$

15. 若$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-x-2}=2$,则必有(　　)

A. $a=2,b=8$　　B. $a=2,b=5$　　C. $a=0,b=-8$　　D. $a=2,b=-8$

16. 已知$\lim\limits_{x\to+\infty}(5x-\sqrt{ax^2+bx+c})=2$,则必有(　　)

A. $a=25,b=-20$　　B. $a=b=25$　　C. $a=-25,b=0$　　D. $a=1,b=2$

17. 当 $x\to 0$ 时,变量$\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$是(　　)

A. 无穷小量　　B. 无穷大量

C. 有界的但不是无穷小　　D. 无界的但不是无穷大

18. 函数 $f(x)=x\sin x$ (　　)

A. 当 $x\to\infty$ 时为无穷大量　　B. 在$(-\infty,+\infty)$内有界

C. 在$(-\infty,+\infty)$内无界　　D. 当 $x\to\infty$ 时有有限极限

19. 设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$,则下列结论成立的是(　　)

A. $f(x)$ 无间断点　　B. $f(x)$ 有间断点 $x=1$

C. $f(x)$ 有间断点 $x=0$　　D. $f(x)$ 有间断点 $x=-1$

20. 函数 $f(x)=\dfrac{x-x^3}{\sin\pi x}$ 的可去间断点的个数为(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 无穷多个

21. 设函数 $f(x)=\dfrac{\ln|x|}{|x-1|}\sin x$,则 $f(x)$ 有(　　)

A. 1 个可去间断点,1 个跳跃间断点　　B. 1 个可去间断点,1 个无穷间断点

C. 2 个跳跃间断点　　D. 2 个无穷间断点

22. 设 $f(x)$ 为不恒等于零的奇函数,且 $f'(0)$ 存在,则函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ (　　)

A. 在点 $x=0$ 处左极限不存在　　B. 有跳跃间断点 $x=0$

C. 在点 $x=0$ 处右极限不存在　　D. 有可去间断点 $x=0$

B组

23. $f(x)=\int_0^{\sin x}\tan t^2\,dt$,$g(x)=x-\sin x$,则当 $x\to 0$ 时,$f(x)$ 是 $g(x)$ 的(　　)

A. 高阶无穷小　　B. 低阶无穷小

C. 同阶非等价无穷小　　D. 等价无穷小

24. 设当 $x\to 0$ 时,$(1-\cos x)\ln(1+x^2)$ 是比 $x\sin x^n$ 高阶的无穷小,而 $x\sin x^n$ 是比 $e^{x^2}-1$ 高阶的无穷小,则正整数 n 为(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

25. 设 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{\int_0^x tf(t)\,dt}{x^2}, & x\neq 0,\\ C, & x=0\end{cases}$ 是连续函数,其中 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续,$f(0)=0$,

则 $C=($ $)$

A. 0　　B. 1　　C. 不存在　　D. -1

26. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{(\arctan x)^2\tan x}=($ $)$

A. 0　　B. 1　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $-\dfrac{1}{2}$

27. 已知 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在点 $x=0$ 的某邻域内连续，且当 $x\to 0$ 时 $f(x)$ 是 $g(x)$ 的高阶无穷小，则当 $x\to 0$ 时，$\int_0^x f(t)\sin t\mathrm{d}t$ 是 $\int_0^x tg(t)\mathrm{d}t$ 的( )

A. 低阶无穷小　　B. 高阶无穷小

C. 同阶但不等价无穷小　　D. 等价无穷小

28. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a\tan x+b(1-\cos x)}{c\ln(1-2x)+k(1-e^{-x^2})}=2$，其中 $a^2+c^2\neq 0$，则( )

A. a,c 任意，$b=4k$　　B. a,c 任意，$b=-4k$

C. b,k 任意，$a=4c$　　D. b,k 任意，$a=-4c$

29. 设函数 $f(x)=\dfrac{x}{a+e^{bx}}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，且 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$，则常数 a,b 满足( )

A. $a<0,b<0$　　B. $a>0,b>0$

C. $a\leqslant 0,b>0$　　D. $a\geqslant 0,b<0$

30. 若 $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\ln\left[3+\dfrac{f(x)}{x^2}\right]}{x^a}=a$（其中 a 为大于 0 的常数），则必有( )

A. $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$ 存在且不为 0　　B. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x^a}$ 存在且不为 0

C. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x^2}$ 存在且不为 0　　D. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x^{2+a}}$ 存在且不为 0

31. 设 $f(x)=2^x+3^x-2$，则当 $x\to 0$ 时( )

A. $f(x)$ 与 x 是等价无穷小量　　B. $f(x)$ 与 x 是同阶但非等价无穷小量

C. $f(x)$ 是比 x 较高阶的无穷小量　　D. $f(x)$ 是比 x 较低阶的无穷小量

32. 设 $f(x)=\int_0^{\sin x}\sin t^2\mathrm{d}t$，$g(x)=x^3+x^4$，则当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 $g(x)$ 的( )

A. 等价无穷小　　B. 同阶但非等价的无穷小

C. 高阶无穷小　　D. 低阶无穷小

33. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[1+\dfrac{(-1)^n}{n}\right]^{1/\sin\sqrt{1+n^2}\pi}=($ $)$

A. e^{π}　　B. $e^{\frac{1}{\pi}}$　　C. 1　　D. $e^{\frac{2}{\pi}}$

34. 设数列的通项为 $x_n=\begin{cases}(n^2+\sqrt{n})/n, & n\text{ 为奇数},\\ 1/n, & n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 则当 $n\to\infty$ 时，x_n 是( )

A. 无穷大量　　B. 无穷小量　　C. 有界变量　　D. 无界变量

35. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}\cos\dfrac{1}{x}$，在点 $x=0$ 的任何邻域内都是( )

A. 有界的　　B. 无界的　　C. 单调增加的　　D. 单调减少的

36. 已知 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$ 且在点 x_0 的某个邻域内 $|g(x)|\geqslant M$ (M 为大于 0 的常数),则当 $x\to x_0$ 时(　　)

A. $f(x)g(x)$ 一定是无穷大　　B. $f(x)g(x)$ 一定是无穷小

C. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x)$ 存在　　D. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x)$ 不存在但不是无穷大

37. 函数 $f(x)=\dfrac{|x|\sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2}$ 在下列哪个区间有界?(　　)

A. $(-1,0)$　　B. $(0,1)$　　C. $(1,2)$　　D. $(2,3)$

38. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\leqslant 0,\\ x^2+x, & x>0,\end{cases}$ 则(　　)

A. $f(-x)=\begin{cases}-x^2, & x\leqslant 0\\ -(x^2+x), & x>0\end{cases}$　　B. $f(-x)=\begin{cases}-(x^2+x), & x<0\\ -x^2, & x\geqslant 0\end{cases}$

C. $f(-x)=\begin{cases}x^2, & x\leqslant 0\\ x^2-x, & x>0\end{cases}$　　D. $f(-x)=\begin{cases}x^2-x, & x<0\\ x^2, & x\geqslant 0\end{cases}$

39. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)-(ax+bx^2)}{x^2}=2$,则(　　)

A. $a=1,b=-5/2$　　B. $a=0,b=-2$

C. $a=0,b=-5/2$　　D. $a=1,b=-2$

40. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1,\\ 0, & |x|>1,\end{cases}$ 则 $f\{f[f(x)]\}$ 等于(　　)

A. 0　　B. 1

C. $\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1\\ 0, & |x|>1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}0, & |x|\leqslant 1\\ 1, & |x|>1\end{cases}$

41. 设函数 $g(x)=\begin{cases}2-x, & x\leqslant 0,\\ x+2, & x>0,\end{cases}$ $f(x)=\begin{cases}x^2, & x<0,\\ -x, & x\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $g[f(x)]=$ (　　)

A. $\begin{cases}2+x^2, & x<0\\ 2-x, & x\geqslant 0\end{cases}$　　B. $\begin{cases}2-x^2, & x<0\\ 2+x, & x\geqslant 0\end{cases}$

C. $\begin{cases}2-x^2, & x<0\\ 2-x, & x\geqslant 0\end{cases}$　　D. $\begin{cases}2+x^2, & x<0\\ 2+x, & x\geqslant 0\end{cases}$

42. 对于函数 $y=\sin(\tan x)-\tan(\sin x)$ $(0\leqslant x\leqslant \pi)$, $x=\pi/2$ 是(　　)

A. 连续点　　B. 第一类间断点

C. 可去间断点　　D. 第二类间断点

43. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{e^{x/(x-1)}-1}$,则(　　)

A. $x=0,x=1$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点

B. $x=0,x=1$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点

C. $x=0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点,$x=1$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点

D. $x=0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点,$x=1$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点

44. 单调有界函数若有间断点,则其类型(　　)