



MATLAB

基础及在 运筹学中的应用

王翼 编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

022-39/4

2012

MATLAB 基础及 在运筹学中的应用

王 翼 编著

北方工业大学图书馆



C00273159



机械工业出版社

运筹学应用数学方法研究各类系统的最优化问题,运筹学问题的求解主要借助高性能数学软件已成为发展趋势。本书突出建模、基础理论、基本方法和应用 MATLAB 求解。特别对 MATLAB 在运筹学中的应用作了尽可能详尽的说明,并辅有大量实例。本书由两部分组成,第 1 部分包括第 1~3 章,讲述 MATLAB 的基本特征、MATLAB 文件和 MATLAB 程序设计;第 2 部分包括第 4~10 章,讲述运筹学的基础知识、基本方法,以及如何应用 MATLAB 解运筹学问题。

本书可以作为本科运筹学课程的教材或教学参考书,也可以供从事运筹学工作的人员参考。

本书循序渐进、由浅入深,并结合大量实例,帮助读者掌握运筹学的基本概念和解法,以及如何应用 MATLAB 解运筹学问题,可供读者自学。

图书在版编目(CIP)数据

MATLAB 基础及在运筹学中的应用/王翼编著. —北京:机械工业出版社, 2012. 2

ISBN 978-7-111-37380-3

I. ①M… II. ①王… III. ①运筹学 - Matlab 软件 - 高等学校 - 教材
IV. ①O22-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 018371 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:张宝珠 责任编辑:牟桂玲

版式设计:石冉 责任校对:张媛

责任印制:乔宇

北京机工印刷厂印刷 (三河市南杨庄国丰装订厂装订)

2012 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·16.5 印张·407 千字

0 001—3 000 册

标准书号:ISBN 978-7-111-37380-3

定价:39.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010)68326294

销售二部:(010)88379649

教材网:<http://www.cmpedu.com>

读者购书热线:(010)88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

运筹学源于 20 世纪 30 年代，是当时的英国和美国研究如何利用雷达对付德国的空袭而提出的技术问题，进行的是对整个防空作战系统运行的研究，并用“Operations Research”来描述这方面的研究。中文译为“运用研究”或“作业研究”。后根据《汉书·高帝记》中的“夫运筹帷幄之中，决胜千里之外”，译为“运筹学”，具有运用筹划、运谋筹策、规划调度等寓意，比较恰当地反映了这门学科的内涵。

在我国古代文献中有很多朴素的运筹学的思想的记载。

(1) 齐王赛马。齐王和田忌赛马，每人出上、中、下 3 个等级的马各一匹。如果按同等级的马比赛，齐王肯定获全胜。但田忌的策略是：以自己的下等马对齐王的上等马，自己的上等马对齐王的中等马，自己的中等马对齐王的下等马。结果田忌二比一获胜。

(2) 丁谓修皇宫。北宋时代，皇宫失火焚毁，丁谓奉命主持修复工程。他命令在宫前大街取土烧砖，挖成大沟后灌水成渠，利用水渠运送建筑材料，完工后再用废砖瓦填沟修复大街。这样减少并方便了运输，加快了工程进度，大大缩短了工期。

这些都体现了朴素的运筹学思想。钱学森和许国志教授将西方的运筹学引入我国，并结合我国的实际进行推广应用。以华罗庚为代表的一批数学家迅速投入运筹学的研究队伍，使得我国在运筹学的一些分支上很快跟上了当时的国际水平。

对于运筹学的定义是多种多样的，中国企业管理百科全书的描述是：运筹学应用分析、试验、量化的方法，对经济管理系统中的人、财、物等有限资源进行统筹安排，为决策者提供有依据的最优方案，以实现最有效的管理。

当今运筹学已经得到了极大的发展，运筹学对于提高全球许多组织的效率有很大影响，对于提高各国、各企业的生产率起到了重要作用。全球依靠应用运筹学增收或节支上百万美元的公司可以列举出很多。现在运筹学已经成为管理科学的重要的基础理论和应用方法。

运筹学的研究可以划分为如下步骤：

1. 分析与表述问题

此步骤主要是通过调查分析确定决策变量、合适的目标和实际操作的约束条件。

2. 建立模型

这里一般是建立数学模型，即将目标和约束用数学符号和数学表达式表示出来。问题通常是在约束条件下确定决策变量的值，使目标函数达到最小或最大。

数学模型的优点在于：它能以适当的精度描述系统，有大量的数学成果可以应用，可以用有效的数学软件求解。数学模型需要处理好精度与复杂程度的关系。过于强调模型精度会使问题过于复杂，增加了求解的难度；而模型过于粗糙将影响模型的应用。

3. 问题求解——应用适当的计算机软件

本书选择了优秀的数学软件 MATLAB 作为求解运筹学问题的计算机软件。

4. 对模型和得到的解进行检验

检验求解过程和程序的正确性，以及得到的解是否符合实际问题。这一阶段常可以拿历

史数据进行检验，如果解与实际问题不相符合，还需要返回来，检查模型的合理性。

5. 建立对解的有效控制

模型有一定的适用范围，监视模型的假设是否继续满足，以及设定的参数是否有变化，如果这些方面有变化，模型需要及时进行调整。

6. 方案的实施

运筹学问题的解决，主要通过问题的分析，建立数学模型，依据模型有关的基本知识和解法，应用计算机软件进行求解。

MATLAB 是一门非常受欢迎的技术计算语言，它向用户提供了一个强有力的交互式的计算环境。它有强大的数学计算能力、数据分析和处理能力以及卓越的绘图和数据可视化能力。它有丰富的内置函数和各种工具箱供用户使用，并且允许用户开发自己的算法，扩充工具箱的功能，因而 MATLAB 受到众多领域的广泛欢迎。学术界很多专家的研究工作都是应用 MATLAB 完成的，很多大学的高年级课程的教学也依赖于 MATLAB。

运筹学中的大部分问题都可以应用 MATLAB 的内置函数通过简单的编程求解。

当前已经开发了最优化的专用软件，本书选择 MATLAB 是因为它应用更广泛，更容易掌握。大学本科所学的数学课程，包括微积分、线性代数、数理统计等的很多问题都可以方便地应用 MATLAB 求解。学习了 MATLAB 有益于本科生在其他后续课程中应用微积分、线性代数、数理统计等数学工具解决实际问题。还因为大学本科的数学建模课程也多采用 MATLAB 软件。

由于运筹学问题的求解主要依靠 MATLAB 软件进行，本书对运筹学的各个分支的讲述侧重基本理论、基本知识和基本方法，尽可能减少定理的证明和数学推导，以便加强对实际问题的分析、模型的建立和应用 MATLAB 求解。

本书共分为两部分，第 1 部分讲述 MATLAB 的基本特征、MATLAB 文件和 MATLAB 程序设计；第 2 部分讲述运筹学的基础知识、基本方法，以及如何应用 MATLAB 解运筹学问题。

本书的编写力求由浅入深和循序渐进，引导读者逐步掌握 MATLAB 和运筹学的基础知识，并应用 MATLAB 解运筹学的基本问题。每章都附有适量的习题，以帮助读者学习和掌握所学的内容。

本书是作者为本科生的运筹学课程编写的教材，对于 MATLAB 在运筹学中的应用作了尽可能详尽的说明，并辅有大量的实例。本书可以作为本科生运筹学课程的教材，也可以作为基于 MATLAB 的运筹学课程的教学参考书，还可以供从事运筹学工作的人员参考。

在本书的编写过程中，得到了辛运伟教授的帮助，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，书中可能存在不妥或错误之处，恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

前言

第 1 部分 MATLAB 基础

第 1 章 MATLAB 简介	1
1.1 MATLAB 的基本特征	1
1.2 开始应用 MATLAB	2
1.2.1 MATLAB 交互式会话	2
1.2.2 表达式和运算符	3
1.2.3 数值显示格式	4
1.2.4 内置数学函数	4
1.2.5 赋值操作	4
1.2.6 向量和矩阵的相关运算	5
1.3 绘制二维图形	9
1.3.1 绘制二维图形的基本命令	9
1.3.2 MATLAB 绘图命令的选项	12
1.3.3 便捷绘图函数 fplot 和 ezplot	14
1.3.4 图形的注释与修饰	17
1.3.5 交互式图形绘制函数	19
1.4 解方程和方程组	19
1.4.1 求多项式的根	19
1.4.2 求非线性方程的根	20
1.4.3 求线性代数方程组的解	20
1.4.4 求微分方程的解析解	22
1.4.5 求微分方程初值问题的数值解	24
1.5 在 Word 中使用 MATLAB	26
1.6 MATLAB 的其他窗口简介	26
1.7 MATLAB 的帮助系统	27
1.7.1 帮助命令	27
1.7.2 帮助窗口	28
1.7.3 Demo 演示	28
1.8 习题	28
第 2 章 MATLAB 文件	30
2.1 脚本文件	30
2.1.1 如何编写脚本文件	30
2.1.2 脚本文件内变量的输入	31
2.1.3 输出命令	33

2.1.4	输入和输出数据	35
2.2	用户定义函数和函数文件	37
2.2.1	函数文件的基本结构	38
2.2.2	inline 函数	40
2.2.3	匿名函数	41
2.2.4	局部变量和全局变量	42
2.2.5	MATLAB 函数的调试	42
2.3	习题	43
第 3 章	MATLAB 程序设计	44
3.1	关系运算和逻辑运算	44
3.1.1	关系操作符和逻辑操作符	44
3.1.2	矩阵的逻辑运算	46
3.1.3	常用的 MATLAB 内置函数	46
3.2	通过条件语句实现的转移结构	48
3.2.1	if-end 结构	48
3.2.2	if-else-end 结构	49
3.2.3	if-elseif-else-end 结构	50
3.3	通过 switch-case 语句实现的分支结构	52
3.4	循环结构	53
3.4.1	for-end 循环	53
3.4.2	while-end 循环	54
3.4.3	嵌套循环结构	55
3.5	MATLAB 程序的调试	56
3.5.1	直接调试	57
3.5.2	工具调试	57
3.6	习题	58

第 2 部分 运筹学基础及 MATLAB 在运筹学中的应用

第 4 章	线性规划	59
4.1	一般线性规划问题的数学模型	59
4.1.1	线性规划问题的实例	59
4.1.2	线性规划问题的形式	61
4.1.3	非标准线性规划问题的标准化	62
4.2	线性规划问题的图解法	63
4.3	线性规划的基本概念	66
4.4	线性规划的基本定理	67
4.5	用消去法解线性规划问题——单纯形法的基本原理	68
4.6	单纯形法	76
4.7	单纯形法的进一步讨论	78
4.7.1	人工变量的引入	78
4.7.2	有无限多最优解的情况	81

4.7.3	有无界解的情况	83
4.7.4	无可行解的情况	83
4.7.5	目标函数为最小化的情况	84
4.7.6	退化的基本可行解	84
4.8	单纯形法的矩阵形式	85
4.9	解线性规划问题的内点算法	89
4.10	应用 MATLAB 解线性规划问题	89
4.10.1	适用的线性规划问题的标准形式	89
4.10.2	应用 linprog 函数解线性规划问题	90
4.11	习题	95
第 5 章	对偶理论与灵敏度分析	98
5.1	线性规划的对偶问题的提法	98
5.1.1	线性规划对偶问题的实例	98
5.1.2	线性规划对偶问题的一般定义	100
5.2	线性规划的对偶问题的性质	103
5.3	对偶问题的经济解释——影子价格	105
5.3.1	对影子价格的进一步说明	105
5.3.2	应用 linprog 函数求影子价格并验证影子价格的经济含义	106
5.4	对偶单纯形法	111
5.5	灵敏度分析	114
5.5.1	改变 b_i 的情况	115
5.5.2	c_j 、 a_{ij} 和 b_i 同时改变的情况	118
5.6	参数线性规划	120
5.6.1	参数 b_i 的连续变化	121
5.6.2	参数 c_j 的连续变化	122
5.7	习题	124
第 6 章	线性规划的应用	126
6.1	linprog 函数在多个领域中的应用	126
6.1.1	配料问题	126
6.1.2	生产安排问题	127
6.1.3	工业原材料的合理利用问题	131
6.1.4	工业污水处理问题	132
6.1.5	人员安排问题	133
6.1.6	空气污染控制问题	135
6.1.7	农场管理问题	137
6.1.8	物流中的装箱问题	139
6.1.9	投资的最优分配问题	140
6.2	MATLAB 的 GUI 最优化工具	141
6.3	习题	143
第 7 章	运输问题	145
7.1	产销平衡的运输问题	145

7.1.1	产销平衡的运输问题的提法	145
7.1.2	应用 linprog 函数解产销平衡的运输问题	146
7.2	产销不平衡的运输问题	150
7.2.1	产销不平衡的运输问题的提法	150
7.2.2	生产管理中的类似问题	153
7.3	习题	156
第 8 章	整数规划	157
8.1	整数规划问题的提法	157
8.2	分支定界法	157
8.2.1	分支定界法的基本原理	158
8.2.2	分支定界法的计算过程	159
8.3	求解整数规划问题的 MATLAB 函数	167
8.3.1	IP1 函数的调用格式	167
8.3.2	应用 IP1 函数解整数规划问题	168
8.4	0-1 规划问题	173
8.4.1	0-1 规划问题的提法	173
8.4.2	解 0-1 规划问题的分支定界法	174
8.4.3	解 0-1 规划问题的 MATLAB 函数	179
8.5	习题	181
第 9 章	网络优化问题	182
9.1	图和网络的基本概念	182
9.2	最小支撑树问题	184
9.2.1	最小支撑树	184
9.2.2	求最小支撑树的避圈法	185
9.2.3	应用 graphminspantree 函数求最小支撑树	185
9.3	最短路径问题	191
9.3.1	求最短路径的迪杰斯特拉算法	191
9.3.2	应用 graphshortestpath 函数求最短路径	192
9.4	最大流与最小割问题	199
9.4.1	基本概念	200
9.4.2	解最大流问题的增广链算法	200
9.4.3	应用 MATLAB 求网络最大流和最小割	202
9.5	习题	210
第 10 章	动态规划	212
10.1	解多阶决策问题的动态规划法	212
10.1.1	多阶决策问题的实例	212
10.1.2	应用动态规划解多阶决策问题的基本特征	213
10.1.3	多阶决策问题的一般提法	214
10.1.4	动态规划的基本方程——Bellman 方程	215
10.1.5	动态规划的逆向递归求解法	216
10.1.6	指标函数有贴现因子时的 Bellman 方程	223

10.2	随机动态规划	223
10.2.1	随机动态规划的提法	223
10.2.2	随机动态规划的 Bellman 方程	224
10.3	MATLAB 在动态规划中的应用	226
10.3.1	生产计划问题	226
10.3.2	资源最优配置问题	233
10.3.3	最短路径问题	237
10.4	线性二次型动态规划问题	239
10.5	习题	241
附录	242
附录 A	常用 MATLAB 符号、命令和函数	242
附录 B	IP1 函数	248
附录 C	dynprog 函数	251
参考文献	254

第1部分 MATLAB 基础

第1章 MATLAB 简介

本章介绍 MATLAB 的基本特征和一些简单的应用。由于 MATLAB 有非常丰富的内置函数，并且它们的应用都非常简单，读者学习完本章以后，就可以方便地进行很多常见的数学运算，如求逆矩阵、计算矩阵的行列式、求矩阵的特征值和特征向量、解线性代数方程组、解线性微分方程组等。MATLAB 将会成为读者的得力助手。

1.1 MATLAB 的基本特征

MATLAB 是一个非常受欢迎的技术计算语言，它向用户提供了一个强有力的交互式的计算环境。它有强大的数学计算能力、数据分析和处理能力以及卓越的绘图和数据可视化能力。MATLAB 有丰富的内置函数和各种工具箱供用户使用，并且允许用户开发自己的算法，扩充工具箱的功能，因而，MATLAB 受到用户广泛的欢迎。运筹学中常常遇到大量的数学计算，包括大量的矩阵运算，解微分方程和差分方程，线性规划问题，网络优化问题等，都可以应用 MATLAB 来完成。不仅如此，MATLAB 在国内外高等院校中已经成为很多需要应用数学软件各类课程的基本教学工具。一些研究单位和工作部门也广泛应用 MATLAB 解决各种问题。

MATLAB 具有如下主要特征：

(1) MATLAB 具有出色的数值计算能力。MATLAB 的全称是 Matrix Laboratory，它最初是一种专门用于矩阵运算的软件。矩阵是 MATLAB 的基本运算单元，这使得计算程序更接近于平时书写的计算公式，因而程序简单易读，同时也可以提高计算效率。用户可以只用有限的几行程序，执行一个十分复杂的算法。例如，可以只用短短的 3 行代码解一个有多个未知数的线性代数方程组。

(2) MATLAB 具有丰富的内置函数，用户可以用现成的内置函数解决很多复杂问题，如求解线性代数方程组、微分方程、线性规划问题和网络优化问题以及进行很多复杂的矩阵运算（求矩阵的行列式和逆矩阵等）。例如，用户可以只用内置函数完成求矩阵的特征值和特征向量的复杂计算。

(3) MATLAB 具有丰富的绘图能力，使计算结果可视化。MATLAB 可以方便地绘制二维和三维图形，实现各种专业数据的可视化显示，使用户可以从大量数据中找到内在规律，掌握数据所包含的内在本质信息。

(4) MATLAB 容易学习，编程效率高，用户使用方便。

1.2 开始应用 MATLAB

1.2.1 MATLAB 交互式会话

用户应用 MATLAB 是通过交互式的相互作用进行的，称为交互式会话。

双击计算机桌面上的 MATLAB 图标，就会弹出 MATLAB 窗口，如图 1-1 所示。MATLAB 窗口包含了几种子窗口，右边的子窗口是命令窗口。命令窗口是用户与 MATLAB 交互作用的桥梁，用户可以在这里以交互模式输入变量、运行程序，显示除图形以外的一切运行结果。打开 MATLAB 以后，在命令窗口会出现命令提示符“>>”，这时用户输入简单的命令，按 <Enter> 键即可完成运算。

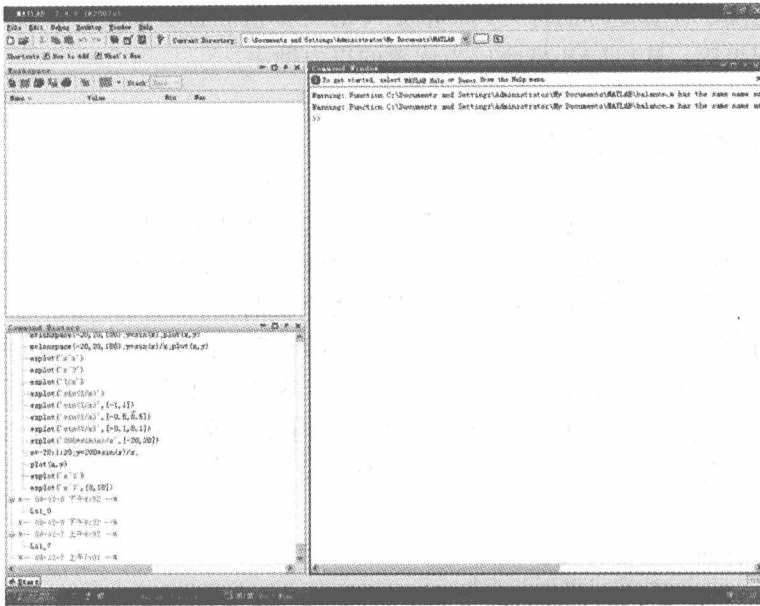


图 1-1 MATLAB 7.4.0(R2007a)的窗口

例如，在命令窗口中输入如下内容：

```
>> s = 2 + 3  
s =  
5
```

运算结束后又会出现命令提示符“>>”，用户可以输入新的命令。计算结果存在变量 s 内，可以随时调用。

```
>> s  
s =  
5
```

再举一个例子：

```
>> sin(pi/4)
ans =
    0.7071
```

这里 pi 是 MATLAB 的预置变量，代表圆周率。

```
>> pi
ans =
    3.1416
```

ans 是计算结果默认的变量名。

命令窗口是 MATLAB 最重要的组成部分，也是应用最频繁的窗口，对它再做以下几点说明：

(1) 在命令中，空格不参加运算；在程序中，可以用它来增加可读性。

(2) 几条命令可以写在同一行内，用逗号分隔，按 <Enter> 键后它们将自左至右顺序地执行。

(3) 在命令窗口中不能返回到前面的命令行进行修改后再重新执行。

(4) 如果某一行太长，可以在行尾加上 3 个句点“...”，然后按 <Enter> 键，在下一行继续。在 MATLAB 中，“...”称为续行号，作用是连接较长的单行未完指令。例如：

```
>> 0.7854 - (0.7854)^3 / (1 * 2 * 3) + 0.785^5 / (1 * 2 * 3 * 4 * 5) ...
    - (0.785)^7 / (1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7)
ans =
    0.7071
```

(5) 在命令后面输入分号“;”时，执行命令后，命令的输出不显示。当命令执行的结果是显然的或已知的时候，可以在命令后面输入分号，不显示命令执行的结果；当命令执行的结果太长时，也可以在命令后面输入分号，不显示命令执行的结果，而选取其他的方式显示执行的结果，如采用图形显示。

(6) 变量名可以由字母、数字和下画线组成，最长不超过 63 个字符，必须由字母开头，字母区分大、小写。特殊变量：ans(计算结果的默认变量名)、pi(圆周率)、eps(计算机的最小数)、inf(无穷大)、NaN 或 nan(不定量)、i 或 j($\sqrt{-1}$) 不能用做变量名。

(7) 如果一个变量已经存在，输入这个变量然后按 <Enter> 键，就显示这个变量的值。

(8) 由 % 开始的行是注解，不参加运算，% 也可以在一行的 MATLAB 命令的后面，它不影响命令的执行。有 % 引出的注释可以对程序进行说明，从而提高程序的可读性。

(9) 命令窗口在工作一段时间以后，可以用 clc 命令清除命令窗口，这时以前执行的命令还存在，执行的结果还可以调用，只是显示被清除了。

1.2.2 表达式和运算符

MATLAB 中表达式的书写规则与手写方式非常接近，并且按照与常规相同的优先级自左向右执行，即指数运算级别最高，乘除运算次之，加减运算最低。需要时可以用括号改变运算次序，即圆括号最优先并且先从里面的圆括号开始执行。

运算符 +、-、*、/、\ 和 ^ 分别表示加、减、乘、右除、左除和幂运算。例如， $2^3 + 3(4 + 7)$ 可以写为

```
>> s = 2^3 + 3 * (4 + 7)
s =
    41
```

由此可以看出，MATLAB 可以方便地进行算术运算，其功能和操作与普通的计算器类似。

1.2.3 数值显示格式

MATLAB 命令的执行结果赋值给指定的变量并显示在屏幕上，没有指定变量时赋值给 ans。MATLAB 总是以双精度执行所有运算，而结果的显示则由 format 命令控制。format short 命令控制显示包含 4 位小数的十进制数；format long 命令控制显示包含 15 位小数的十进制数。默认格式为短格式 format short。例如：

```
>> 4 / 3
ans =
    1.3333
>> format long
>> 4 / 3
ans =
    1.3333333333333333
```

MATLAB 用符号 e 代表对 10 的幂操作，如 5.3268×10^3 显示为 5.3268e + 03。

1.2.4 内置数学函数

MATLAB 中有丰富的内置函数，这里仅将最常用的内置函数列举如下：

- (1) abs(x)：标量的绝对值，向量的长度。
- (2) sqrt(x)：开二次方。
- (3) real(z)：复数 z 的实部。
- (4) imag(z)：复数 z 的虚部。
- (5) conj(z)：复数 z 的共轭复数。
- (6) sign(x)：符号函数。当 $x > 0$ 时， $\text{sign}(x) = 1$ ；当 $x = 0$ 时， $\text{sign}(x) = 0$ ；当 $x < 0$ 时， $\text{sign}(x) = -1$ 。
- (7) exp(x)：表示 e^x ，即以 e 为底的 x 的指数函数。
- (8) log(x)：以 e 为底的对数，数学中常记为 $\ln x$ 。
- (9) log10(x)：以 10 为底的对数，数学中常记为 $\log_{10} x$ 。
- (10) sin(x)：正弦函数。
- (11) cos(x)：余弦函数。
- (12) tan(x)：正切函数。

1.2.5 赋值操作

一个变量命名后，可以给它赋值。等号“=”是给变量赋值的符号。赋值符号运用的格

式为

变量名 = 一个数值或一个可计算的表达式

可计算的表达式可以包含数值和前面已经赋值的变量。当按 <Enter> 键时，赋值符号右边的值就赋给了赋值符号左边的变量，并且 MATLAB 在下一行显示这个变量和赋给它的值。例如：

```
>> x = 16
x =
    16
>> x = 4 * x + 6
x =
    70
```

上述例子中，方程式 $x = 4 * x + 6$ 的含义是：4 乘以已经赋值 16 的变量 x 再加 6，而不是方程式 $x = 4x + 6$ ，这个方程的解是 $x = -2$ 。在 MATLAB 中，以连接的两个等号“==”作为等式中的等号。一个已经赋值的变量可以通过赋值操作赋予新的值。

MATLAB 有几个事先赋值的变量： π 是圆周率； ϵ 是两个数的最小的差，它等于 2^{-52} ； ∞ 表示无穷大；NaN 或 nan 表示不定数，如 $0/0$ ； i 或 j 表示 $\sqrt{-1}$ 。

1.2.6 向量和矩阵的相关运算

1. 创建向量和矩阵

在数学中，我们常遇到标量、向量和矩阵。在 MATLAB 中，用 [1 2 3] 表示行向量；[1; 2; 3] 表示列向量；[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9] 表示矩阵。一般来说，矩阵按行输入，元素之间用空格隔开，行与行用“;”隔开。行向量和列向量分别作为只有一行的矩阵和只有一列的矩阵。也可以用逗号代替空格分隔元素。例如：

```
>> [1 2 3]
ans =
     1     2     3
>> [1; 2; 3]
ans =
     1
     2
     3
>> [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
ans =
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

除了按上面的方法列出向量的所有元素外，还有以下特殊命令可以用来创建一维数组

(向量)。

```
variable_name = [m:q:n]
```

其中, m 是起始值(第 1 个元素); n 是终止值(最后的元素); q 是增量。例如:

```
>> a = [1:3:13]
a =
     1     4     7    10    13
```

如果只给出起始值和终止值: $variable_name = [m:n]$, 则默认增量为 1。例如:

```
>> b = [-2:5]
b =
    -2    -1     0     1     2     3     4     5
```

增量也可以是负值, 例如:

```
>> c = [6:-1:0]
c =
     6     5     4     3     2     1     0
```

还可以用函数 `linspace` 创建数组, 格式为

```
variable_name = linspace(xi, xf, n)
```

其中, xi 是起始值; xf 是终止值; n 是项数。例如:

```
>> d = linspace(0, 8, 6)
d =
     0   1.6000   3.2000   4.8000   6.4000   8.0000
```

矩阵的元素可以是表达式, 例如:

```
>> a = 6; b = 3; c = 4; D = [b, a*c, cos(pi/3); c^2, sqrt(c^2/a), 14]
D =
     3.0000    24.0000     0.5000
    16.0000     1.6330    14.0000
```

前面介绍的创建向量的方法可以用于产生矩阵的行, 例如:

```
>> A = [1:2:11; 0:5:25; linspace(10, 60, 6); 1 2 3 4 5 6]
A =
     1     3     5     7     9    11
     0     5    10    15    20    25
    10    20    30    40    50    60
     1     2     3     4     5     6
```

2. 常用的矩阵运算

矩阵的加、减、乘、乘方的运算符与标量相同。例如, 算式 $A+B$ 、 $A-B$ 、 $A*B$ 和 A^2

分别表示矩阵 A 加矩阵 B 、矩阵 A 减矩阵 B 、矩阵 A 乘矩阵 B 和矩阵 A 的二次方。

A/B 表示矩阵右除，对应于方程 $xA = B$ 的解，要求 A 的列数与 B 的列数相等；当 A 为可逆方阵时， $B/A = BA^{-1}$ ，在 MATLAB 中也可表示为 $B * \text{inv}(A)$ 。 $A \setminus B$ 表示矩阵左除，对应于方程 $Ax = B$ 的解，要求 A 的行数与 B 的行数相等；当 A 为可逆方阵时， $A \setminus B = A^{-1}B$ ，也可表示为 $\text{inv}(A) * B$ 。

MATLAB 关于向量和矩阵的内置函数有：

(1) $\text{min}(A)$ ：向量 A 的元素的最小值。如果 A 是矩阵，则是由每列的最小元素构成的行向量。

(2) $\text{max}(A)$ ：向量 A 的元素的最大值。如果 A 是矩阵，则是由每列的最大元素构成的行向量。

(3) $\text{median}(A)$ ：向量 A 元素的中位数。

(4) $\text{sum}(A)$ ：向量 A 元素的总和。

(5) $\text{mean}(A)$ ：向量 A 元素的平均值。

(6) $\text{dot}(A, B)$ ：向量 A 和 B 的内积。

(7) $\text{inv}(A)$ ：方阵 A 的逆矩阵 A^{-1} 。

(8) $\text{det}(A)$ ：方阵 A 的行列式 $|A|$ 。

(9) $\text{trac}(A)$ ：矩阵 A 的迹，即 A 的对角线元素的和。

(10) $\text{rank}(A)$ ：矩阵 A 的秩。

(11) $\text{poly}(A)$ ：矩阵 A 的特征多项式。

(12) $[V, E] = \text{eig}(A)$ ：矩阵 A 的特征值和特征向量。其中， V 的列是特征向量； E 的对角线元素是特征值。

(13) $\text{exp}(A)$ ：矩阵 A 的每个元素的指数构成的矩阵。

(14) $\text{log}(A)$ ：矩阵 A 的每个元素的对数构成的矩阵。

(15) $\text{sqrt}(A)$ ：矩阵 A 的每个元素的二次方根构成的矩阵。

使用向量和矩阵的这些内置函数就已经可以进行很多复杂的代数运算了，并且使用非常方便，下面举例进行说明。

【例 1-1】 执行以下命令。

```
A = [1 2 3 4 5 6]
a = [1 3 5 7 9];
max(a)
ans =
    9
A = [1 3 5 7 9
     2 4 6 8 10
     1 2 3 4 5]
>> max(A)
ans =
    2    4    6    8   10
```