

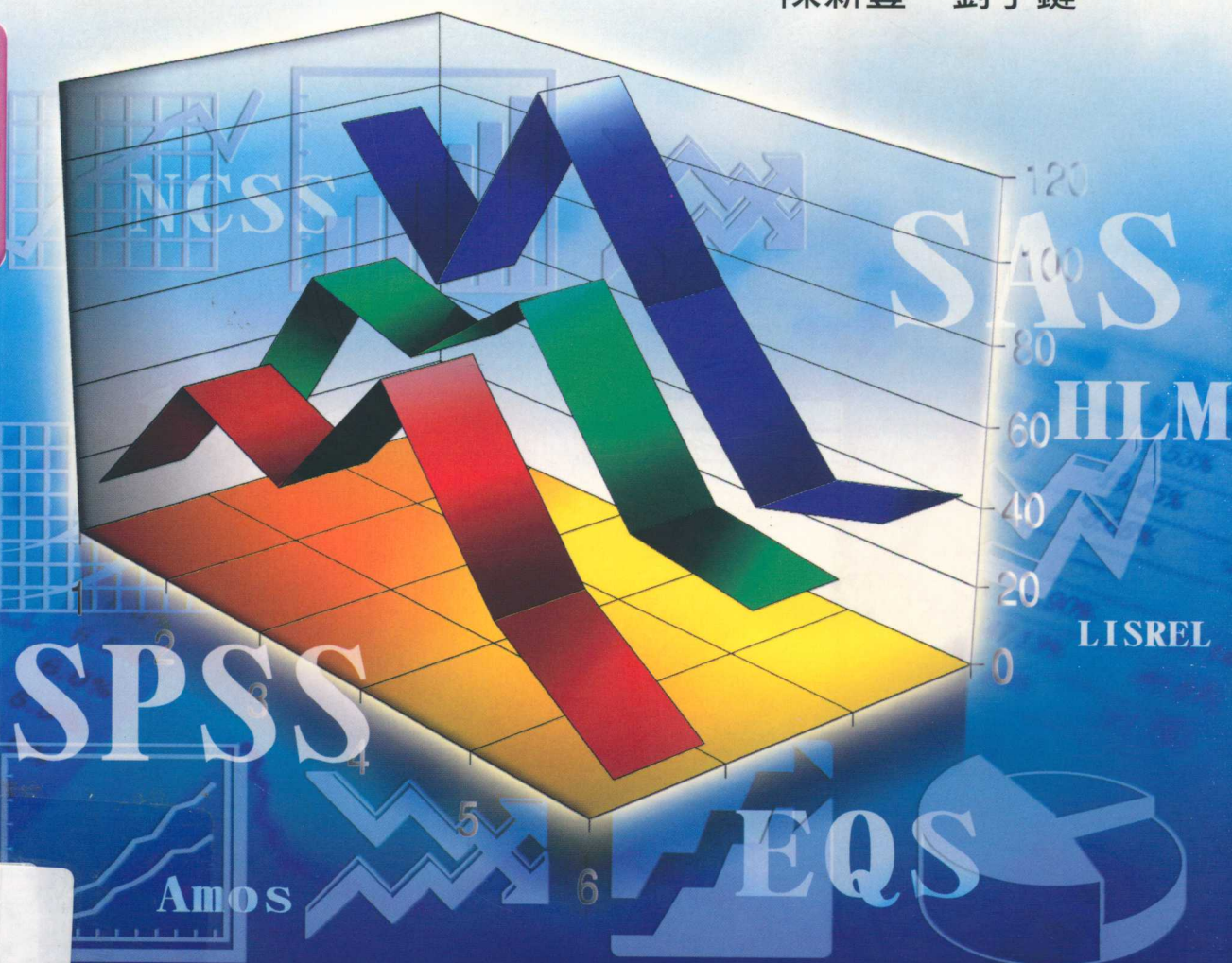
Multivariate Analysis

多變量分析方法

—統計軟體應用

陳正昌 程炳林 合著
陳新豐 劉子鍵

統計學書系



多變量分析方法

統計軟體應用

陳正昌、程炳林
陳新豐、劉子鍵 編著

五南圖書出版公司 印行

在知識的殿堂裡，學術的傳播不分國界，
每個靈感、每道聲音、每個思想、每個研究，
在「五南」都會妥善的被尊重、被珍視
進而
激盪出更多的火花，
交融出更多的經典！



五南文化廣場

橫跨各種領域的專業性、學術性書籍，在這裡必能滿足您的絕佳選擇！

台中總店

台中市中山路6號【台中火車站對面】
電話：(04)2226-0330 傳真：(04)2225-8234

海洋書坊

基隆市北寧路二號【國立海洋大學內】
電話：(02)2463-6590 傳真：(02)2463-6591

台北師大店

臺北市師大路129號B1
電話：(02)2368-4985 傳真：(02)2368-4973

逢甲店

台中市河南路二段240號【近逢甲大學東側門】
電話：(04)2705-5800 傳真：(04)2705-5801

嶺東書坊

台中市嶺東路1號【嶺東學院內】
電話：(04)2385-3672 傳真：(04)2385-3719

高雄店

高雄市中山一路290號【近高雄火車站】
電話：(07)235-1960 傳真：(07)235-1963

屏東店

屏東市民族路104號2樓【近火車站】
電話：(08)732-4020 傳真：(08)732-7357

* 凡出示教師識別卡，皆可享9折優惠。(特價品除外)

* 本文化廣場將在台北、基隆、桃園、中壢、新竹、
彰化、嘉義、台南、屏東、花蓮等大都市，陸續佈
點開店，為知識份子，盡一份心力。



五南文化事業機構
WU-NAN CULTURE ENTERPRISE

台北市106 和平東路二段339號4樓 TEL: (02)2705-5066 FAX: (02)2706-6100
網址: <http://www.wunan.com.tw> E-mail: wunan@wunan.com.tw

作者簡歷

陳正昌

政治大學教育研究所博士

屏東師範學院初等教育學系副教授

程炳林

臺灣師範大學教育心理與輔導研究所博士

成功大學教育研究所教授

陳新豐

政治大學教育研究所博士

屏東師範學院初等教育學系助理教授

劉子鍵

臺灣師範大學教育心理與輔導研究所博士

中央大學學習與教學研究所助理教授

序 言

在社會及行為科學的研究中，隨著研究方法的複雜及個人電腦的普及，應用多變量統計方法來分析資料的機會也相對增加。特別是近年來，各大學研究生人數逐年增加，基於學位論文撰寫的需要，多變量統計方法及統計套裝軟體的運用乃成為不可或缺的能力。

九年前，有鑑於初次接觸多變量統計分析的學習者經常對於電腦程式的撰寫及報表閱讀感到困難，陳正昌及程炳林乃以當時國內較普遍的統計軟體為主，撰寫《SPSS、SAS、BMDP 統計軟體在多變量統計上的應用》一書，介紹這三套軟體在多變量統計上的應用，並特別針對輸出報表做比較詳細的說明。感謝讀者的支持，使該書歷經兩版共四刷；更有近三百位碩博士生在學位論文中，以該書為參考文獻。

當時該書主要是以介紹三套電腦統計軟體的程式語法及輸出報表為主，在統計理論部分的說明相對較少。另一方面，隨著電腦統計軟體視窗版的不斷發展與更新，使得程式語法在多變量統計分析過程中，不再是絕對必要。因此，大約在四年前，筆者就有改寫該書的計畫，所以乃由陳正昌另外邀請兩位作者一同參與改寫該書的計畫。最近，出版社告知前一本書已經售罄，加上改寫工作初步完成，因此乃以《應用多變量分析方法—統計軟體應用》這一新書取代《SPSS、SAS、BMDP 統計軟體在多變量統計上的應用》。

對於「多變量分析」(multivariate analysis)，如果採用較嚴格的定義——用來分析兩個以上依變項的統計方法，則多元迴歸分析並不包含在內。因此，我們採用較寬鬆的定義，把同時處理三個以上變項的統計方法均涵蓋在本書的範圍。我們挑選了較常用的多元迴歸分析 (multiple regression analysis)、典型相關分析 (canonical correlation analysis)、區別分析 (discriminant analysis)、平均數之假設考驗 (hypothesis testing of means)、多變量變異數分析 (multivariate analysis of variance, MANOVA)、主成份分析 (principal component analysis)、因素分析 (factor analysis)、集群分析 (cluster analysis)、多元尺度法 (multidimensional scaling,

MDS)、結構方程模式 (structural equation modeling, SEM), 及階層線性模式 (hierarchical linear model, HLM) 等十一種方法加以介紹。在多數的章節中, 第一部分均為理論的說明, 第二部分是應用各種統計軟體 (以 SAS 及 SPSS 為主) 配合實際的資料加以解說, 第三部分則為統計摘要。

在本書中, 我們主要使用 SAS 8.2 版 (也適用於 9.0 及 9.1 版)、SPSS 10.0.7 中、英文版 (也適用於比較新的 11.5、12.0 及 13.0 版) 做為分析的工具。不過, 第四章除了使用 SPSS 外, 也兼用 NCSS 2004 版, 第九章採用 LISREL 8.54 版、EQS 6.1 版, 及 Amos 5.0 版, 第十一章則應用 HLM 5.05 版進行分析。在視窗環境下中, 許多統計套裝軟體已經不太需要撰寫程式, 所以本書在 SPSS、NCSS 及 HLM 部分, 均有點取選單 (menu) 的圖示。不過因為有部分分析方法 (特別是多變量變異數分析及結構方程模式), 無法利用選單涵蓋所有功能, 因此我們仍配合使用撰寫程式的方式進行分析 (程式中大寫部分為指令, 讀者可以全部照引; 小寫部分為變項, 需要視個人資料加以更改)。輸出報表部分, 為了不增加太多的篇幅, 都只選擇一套軟體為主要解說的依據, 必要時再輔以其它軟體。幸好, 較知名的統計套裝軟體之輸出結果差異都不大, 讀者應該都可以從本書中找到需要的說明。

本書能夠順利出版, 首先要感謝林清山教授及吳裕益教授, 他們在本書的前身——《SPSS、SAS、BMDP 統計軟體在多變量統計上的應用》中, 細心地指正錯誤之處。而林清山教授、林邦傑教授、馬信行教授、余民寧教授、郭貞教授, 及詹志禹教授在多變量統計相關課程的知識傳授, 是本書得以完成的憑藉。當然, 五南圖書出版公司慨允出版, 許多讀者對前一版著作的支持, 更是我們最需要感謝的。

本次改版, 我們仍然選擇自己排版, 因此書中所有文字及公式都是花費許多時間及心力才完成, 希望讀者能夠接受。當然, 不論如何用心, 錯誤疏漏之處或恐難免, 敬祈諸位先進直接與我們聯繫, 提出批評指正, 謹此表示感謝之意。如果需要書中的資料檔進行練習, 煩請上陳正昌的網頁, 在「個人著作」之「專書」部分下載 (<http://cclearn.npttc.edu.tw/tuition/ccchen-web/>)。

陳正昌、程炳林、陳新豐、劉子鍵 謹識

2005 年 1 月

目 錄

1 多元迴歸分析	1
1.1 理論部分	1
1.1.1 迴歸的意義	1
1.1.2 簡單迴歸	2
1.1.3 淨相關及部分相關	3
1.1.4 兩個預測變項的多元迴歸	4
1.1.5 三個以上預測變項的多元迴歸	5
1.1.6 虛擬變項的多元迴歸	9
1.1.7 迴歸診斷	10
1.2 應用部分	15
1.2.1 範例說明	15
1.2.2 SPSS 分析步驟圖	16
1.2.3 SPSS 程式	21
1.2.4 SPSS 程式說明	22
1.2.5 SAS 程式	23
1.2.6 SAS 程式說明	23
1.2.7 報表及解說	24
1.3 分析摘要表	38
2 典型相關分析	41
2.1 理論部分	41
2.1.1 典型相關的意義	41
2.1.2 典型相關的基本假定	42
2.1.3 典型加權、典型因素與典型相關係數	43
2.1.4 典型因素結構係數	44
2.1.5 交叉結構係數	45
2.1.6 平均解釋量	46

2.1.7	重疊量數.....	47
2.1.8	典型相關係數的顯著性考驗.....	48
2.1.9	以相關矩陣計算典型相關.....	49
2.2	應用部分.....	51
2.2.1	範例說明.....	51
2.2.2	SPSS 程式.....	52
2.2.3	SPSS 程式說明.....	52
2.2.4	SAS 程式	53
2.2.5	SAS 程式說明	53
2.2.6	報表及解說.....	54
2.3	統計摘要表.....	66
3	區別分析	69
3.1	理論部分	69
3.1.1	緒言	69
3.1.2	原始區別函數係數.....	71
3.1.3	標準化區別函數係數.....	72
3.1.4	結構係數.....	73
3.1.5	標準化區別函數係數與結構係數孰重.....	73
3.1.6	統計顯著性考驗.....	73
3.1.7	分類的方法.....	74
3.1.8	分類的有效性.....	78
3.1.9	交叉驗證.....	79
3.1.10	基本假設.....	80
3.1.11	逐次區別分析.....	80
3.1.12	區別分析與其他分析方法.....	81
3.2	應用部分	81
3.2.1	範例說明.....	81
3.2.2	SPSS 分析步驟圖.....	82
3.2.3	SPSS 程式.....	84
3.2.4	SPSS 程式說明.....	85
3.2.5	SAS 程式	85

3.2.6	SAS 程式說明	86
3.2.7	報表及解說	86
3.3	分析摘要表	101
4	平均數之假設考驗	103
4.1	理論部分	103
4.1.1	一個樣本之平均數考驗	103
4.1.2	兩個獨立樣本之平均數考驗	105
4.1.3	兩個相依樣本之平均數考驗	107
4.2	應用部分	108
4.2.1	範例一 (一個樣本平均數之考驗)	108
4.2.2	範例二 (兩個獨立樣本平均數之考驗)	116
4.2.3	範例三 (兩個相依樣本平均數之考驗)	123
4.3	統計摘要表	130
5	多變量變異數分析	133
5.1	理論部分	133
5.1.1	MANOVA 的使用時機	133
5.1.2	MANOVA 的基本假定	133
5.1.3	MANOVA 的分析步驟	134
5.2	應用部分	140
5.2.1	範例說明	140
5.2.2	獨立樣本單因子多變量變異數分析 (範例一)	142
5.2.3	獨立樣本二因子多變量變異數分析 (範例二)	152
5.2.4	單純主要效果考驗 (範例二)	159
5.3	統計摘要表	164
6	主成份分析	167
6.1	理論部分	167
6.1.1	主成份分析的功能	167
6.1.2	主成份分析基本概念	168
6.2	應用部分	171

6.2.1	範例說明.....	171
6.2.2	SPSS 分析步驟圖.....	171
6.2.3	SPSS 程式.....	173
6.2.4	SPSS 程式說明.....	173
6.2.5	SAS 程式	174
6.2.6	SAS 程式說明	175
6.2.7	報表及解說.....	176
6.3	分析摘要表.....	185
7	因素分析.....	187
7.1	理論部分.....	187
7.1.1	因素分析的功能.....	187
7.1.2	因素分析的基本理論.....	187
7.1.3	因素分析的步驟.....	193
7.1.4	因素分析的留意事項.....	197
7.2	應用部分.....	197
7.2.1	範例說明.....	197
7.2.2	SPSS 分析步驟圖.....	197
7.2.3	SPSS 程式.....	199
7.2.4	SPSS 程式說明.....	200
7.2.5	SAS 程式	200
7.2.6	SAS 程式說明	200
7.2.7	報表及解說.....	201
7.3	分析摘要表.....	215
8	集群分析.....	217
8.1	理論部分.....	217
8.1.1	如何將觀察體分類.....	218
8.1.2	集群分析的意義及目的.....	221
8.1.3	相似性及相異性的計算.....	222
8.1.4	階層式的分析方法.....	230
8.1.5	非階層式的分析方法.....	238

- 8.1.6 集群數的判斷.....240
 - 8.1.7 如何描述各集群的特性.....243
 - 8.1.8 其他注意事項.....243
 - 8.1.9 小結.....245
- 8.2 應用部分.....245
 - 8.2.1 範例說明.....245
 - 8.2.2 SPSS 分析步驟圖.....245
 - 8.2.3 SPSS 程式.....251
 - 8.2.4 SPSS 程式說明.....252
 - 8.2.5 SAS 程式.....252
 - 8.2.6 SAS 程式說明.....253
 - 8.2.7 報表及解說.....254
- 8.3 分析摘要表.....269

9 多元尺度法.....271

- 9.1 理論部分.....271
 - 9.1.1 多元尺度法的功能.....271
 - 9.1.2 多元尺度法的基本理論.....272
 - 9.1.3 多元尺度法的分析步驟.....277
- 9.2 應用部分.....277
 - 9.2.1 範例說明.....277
 - 9.2.2 SPSS 分析步驟圖.....278
 - 9.2.3 SPSS 程式.....280
 - 9.2.4 SPSS 程式說明.....280
 - 9.2.5 SAS 程式.....281
 - 9.2.6 SAS 程式說明.....281
 - 9.2.7 報表及解說.....282
- 9.3 分析摘要表.....293

10 結構方程模式.....295

- 10.1 理論部分.....295
 - 10.1.1 SEM 分析軟體.....295

10.1.2	LISREL 的模式架構與統計原理	296
10.1.3	LISREL 模式的次模式	302
10.1.4	LISREL 的分析步驟	302
10.2	應用部分	317
10.2.1	多指標因果模式	318
10.2.2	多因素驗證性因素分析	364
10.2.3	二階驗證性因素分析	379
10.2.4	單指標徑路分析模式	405
11	階層線性模式	423
11.1	理論部分	423
11.1.1	階層線性模式的發展	423
11.1.2	階層線性模式的理論基礎	424
11.1.3	階層線性模式之五大次模式	429
11.1.4	模式摘要	433
11.2	應用部分	435
11.2.1	範例說明	435
11.2.2	資料之準備及讀取	436
11.2.3	具有隨機效果的單因子變異數分析模式	439
11.2.4	隨機係數的迴歸模式	442
11.2.5	以階層一方程式的各組平均數 做為階層二方程式之結果變項的迴歸模式	444
11.2.6	以階層一方程式的截距及斜率 做為階層二方程式之結果變項的模式	447
11.3	分析摘要	451
	參考書目	453
	中英文索引	461

1.1 理論部分

1.1.1 迴歸的意義

依據統計，迴歸分析 (regression analysis) 與變異數分析 (analysis of variance) 是研究者經常使用的統計方法。而迴歸分析主要用途的有二：一為解釋，二為預測。解釋的功能主要在於說明預測變項與效果變項間的關聯強度及關聯方向；預測的功能則是使用迴歸方程式，利用已知的自變數來預測未知的依變數。例如：研究者可以利用以往的高中生各科畢業成績當預測變項，而以其大學入學成績當效標變項，來建立迴歸方程式，以解釋哪些科目對大學入學成績最有預測作用，及其總預測效果如何。如果其它條件相同，則可利用今年度尚未參加大學入學考試的高中應屆畢業生的各科畢業成績，以預測他們參加入學考試的成績。

但是為什麼預測的統計方法要稱為迴歸呢？這是來自於生物遺傳的研究發現。舉例來說：臺灣地區在民國 26 年到 38 年出生的男性，其平均身高是 167 公分；而他們已成年兒子的平均身高是 172 公分。所以我們可以兩代間的身高平均增加了 5 公分。

假設有一位在民國 26~38 年間出生的男性，其身高是 167 公分，那麼他兒子的身高極有可能剛好就是 172 公分。但是如果某一位男性的身高是 160 公分 (低於平均數)，他兒子的身高剛好是 165 公分的可能性就會比較小，而比較有可能高於 165 公分 (假設是 168 公分)。另外一位男性如果身高是 177 公分 (高於平均數)，則他兒子的身高剛好是 183 公分的可能性也不大，而比較有可能低於 183 公分 (假

設是 180 公分)。這種趨向平均數的現象稱為迴歸 (regression)。

1.1.2 簡單迴歸

簡單迴歸方程式以 $\hat{Y} = bX + a$ 表示，其中 b 是迴歸的原始加權係數，又稱為斜率 (slope)， a 是常數項 (constant)，又稱為截距 (intercept)， $\hat{Y}$ 是由 X 所預測的數值，與真正的 Y 變數有差距，差距 (殘差, residual) $e = Y - \hat{Y}$ 。迴歸分析最常使用最小平方法 (least squares method, LS) 以求解，LS 法須符合兩個條件：一是： $\Sigma(Y - \hat{Y}) = \Sigma e = 0$ ，一是 $\Sigma(Y - \hat{Y})^2 = \Sigma e^2 \Rightarrow \min$ 。

簡單迴歸分析的虛無假設是 $H_0: b = 0$ ，對立假設則為 $H_1: b \neq 0$ 。除非有特別的理由，不然截距 a 是不設定為 0 的 (即使 t 考驗的結果不顯著)。

$$\text{求解後 } b = \frac{CP_{XY}}{SS_X} = \frac{\Sigma XY - \frac{\Sigma X \Sigma Y}{N}}{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{N}}, \text{ 且迴歸方程式一定通過座標上 } (\bar{X}, \bar{Y}) \text{ 這一}$$

點 (也就是 $\bar{Y} = b\bar{X} + a$)，所以 $a = \bar{Y} - b\bar{X}$ 。

如果分別將 X 、 Y 變數化為 z 分數，求得的迴歸方程式為 $\hat{z}_Y = \beta z_{X_1}$ ， β 為迴歸之標準化加權係數。在簡單迴歸中， $\beta = r$ 。一般而言，原始的迴歸方程式比較適合直接使用，而標準化迴歸方程式常用在比較預測變項的重要性。美國心理學會 (Wilkinson, 1999) 建議：一般情形下原始及標準化迴歸係數都要呈現在研究結果中。不過，如果是純粹應用性的研究，只要列出原始係數；而純粹理論性的研究，則只要列出標準化係數。

當研究者不知道 X 而想預測 Y ，最好的方法就是使用 $\bar{Y}$ ，因為 $\Sigma(Y - \bar{Y}) = 0$ ，而 $\Sigma(Y - \bar{Y})^2 \Rightarrow \min$ ， $\Sigma(Y - \bar{Y})^2$ 就是 Y 變數的離均差平方和 (SS_Y)，一般稱為 SS_{total} 。

如果知道 X 而想預測 Y ，最好的方法就是使用 $\hat{Y}$ ， $\Sigma(\hat{Y} - \bar{Y})^2$ 表示使用 $\hat{Y}$ 而不用 $\bar{Y}$ 預測 Y 而減少的錯誤， $SS_{reg} = \Sigma(\hat{Y} - \bar{Y})^2$ 。

前面說過： $\Sigma e^2 = \Sigma(Y - \hat{Y})^2$ ，這是使用迴歸方程式不能預測到 Y 的部分，也就是知道 X 而預測 Y ，但仍不能減少的錯誤， $SS_{res} = \Sigma(Y - \hat{Y})^2$ 。

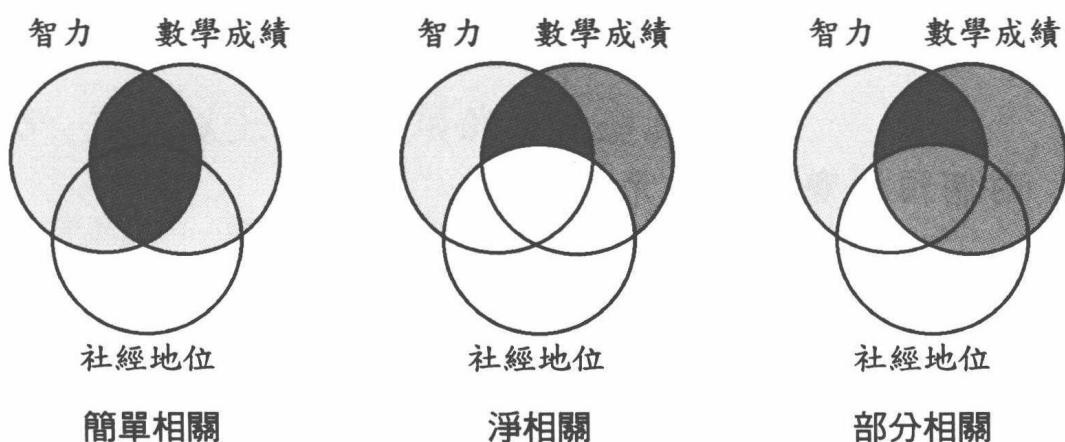
$$SS_{total} = SS_{reg} + SS_{res}, \text{ 所以 } SS_{reg} = SS_{total} - SS_{res}。$$

在計算迴歸的效果量 (effect size) 時，一般會使用消減錯誤比例 (proportional reduction in error, PRE)。 $PRE = \frac{E_1 - E_2}{E_1}$ ， E_1 是不知道 X 變數而直接預測 Y 變數時的錯誤，也就是 SS_{total} ； E_2 是知道 X 而預測 Y 的錯誤，也就是 SS_{res} ，因此迴歸分析的 $PRE = \frac{SS_{total} - SS_{res}}{SS_{total}} = \frac{SS_{reg}}{SS_{total}} = r^2$ ， r^2 稱為決定係數 (coefficient of determination)。

1.1.3 淨相關及部分相關

在介紹多元迴歸分析之前，有必要對淨相關 (partial correlation) 及部分相關 (part correlation) 的概念加以說明。

簡單相關、淨相關及部分相關可以分別用下圖表示：



以上圖中為例，假使研究者認為：「社會經濟地位」會同時影響「智力」及「數學成績」（也就說前者是後兩者共同的因），因此想要將「社會經濟地位」的效果同時自「智力」與「數學成績」中排除，再分析後兩者之間是否有關聯。一般會使用淨相關（或稱偏相關）來分析這個問題。在本問題中因為排除一個變數的影響之後，再求另兩個變數間的單純相關，所以又可稱為一階淨相關 (first-order partial correlation)。依此類推，如果排除二個變數的影響，則稱為二階淨相關 (second-order partial correlation)，不過一般較少使用。

假使研究者認為：「社會經濟地位」只會直接影響「智力」（可能經由遺傳），

對「數學成績」只有間接影響（可能經由智力、文化資本或是教育態度），因此只想要將「社會經濟地位」的效果自「智力」中排除，但是並不將「社會經濟地位」的效果自「數學成績」中排除，最後再看「智力」與「數學成績」是否仍有關聯。一般使用部分相關來分析這個問題。部分相關又稱為半淨相關（semi-partial correlation），因為它只排除對其中一個變數的效果。

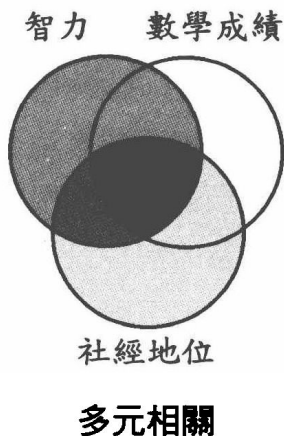
在此例中，淨相關是先以社經地位為預測變數，分別以智力及數學成績為依變數，進行簡單迴歸分析，然後求其各自的殘差，最後再求兩個殘差的簡單相關。部分相關則是以社經地位為預測變數，智力為依變數，進行簡單迴歸分析，然後求其殘差，最後再求殘差與數學成績的簡單相關。

假設以 X_1 代表智力， X_2 代表數學成績， X_3 代表社經地位，則排除社經地位影響後，智力與數學成績的淨相關為 $r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{1-r_{13}^2}\sqrt{1-r_{23}^2}}$ ；而排除社經地位影響後的智力，與數學成績的部分相關為 $r_{2(1.3)} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{1-r_{13}^2}}$ 。

1.1.4 兩個預測變項的多元迴歸

多元迴歸的概念可以用以下的圖說明之。在圖中，如果只有智力與數學成績，那麼智力對數學成績的預測力就是簡單相關的平方。但是如果加入社經地位後，因為社經地位與智力有關係，所以它們對數學成績的聯合預測力（圖形 ● 部分）就會分成三個部分：第一部分是智力對數學成績單獨的預測力（圖形 ▲ 部分），第二部分是社經地位對數學成績單獨的預測力（圖形 ▴ 部分），第三部分則是智力及社經地位共同對數學成績的預測力（圖形 ● 部分）。所以為了增加迴歸分析的預測力，所有的預測變數之間的相關要愈低愈好，而每個預測變數與依變數的相關則要愈高愈好。如果每個預測變數之間的相關都是 0，則所有預測變數與依變數的多元相關就等於個別相關係數的總和，此時自變數對依變數的整體預測力最大，同時也沒有多元共線性（multicollinearity）的問題。

多元迴歸之決定係數的平方根為多元相關係數（multiple correlation coefficient），它是一組變項與一個變項之間的相關係數。多元相關係數都是正數。



如果只有兩個預測變數，則未標準化迴歸係數 $b_1 = \frac{r_{1Y} - r_{12}r_{2Y}}{1 - r_{12}^2} \times \frac{s_Y}{s_1}$ ，
 $b_2 = \frac{r_{2Y} - r_{12}r_{1Y}}{1 - r_{12}^2} \times \frac{s_Y}{s_2}$ ，截距 $a = \bar{Y} - b_1\bar{X}_1 - b_2\bar{X}_2$ ；而標準化迴歸係數 $\beta_1 = \frac{r_{1Y} - r_{12}r_{2Y}}{1 - r_{12}^2}$ ，
 $\beta_2 = \frac{r_{2Y} - r_{12}r_{1Y}}{1 - r_{12}^2}$ 。所以 $b_1 = \beta_1 \times \frac{s_Y}{s_1}$ ， $b_2 = \beta_2 \times \frac{s_Y}{s_2}$ 。

1.1.5 三個以上預測變項的多元迴歸

多元迴歸的一般公式為：

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Xb} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{公式 1-1})$$

$\mathbf{Y}$ ：效標變項行向量

$\mathbf{X}$ ：預測變項矩陣

$\mathbf{b}$ ：迴歸參數行向量

$\boldsymbol{\varepsilon}$ ：誤差行向量

由上式移項後可得：

$$\mathbf{Y} - \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Xb} \quad (\text{公式 1-2})$$

公式中 $\mathbf{Y} - \boldsymbol{\varepsilon}$ ，通常以 $\hat{\mathbf{Y}}$ 代表，亦即由公式估計所得之效標變項，因此如果將一般公式展開後可得到：

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} - \boldsymbol{\varepsilon} = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \cdots + b_iX_i \quad (\text{公式 1-3})$$

公式中 b_1 、 b_2 ……、 b_i ，分別是 X_1 、 X_2 …… X_i 變項的原始迴歸係數，又稱之