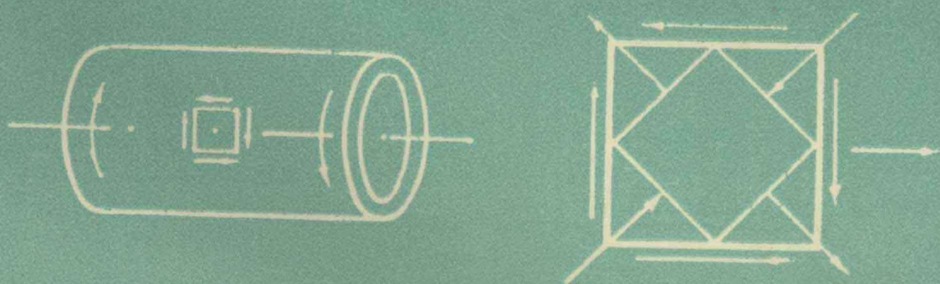
荆广生　孙锁泰

材料力学



东南大学出版社

材 料 力 学

荆广生　孙锁泰

东 南 大 学 出 版 社

(苏)新登字第012号

内 容 提 要

本书是根据高等院校机械类专业教学要求，并适当照顾其它专业的需要编写的。内容包括：绪论；直杆简单拉伸和压缩的应力及变形；拉伸和压缩时材料的机械性质；拉伸和压缩的静不定问题；剪切与挤压的实用计算；应力状态理论；强度理论；扭转；梁的弯曲；剪力和弯矩计算；平面弯曲时梁的正应力；梁截面的惯性矩计算和弯曲正应力公式的推广；弯曲时梁的剪应力、剪心；直梁的变形；变截面梁；斜弯曲；在一般受力情况下杆件的计算；曲梁；求变形的一般方法、能量法；静不定结构的一般解法；厚壁筒；压杆稳定；动载荷；交变应力下构件的强度计算等。

本书可作为高等院校机械类专业及力学专业学生的教材，也可供其它相应专业使用，并可供力学教师、研究生参考。

责任编辑：刘柱升
责任校对：刘　颖

材 料 力 学
荆广生　孙锁泰
*
东南大学出版社出版发行
（南京四牌楼2号　邮编210018）
南京航空航天大学印刷厂印刷
*
开本：787×1092毫米 1/16　印张：21　字数：524千
1994年11月第1版　1994年11月第1次印刷
印数：1—3000册

ISBN 7—81023—967—8/O·84
定价：18.00元

前　言

本书是在荆广生教授所编材料力学教材的基础上修改、整理而成。这是荆先生30多年来从事固体力学、特别是材料力学课程教学、研究的经验总结。袁向东、刘红元两位同志曾对原教材进行过仔细阅读和整理。最近，几位从事材料力学教学工作的教师根据当前的教学要求对该教材内容又进行了斟酌和修改。这些同志是：苏军（第1～5章）、吴建国、李向红（第6～10章）、骆英（第11～15章）、王钟羡（第16～20章）、苏虹（第21～22章）和陈章耀（编写了各章的习题和剪切、挤压的实用计算部分），朱玉萍同志对本书所列图表作了不少工作，最后由孙锁泰同志对全书内容进行了全面的修改和审定。

本书的编写主要是根据机械类各专业的教学要求，适当照顾到其它专业的需要。在讲述材料力学基本内容的同时，对有些内容，如强度理论、扭转、直梁的变形、曲梁、能量法、静不定结构的解法、动载荷以及交变应力等，作了比较深入的阐述；而对一些次要内容仅加以概括说明。

在体系方面，将应力状态理论、强度理论提到扭转之前讲述，目的是让学生较早地建立起应力状态的概念和强度的概念，以利于更好地理解以后所学的内容。

在基本内容讲述上，着重讲深讲透基本概念，对理论的应用及解题方法，着重说明思路，以让读者有思考和发挥的余地。在推导公式时，首先从严谨的分析入手，提出假设，然后推及一般情况，并将一些简化明确告诉读者，指出公式的使用前提，使读者对解决问题的全过程有清楚的了解，对解答的可行性及误差做到心中有数。

书中可能尚存在一些缺点和疏漏、欠妥之处，敬请广大教师和读者批评指正。

编者

1994年1月

目　录

第1章 绪 论

§1—1 材料力学的基本任务

材料力学是关于各种类型构件强度及刚度计算的基本科学。所谓强度，是指构件在载荷作用下抵抗破坏的能力；刚度，是指构件在载荷作用下抵抗变形的能力。对构件进行强度和刚度计算，是工程技术人员为构件选定既安全又经济的材料和尺寸所必要的技术基础。

所谓安全，是指机器或结构物受载荷作用时能够保持正常工作。构件能安全地承受载荷而不破坏，则可认为它满足了强度的要求；构件的变形倘若在正常工作所允许的范围内，即认为它满足了刚度的要求。

所谓正常工作，一般是指构件具有足够的强度和刚度。但对某些特殊构件，有时会有相反的要求。如机器上的安全销，当载荷到达某一极限值时要求安全销立即破坏，以保证机器不致超载。又如用于缓冲的弹簧，在保证强度的条件下要求它在受载时能产生较大的变形，以发挥其缓冲作用。

对于经济的要求应该作广义的理解，在一般情况下，应该考虑机件的加工费用和尽量节省材料以及对于型材的选择等。但是在有些机械中经济性又体现在另一方面，例如在航空机械中，重量的减轻就意味着整个机械是否经济，而在某些条件下就地取材则体现了经济性。

保证构件的正常使用和经济要求往往是相互矛盾的；这一矛盾是促使材料力学不断发展的最重要的因素。

材料力学研究的内容包括以下几个方面：一是通过固体受力作用后应力和变形的研究，确定构件在一定状态下所能承受的载荷；二是在一定载荷作用下构件所必备的强度和刚度；三是材料在不同情况下的机械性质的研究。

由于生产的发展，科学技术水平在不断提高，新的实际问题要求寻求新的和更合理的计算方法。这样，材料力学正是在技术的普遍进步中不断取得发展，而反过来又促进生产的发展。

§1—2 位移和变形，线变形和角变形

当物体受外力作用或发生温度变化时，通常发生位移和变形。

一、位移和变形

位移和变形是几何的概念，因此，研究位移和变形也必须从几何分析着手。

在外力作用下，物体发生变形而改变为一个新的形状时，物体的各部分则发生不同的位置的改变，即位移。物体中任意一点的位置移动称为线位移，以长度单位表示；物体中任意一线段或一平面所产生的转动称为角位移，以弧度表示。如图1－1所示，一端固定的杆，由于作用在杆端 A 的外力 P 而引起的弯曲变形，杆端 A 处的线位移为 AA'，而杆端平面的角位移则为 θ。（为清晰起见，图中杆的变形已被大大地夸张了。）

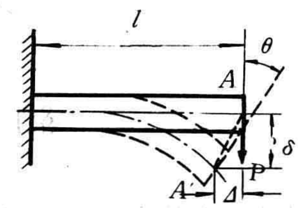


图1－1　位移的概念

但须注意，位移本身还不能说明是物体的变形，例如，当物体作刚体运动时，物体上各点均有位移，但是并不发生变形。在材料力学中，通常假设物体具有足够的支承和约束，因此，所要研究的也就是由于物体的变形而引起的位移。

这里还要指出，一切科学的基础是实验。材料力学是一门宏观科学，它所实验的对象是宏观物体，例如杆、块等形状的试件。试件在载荷作用下将产生一定的变形，如下图直杆试件，两端加拉力 P，测出其变形为 Δl。此处的 Δl 是由于受拉力 P 后固体晶格发生变化而产生的，而不能理解为杆中的所有物质在受力后都被拉长了，因为力 P 是不可能将物质中的每个颗粒都拉长。

在材料力学中，我们假设物质是均匀的，即试件中都充满了物质而没有间隙。从物质的微观结构来看，这个假定当然是错误的，但由于实验的对象是宏观物体，如图1－2中的拉杆，杆的尺寸比起组成杆件的微小粒子之间的间隙来要大得多，所以用均匀性假设处理宏观试件上测定的结果，再反过来用之于实际构件的计算中（任何构件当然也是宏观物体），当然是正确的。另外，还假定固体在其整个体积内是连续的，这样就可以用数学分析中的一些方法对构件去进行计算。

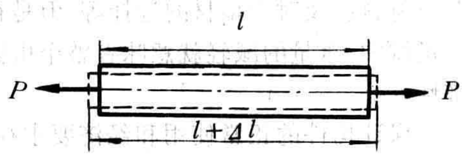


图1－2

二、线应变和剪应变

物体在力的作用下产生变形，变形的一般意义是指整个物体或其各部分的形状和尺寸的变化（与位移有本质上的区别）。物体的变形是与其原始尺寸有关的，为了准确地描述物体变形的程度，这里引入应变的概念。

1．线应变

如图1－3所示，直杆 AB，原长为 l，受力作用后变形为 $A'B'$，其伸长为 Δl。Δl 只能反映杆的总变形量而无法说明杆的变形程度。如果杆的各处是均匀伸长的，我们可用每单位

长度上的伸长，即$\frac{\Delta l}{l}$表示杆的变形程度。$\frac{\Delta l}{l}$则称为线应变，通常以 ε 表示，即

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \qquad (1-1)$$

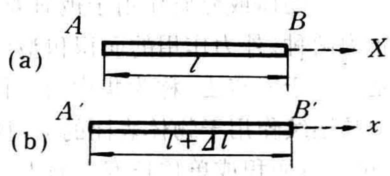


图 1－3

2. 剪应变

如图 1－4 所示，边长为 a 的正方形 $ABCD$，受力变形后成为菱形 $A'B'C'D'$，其两直角边 AB，AD 间的夹角改变了 γ，我们定义 γ 为剪应变。一般情况下 γ 是很小的，可写成下式：

$$\gamma \approx \mathrm{tg}\gamma = \frac{\overline{BB'}}{\overline{AB}} = \frac{s}{a} \qquad (1-2)$$

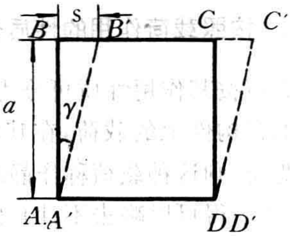


图 1－4

上面所讨论的是物体均匀变形时的情况。对于非均匀变形情况，物体各点的应变是不同的，则不能用以上的公式来描述，为了能够确切地求出物体内任一点的应变，我们可以想象地把物体分割为无数个微小的单元正方体来研究。如图 1－5 所示，AB 原长 Δx，变形后为 $\Delta x + \Delta u$，取值$\frac{\Delta u}{\Delta x}$，当 Δx 趋向于零时，得极限值

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$$

ε 即为 A 点的线应变。同样地可得 A 点的剪应变为

$$\gamma = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta x} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}x}$$

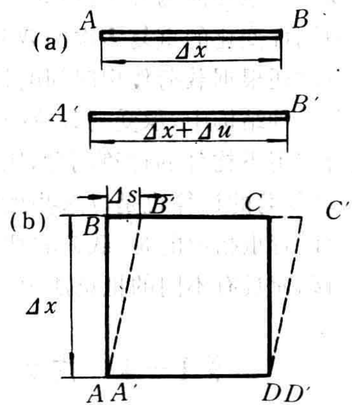


图 1－5

应该注意到，上述线应变，剪应变都是无量纲量。

§1－3　外力（载荷）及其分类

一组构件（或一个构件）在工作时受到外来的力，这种力称之为外力或载荷。其中也包括着一切支座反力，因为对于构件而言，这也是外来的力。机器或构件所承受的载荷是多种多样的，正是这些载荷的作用引起了构件的变形或破坏。因此，必须对外力加以研究和分类。

一、按照载荷作用的形式分类

按作用形式载荷可分成表面力及体积力两种。

其它物体或介质作用于被研究物体表面的力，称为表面力。表面力又可分为集中力和分布力两种。外力作用的面积和整个构件的尺寸比较起来显得很小时，就可以近似地认为它是作用于一点上，称为集中力。例如，人站在桥上时，两脚对桥的压力就可看作为集中力。凡连续作用于物体表面的力，称为分布力，如屋顶上的雪层压力等，其载荷强度(或密度)用单位面积或单位长度上的力表示。若载荷强度在各处均相同时，称为均布载荷，反之即为非均布载荷(或称分布载荷即可)。

作用于物体内部各点与质量有关的载荷，称为体积力。如物体的自重、惯性力等均属于此种载荷，载荷强度以单位体积上的力来表示。

二、按照载荷作用的性质分类

载荷按其作用性质可分为静载荷及动载荷两种。

加在构件上的载荷，在其作用时期内不随时间而变动，或仅作次数不多、动作很慢的微小变动，则这种载荷称作静载荷。在静载荷作用下，构件处于静平衡状态，各点的加速度为零(或小得可以略去不计)。例如房屋的自重对于地基的压力，或作匀速直线运动的物体对牵索的拉力，就可看作是静载荷的问题。

凡是对构件产生较大的动力作用，使构件各部分具有显著的加速度的载荷，或随时间而改变载荷的大小或方向的载荷，均称作动载荷。这种载荷包括冲击载荷和重复载荷。一物体以某一速度向构件冲击，如打桩、锻压金属等，均为冲击载荷的典型例子。而重复载荷则是周期性变化的重复多次的载荷，如汽车发动机的连杆就承受此种载荷。

有时还根据载荷作用时间的长短，将载荷分成永久载荷和暂时载荷两种。

在工种结构中，承受动载荷的构件为数众多。但是本书仍将用大部分的篇幅，来讲述静载荷作用下构件的计算问题，因为静载荷的理论和计算方法是材料力学的基本理论和方法，动载荷的计算也是以这些理论作为基础的。

应该着重指出的是，载荷的性质对于材料的承载能力具有极大的影响，材料对于不同性质的载荷具有不同的抵抗能力，因此，应该按载荷性质分别进行计算。

§1—4 内力的概念、截面法、力之不可移性

一、内力的概念

物体内部各分子间有相互作用的力存在，正是因为这些力的存在，使固体得以保持一定的形状。物体内部这种互相作用的力，称之为内力。构件受外力作用时，其形状尺寸发生改变，内部分子间的作用力也将随之变化，即产生了附加内力。这些附加内力将反抗外加载荷的作用，并使物体有恢复原状的趋势。物体承受载荷的能力，以及变形的计算都决定于附加内力。为方便起见，习惯上将附加内力简称为内力，其单位为牛顿(N)、或千牛顿(kN)等。

二、截面法

在材料力学中，采用截面法求构件的内力。

设图 1－6 所示物体在外力的作用下处于平衡状态，可假想地用一个任意截面将物体分割成Ⅰ、Ⅱ两部分(图 1－6a)。因为物体本来处于平衡状态，故分割后的每一部分仍应处于平衡状态。于是当研究部分Ⅰ时(图 1－6b)，在截面上必然有一个力系(包括力 R 和力矩 L)和部分Ⅰ上所有的外载荷相平衡，这个力系就是部分Ⅱ对部分Ⅰ的作用，也就是物体在该截面上的内力。

同样，研究部分Ⅱ时(图 1－6c)，在截面上也将作用有一个力系(R' 和 L')以保持部分Ⅱ的平衡。由牛顿第三定律可知，力系 R、L 和力系 R'、L' 大小相等，方向相反，分别作用在物体的两个部分上。

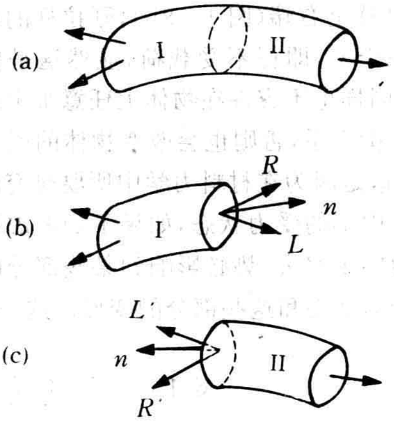


图 1－6

应该指出，内力作用于整个截面的各点上。图 1－6 上所画出的力系(R、L)是将各点的内力向截面上某一点简化的结果。一般说来，简化的结果将得到一个主矢 R 和一个主矩 L。在一个构件中，当外载荷已知时，即可由静力学平衡方程式求得截面上内力之和——(R，L)。至于内力在截面上各点的分布情况，则仅用平衡方程式还无法求得。这种仅依静力平衡方程不能解决的问题称为静不定问题。

归纳起来，用截面法求内力的步骤为：切、去、代、平。即将物体想象地切成两部分，弃去其中的任一部分，该部分对留下部分的作用以内力来代替，最后根据静力学平衡方程式求得此截面上的内力系 R 和 L。

对于复杂的静不定结构，仅用以上简单方法尚不能求出组成这个结构的每一构件的内力，还必须按解静不定结构的方法来计算各构件的内力。

例 1－1 试求承受轴向拉伸的直杆横断面上的内力(图 1－7a)。

解 作一假想的截面 AB，将杆分成Ⅰ、Ⅱ两部分。研究部分Ⅰ时，在 AB 截面上应有主矢 N 和主矩 L(图 1－7b)。根据平衡方程式，可得

$$\text{主矢}\ N = P$$

$$\text{主矩}\ L = 0$$

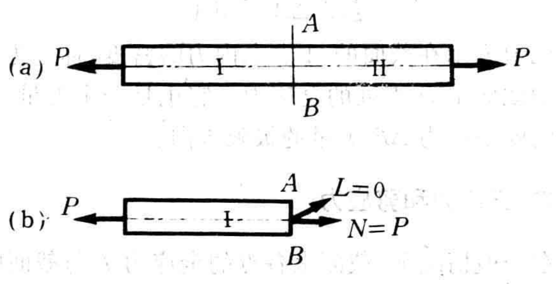


图 1－7

三、力之不可移性

应该特别注意，虽然在确定截面上的内力或计算支座反力时，可以应用理论力学中的刚化原理及静力学平衡方程式，将变形体当作刚体一样来计算。但静力学中的力之可传性

原理在材料力学中绝对不能乱用，否则将得出错误的结论。以(图1－8a)所示拉杆为例，若应用力之可传性原理，将左端的力P移至右端(图1－8b)，则拉杆的内力将等于零，即杆不受载荷，显然这是错误的。同样也不容许在物体上任意加上或拿走平衡力系，否则也会改变物体的受力情况。这是因为在材料力学中所要研究的是物体内部的受力状态，如果不加考虑地将外力移来移去，势必影响到某些部分的内部受力状态和这些部分的变形。这一点应该特别注意。

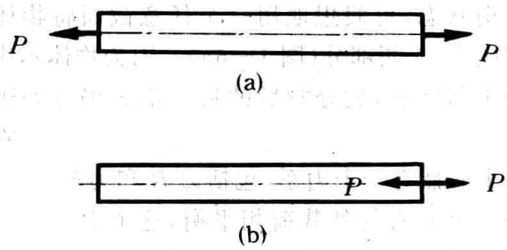


图1－8

§1—5　应力的概念，正应力与剪应力

一、应力的概念

很明显仅有内力的大小还不足以说明材料受力的程度，因此还须引入单位面积上的内力，亦即应力的概念。应力的单位可用N/m^2、N/mm^2、$10^9N/m^2$即Pa、MPa、GPa表示。

通过物体中任意一点A作一截面假想地将物体一分为二，去掉一部分，此弃去部分对于留下部分的作用将以内力来代替。由于材料是连续的，故可以认为内力在截面上也是连续分布的，但各处力的数值和方向一般说来是各不相同的。在A点附近取一个以A为中心的小面积ΔA(图1－9)，作用在ΔA上的内力以ΔP表示；取值$\dfrac{\Delta P}{\Delta A}$，它是一个矢量，其方向和$\Delta P$的方向相同。当$\Delta A$以$A$点为中心趋近于零时，则得极限值

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (1-3)$$

此值表示在截面的A点上内力的密度，称之为在已知截面上A点处的全应力。它也是一个矢量，其方向就是内力ΔP矢量的极限方向。

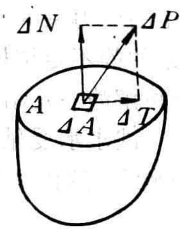


图1－9

二、正应力和剪应力

在一般情况下，截面上各点的全应力p与截面的法线成一夹角α，且在不同的点上，α角亦不相同。

为了便于研究，可将全应力p分解成垂直于截面和平行于截面的两个应力分量(图1－10)，前者称为正应力，以σ表之，后者称为剪应力，以τ表之。由图可知

$$\begin{aligned} \sigma &= p\cos\alpha \\ \tau &= p\sin\alpha \end{aligned} \quad (1-4)$$

显然，存在着下列关系

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2 \qquad (1-5)$$

关于正应力和剪应力的正负号规则，将在以后各章中说明。

正应力 σ 和剪应力 τ 可与求全应力时一样用求极限的方法获得。见图 1－9，ΔN 表示在面积上 ΔA 的法向内力。ΔQ 表示切向内力。于是得

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}A} \qquad (1-3)$$

$$\tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}A} \qquad (1-3)$$

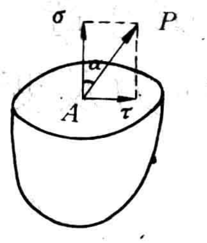


图 1－10

应该指出，通过物体内的任何一点，可以作无数个截面。在过该点的不同截面上 σ 和 τ 的数值是不相同的。因此在说明某一点的正应力或剪应力时，必须同时说明这些应力是作用在哪个截面上的，否则将会引起混乱和错误。

第 2 章　直杆简单拉伸和压缩时的应力及变形，剪切和挤压的实用计算

§2—1　等截面直杆沿轴向拉伸和压缩时横截面上的内力与应力

一、等截面直杆的拉伸和压缩

一个构件倘若它的长度尺寸比横向尺寸在数量上大很多时，即称这种构件为杆。通过杆件截面形心的轨迹称为杆的轴线。轴线为直线的杆称为直杆。若直杆各截面的几何形状与尺寸大小皆相同，则称为等截面直杆。当直杆仅沿轴线受到大小相同、方向相反的外力作用时，(这种受力情况称为单向受力)，称这种受力情况为直杆的拉伸或压缩。图 2—1 为拉伸，图 2—2 为压缩。

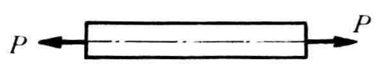


图 2—1

图 2—2

二、横截面上的内力

直杆受外力作用时产生了变形，与变形同时出现的是杆内产生了内力(即附加内力)。采用截面法，可以求得任何横截面上的内力。

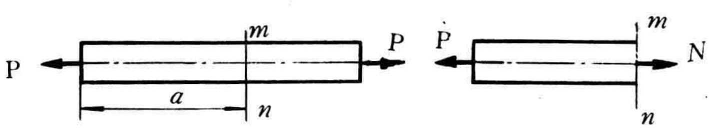


图 2—3

例如，欲求图 2—3a 所示直杆离左端面为 a 处的横截面上的内力，只需要用一个[①] 假想截面 $m-n$ 把杆截开，移去右边的部分，以作用力 N 代替移去部分对留下部分的作用。

① 注：在这里我们已经指定为横截面，即与杆的轴线垂直的截面，因此通过杆内任一点只能作出一个截面，所以内力的数值是固定的。

由平衡关系可知，N 力必与 P 力共线，且大小相等方向相反。因此

$$N = P$$

N 即为离左端面为 a 处横截面上的内力。见图 2－3b。

例 2－1 求图 2－4 所示直杆各段的内力。

解：在本题中，在杆的三个截面处分别作用有 30kN、40kN 和 10kN 的轴向外力，很明显，每出现一个外力，必然引起内力的变化，因此，必须分为 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ 三段，用截面法分别求各段中的内力

m_3-n_3 截面上的内力　（a 图）

$$\Sigma X=0 \qquad N_3=30\text{kN} \qquad (\text{拉力})$$

m_2-n_2 截面上的内力　（b 图）

$$\Sigma X=0 \qquad N_2=30-40=-10\text{kN} \qquad (\text{压力})$$

m_1-n_1 截面上的内力 N_1　（c 图）

$$\Sigma X=0 \qquad N_1=30+10-40=0$$

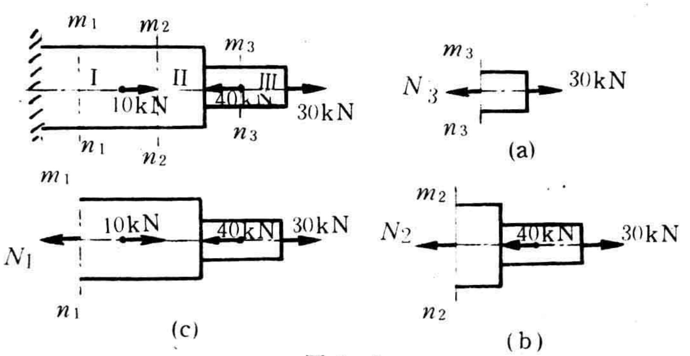


图 2－4

三、横截面上的应力

由上章公式（1－3）

$$\sigma=\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}A}$$

得

$$N=\int\sigma \mathrm{d}A$$

可见，如果知道了应力 σ 的值（一般截面上各处的应力值不一定相等），就可以求得 N 值。但是反过来，如果只知道 N 的值，还无法利用上面的公式求出应力 σ 的值，因为还不知道应力 σ 在截面上的分布规律。

因此，求横截面上的应力，只靠静力学平衡条件是不够的，必须增加考虑变形的附加条件，才能决定应力，所以求应力这个问题是静不定问题。

变形必须满足的附加条件称为变形谐调条件。下面以图 2－5 所示的等截面直杆为例进行实验分析。先在杆件表面画两条与轴线垂直的直线 ab 和 cd，然后在两端加拉力 P，（假设外加力 P 是均匀分布在两端上）。

观察变形可以知道，杆的表面上原来垂直于轴线的直线 ab 和 cd，变形后移到了 $a'b'$ 和 $c'd'$ 位置，但仍然垂直于轴线。经过由表及里的推理和概括，可以假设原来垂直于轴线