高等职业教育

基础类课程规划教材

新编经济应用数学

（线性代数 概率论与数理统计）

新世纪高等职业教育教材编审委员会组编 编 著/贾凤亭 王景琰 于庆年

GAODENG ZHIYE JIAOYU JICHULEI KECHENG GUIHUA JIAOCAI

大连理工大学出版社

新世纪

高等职业教育基础类课程规划教材

GAODENGZHIYE JIAOYU JICHULEI KECHENG GUIHUAJIAOCAI

新编经济应用数学

（线性代数 概率论与数理统计）

新世纪高等职业教育教材编审委员会组编

编著/贾凤亭 王景琰 于庆年

XINBIAN JINGJI YINGYONG SHUXUE

大连理工大学出版社

DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

F224.0/163

图书在版编目(CIP)数据

新编经济应用数学(线性代数 概率论与数理统计)/贾凤亭,王景琰,于庆年编著. —大连:大连理工大学出版社,2002.8
高等职业教育基础类课程规划教材
ISBN 7-5611-2141-5

Ⅰ.新… Ⅱ.①贾… ②王… ③于… Ⅲ.经济数学-高等学校-教材 Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 056729 号

大连理工大学出版社出版发行
大连市凌水河 邮政编码:116024
电话:0411-4708842 传真:0411-4701466
E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn
URL:http://www.dutp.com.cn
大连理工印刷有限公司印刷

开本:787 毫米×1092 毫米 1/16 字数:340 千字 印张:14.75
印数:1-5000 册
2002 年 8 月第 1 版 2002 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑:郑淑芹 责任校对:李 红
封面设计:王福刚

定价:36.00 元(本册 18.00 元)

编委会

新世纪高等职业教育教材

教材建设指导委员会

燕山大学继续教育学院
承德石油高等专科学校
内蒙古工业大学职业技术学院
内蒙古财经学院高职教育部
内蒙古建筑职业技术学院
呼伦贝尔学院
包头钢铁学院职业技术学院
齐齐哈尔大学职业技术学院
大庆职业技术学院
佳木斯大学职业技术学院
黑龙江省建筑职业技术学院
牡丹江大学
吉林财税高等专科学校
吉林交通职业技术学院
吉林粮食高等专科学校
吉林大学应用技术学院
四平职业大学
沈阳师范学院高等职业技术学院
鞍山钢铁学院职业技术学院
鞍山师范学院职业技术学院
本溪冶金高等专科学校
渤海船舶职业学院
朝阳师范高等专科学校
大连大学
大连轻工业学院职业技术学院
大连国际商务职业学院
大连水产学院职业技术学院
辽宁对外经贸职业学院
辽宁机电职业技术学院
东北财经大学高等职业技术学院
抚顺师范高等专科学校
抚顺石油学院高等职业技术学院
抚顺职业技术学院
阜新高等专科学校
锦州师范高等专科学校
锦州师范学院
辽宁财政高等专科学校
辽宁大学高等职业技术学院
辽宁工程技术大学技术与经济学院
辽宁工程技术大学职业技术学院
辽宁工学院职业技术学院
辽宁公安司法管理干部学院
辽宁经济管理干部学院
辽宁农业管理干部学院
辽宁农业职业技术学院
辽宁省交通高等专科学校
辽阳职业技术学院
辽阳石油化工高等专科学校
盘锦职业技术学院
沈阳大学高等职业技术学院
沈阳大学师范学院
沈阳工业大学高等职业技术学院
沈阳建工学院高等职业技术学院
沈阳农业大学高等职业技术学院
铁岭师范高等专科学校
营口高等职业学院
辽宁金融职业技术学院
沈阳建工学院职业技术学院
辽阳信息职业技术学院
辽宁中医学院职业技术学院
沈阳电视大学
沈阳医学院职业技术学院
沈阳音乐学院职业艺术学院
沈阳职工大学
大连医学院丹东分院

总序

我们已经进入了一个新的充满机遇与挑战的时代，我们已经跨入了21世纪的门槛。

20世纪与21世纪之交的中国，高等教育体制正经历着一场缓慢而深刻的革命，我们正在对传统的普通高等教育理论教学与社会发展的现实需要不相适应的现状作历史性的反思与变革的尝试。

20世纪最后的几年里，高等职业教育的迅速崛起，是影响高等教育体制变革的一件大事。在短短的几年时间里，普通中专教育、普通高专教育全面转轨，以高等职业教育为主导的各种形式的应用型人才培养的教育发展到与普通高等教育等量齐观的地步，其来势之迅猛，迫人深思。

无论是正在缓慢变革着的普通高等教育，还是迅速推进着的应用型人才培养的高等职业教育，都向我们提出了一个同样的严肃问题：中国的高等教育为谁服务，是为教育发展自身，还是为包括教育在内的大千社会？答案肯定而且惟一，那就是教育也置身其中的现实社会。

由此又引发出高等教育的目的问题。既然教育必须服务于社会，它就必须按照不同领域的社会需要来完成自己的教育过程。换言之，教育资源必须按照社会划分的各个专业(行业)领域(岗位群)的需要实施配置，这就是我们长期以来明乎其理而疏于力行的学以致用问题，这就是我们长期以来未能给予足够关注的教育的目的问题。

如所周知，整个社会由其发展所需要的不同部门构成，包括公共管理部门如国家机构、基础建设部门如教育研究机构和各种实业部门如工业部门、商业部门，等等。每一个部门又可作更为具体的划分，直至同它所需要的各种专门人才相对应。教育如果不能按照实际需要完成各种专门人才培养的目标，就不能很好地完成社会分工所赋予它的使命，而教育作为社会分工的一种独立存在就应受到质疑(在市场经济条件下尤其如此)。可以断言，按照社会的各种不同需要培养各种直接有用人才，是教育体制变革的终极目的。

新世纪

随着教育体制变革的进一步深入，高等院校的设置是否会同社会对人才类型的不同需要一一对应，我们姑且不论。但高等教育走应用型人才培养的道路和走理论型(也是一种特殊应用)人才培养的道路，学生们根据自己的偏好各取所需，始终是一个理性运行的社会状态下高等教育正常发展的途径。

高等职业教育的崛起，既是高等教育体制变革的结果，也是高等教育体制变革的一个阶段性表征。它的进一步发展，必将极大地推进中国教育体制变革的进程。作为一种应用型人才培养的教育，高等职业教育从专科层次起步，进而高职本科教育、高职硕士教育、高职博士教育……当应用型人才培养的渠道贯通之时，也许就是我们迎接中国教育体制变革的成功之日。从这一意义上说，高等职业教育的崛起，正是在为必然会取得最后成功的教育体制变革奠基。

高职教育还刚刚开始自己发展道路的探索过程，它要全面达到应用型人才培养的正常理性发展状态，直至可以和现存的(同时也正处在变革分化过程中的)理论型人才培养的教育并驾齐驱，还需假以时日；还需要政府教育主管部门的大力推进，需要人才需求市场的进一步完善发育，尤其需要高职教学单位及其直接相关部门肯于做长期的坚忍不拔的努力。新世纪高等职业教育教材编审委员会就是由北方地区近百所高职院校和出版单位组成的旨在以推动高职教材建设来推进高等职业教育这一变革过程的联盟共同体。

在宏观层面上，这个联盟始终会以推动高职教材的特色建设为己任，始终会从高职教学单位实际教学需要出发，以其对高职教育发展的前瞻性的总体把握，以其纵览全国高职教材市场需求的广阔视野，以其创新的理念与创新的组织形式，通过不断深化的教材建设过程，总结高职教学成果，探索高职教材建设规律。

在微观层面上，我们将充分依托众多高职院校联盟的互补优势和丰裕的人才资源优势，从每一个专业领域、每一种教材入手，突破传统的片面追求理论体系严整性的意识限制，努力凸现高职教育职业能力培养的本质特征，在不断构建特色教材建设体系的过程中，逐步形成自己的品牌优势。

新世纪高等职业教育教材编审委员会在推进高职教材建设事业的过程中，始终得到了各级教育主管部门(如国家教育部、辽宁省教育厅)以及各相关院校相关部门的热忱支持和积极参与，对此我们谨致深深谢意；也希望一切关注、参与高职教育发展的同道朋友，在共同推动高职教育发展、进而推动高等教育体制变革的进程中，和我们携手并肩，共同担负起这一具有开拓性挑战意义的历史重任。

新世纪高等职业教育教材编审委员会

2001年8月18日

前言

《新编经济应用数学》(线性代数 概率论与数理统计)是新世纪高等职业教育教材编审委员会推出的高等职业教育基础类课程规划教材之一,也是《新编经济应用数学》的第二分册。

随着数学知识在社会经济领域的应用越来越广泛,编写一部专门为经济类各专业所需要的数学教材就是很自然的事情。但遗憾的是,在过去的许多年里,人们真正为社会经济需要,甚至真正为经济类各专业教学需要而编写的教材却少如凤毛麟角。

我们通常所见到的教材基本上属于同一模式即"普通高数知识+些许应用举例"。人们对经济应用数学贡献最多的也只是表现为经济领域对数学知识需要的范围界定。这种做法不能说不为经济领域或经济类教学所需,但它始终使这样的数学教材游离于现实的经济实践甚或经济类教学过程之外,很难达到水乳交融的地步。

在市场经济时代,伴随着经济全球化和由于科技进步带来的社会经济的飞速发展,经济领域包括实践领域和教学领域对数学知识的渗入要求越来越高。在这种情况下,一部真正能使数学知识与经济内容较好融合的经济应用数学教材就是迫切需要的了。

以培养技术应用型人才为己任的高等职业教育要求教学过程与社会实践过程的高度符合与同一,因此,它的教材建设必须率先实现突破。尽管高职教育在我国还刚刚起步,但我们在教学过程中对经济应用数学与应用过程脱离严重的现状的认识以及高职教育工作者的职责,驱使我们试图对这种情况做出改变。出于这样的考虑,我们组织了编委会部分高职院校有经济应用数学教学经验的一线骨干教师,在认真总结本门课程教学改革经验的基础上,编写了这部《新编经济应用数学》。

《新编经济应用数学》在编写过程中充分吸收了现存教材版本在知识范围界定上的积极意义,同时也按照高等

新世纪

职业教育的目标要求作了进一步改进。具体包括五篇内容:微分学、积分学、多元函数微分学、线性代数、概率论与数理统计,分两册出版。

《新编经济应用数学》在数学知识与经济应用的有机结合方面做出了大胆的尝试与突破。这种突破性的尝试是通过创新的结构设置完成的,全书分为既相互联系,又自成体系的五篇内容。每篇又具体划分为四个模块:(1)预备知识,(2)基本理论,(3)技能训练,(4)数学建模与应用。预备知识和基本理论两个模块是每篇教学内容的核心,其中预备知识模块是全篇知识内容的基础,基本理论模块是在预备知识的基础上对数学理论的进一步升华。这样做有利于学生加深对数学知识的理解和掌握。技能训练和数学建模与应用两个模块则旨在培养学生应用数学知识解决经济应用的实际问题的能力。也是本教材有别于其他教材的一大特色。

《新编经济应用数学》还有一个重要的特色,这就是其对教材的难易程度的把握。它充分考虑了学生数学基础参差不齐这样一个基本事实,特别设置了“预备知识”模块,使每个学生都能很容易地渡过基本理论学习的最初难关;在内容上也尽可能注重知识点的把握而少作推导论证;在表述上则尽可能采用通俗的语言,力求深入浅出,最大限度地调动学生学习的兴趣,降低教学的难度。

《新编经济应用数学》由辽宁工程技术大学技术与经济学院贾凤亭负责组织筹划。其中第一分册即微分学、积分学、多元函数微分学部分由贾凤亭、鞍山钢铁学院职业技术学院金英善编著;第二分册即线性代数、概率论与数理统计部分由贾凤亭、辽宁财政高等专科学校的王景琰、于庆年编著。各篇具体分工如下:金英善(第一篇和第三篇),贾凤亭(第二篇),王景琰(第四篇),于庆年(第五篇)。全书由贾凤亭总纂,王景琰、于庆年、金英善协助了审稿和定稿工作。

尽管我们在寻求《新编经济应用数学》教材特色建设的突破方面做出了许多努力,但不足之处恐在所难免,恳请各相关教学单位和读者在使用本教材的过程中给予关注,并将意见及时反馈我们,以便修订时改进。

编　者

2002年8月

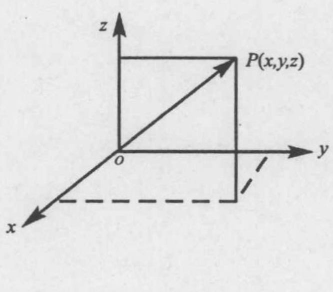
目　录

第四篇　线性代数

第五篇　概率论与数理统计

第四篇

线性代数



第一部分

预备知识

本篇线性代数的主要内容是研究线性方程组的解，其主要手段是矩阵的初等变换，应用的重要工具是矩阵。为此，就需掌握行列式的概念及其有关的运算。

4.1.1 同解方程组

1. 同解方程式

二元一次方程

$$a_1x_1 + a_2x_2 = b_1 \tag{1}$$

$$c(a_1x_1 + a_2x_2) = cb_1 \quad (c \neq 0 \text{ 的实数}) \tag{2}$$

方程(2) 和方程(1) 为同解方程式。

2. 同解方程组

三元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \tag{4}$$

线性方程组(4) 与线性方程组(3) 同解。

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ ca_{21}x_1 + ca_{22}x_2 + ca_{23}x_3 = cb_2 (c \neq 0 \text{ 的实数}) \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \tag{5}$$

线性方程组(5) 与线性方程组(3) 同解。

$$\begin{cases} (a_{11}x_1 + ca_{21}x_1) + (a_{12}x_2 + ca_{22}x_2) + (a_{13}x_3 + ca_{23}x_3) = b_1 + cb_2 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \tag{6}$$

$(c \neq 0$ 的实数)

方程组(6) 与方程组(3) 同解。

综上有

定义 1　一个线性方程组,若将该方程组中的方程式次序互换、某方程式乘以非零实数、某方程式乘以非零实数再加到另一方程式上所构成的新方程组与原方程组为同解方程组。

4.1.2　二元、三元一次方程组

1. 二元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \cdots\cdots ① \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \cdots\cdots ② \end{cases} \tag{7}$$

应用同解方程组的概念和理论求解方程组(7)。将方程组(7) 中的 ① 式 $\times\, a_{22}$ + ② 式 $\times\,(-a_{12})$,得

$$a_{11}a_{22}x_1 - a_{12}a_{21}x_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12}$$

整理得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12}$$

若 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

同理可得

$$x_2 = \frac{b_2a_{11} - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

2. 三元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

若 $a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} \neq 0$,应用上面的方法可得

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}b_3 + a_{13}b_2a_{32} - a_{13}a_{22}b_3 - a_{12}b_2a_{23} - b_1a_{23}a_{32}}{a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}} \\ x_2 = \dfrac{a_{11}b_2a_{33} + b_1a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}b_3 - a_{13}b_2a_{31} - b_1a_{21}a_{23} - a_{11}a_{23}b_3}{a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}} \\ x_3 = \dfrac{a_{11}a_{22}b_3 + a_{12}b_2a_{31} + b_1a_{21}a_{32} - b_1a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}b_3 - a_{12}b_2a_{32}}{a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}} \end{cases}$$

4.1.3　*n* 阶行列式

为了解线性方程组,引进 n 阶行列式的概念。

1. 二阶行列式

定义 1　式子$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$表示代数和 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$，称为二阶行列式。我们可用

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$$

来表示。

式子$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$中，横排称为行，它有两行；纵排称为列，它有两列。二阶行列式是由 4 个元素 a_{11}、a_{12}、a_{21}、a_{22}，排成两行、两列构成的。每一个元素都有两个下标，前一个下标表示该元素所在的行，后一个下标表示元素所在的列。从左上角到右下角称为主角线，从右上角到左下角称为副对角线，主对角线两个元素乘积为正，副对角线两个元素乘积为负，即 $a_{11}a_{22}$ 为正，$a_{12}a_{21}$ 为负。它由两项组成，正负各半。

【例 1】　解二元线性方程组$\begin{cases} 3x_1+2x_2=5 \\ x_1-4x_2=-3 \end{cases}$。

解　因为 $D=\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}=-14\neq 0$，$D_1=\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}=-14$

$$D_2=\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}=-14;$$

所以，$x_1=\dfrac{D_1}{D}=1$，$x_2=\dfrac{D_2}{D}=1$。

2. 三阶行列式

由二阶行列式的定义，便可得出：

定义 2　式子$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$表示代数和 $a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{12}a_{21}a_{33}$，称为三阶行列式，一般常用 D 表示，即

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}$$

三阶行列式由三行三列 9 个元素组成，它表示的是 $3!=6$ 项的代数和，其正负各半，每一项都取自不同行不同列的 3 个元素的乘积。

三阶行列式表示的代数和可采用对角线法则来记忆，如图 4-1 所示，实连线三个元素之积为正，虚连线三个元素之积为负。

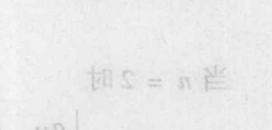


图 4-1

【例 2】　计算三阶行列式$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -7 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$的值。

$$\text{解}\quad \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -7 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\times(-7)\times(-1)+2\times0\times2+3\times(-3)\times1-2\times(-7)$$

$$\times 1-(-3)\times0\times1-2\times3\times(-1)=18$$

3. n 阶行列式

由二、三阶行列式的概念，下面给出 n 阶行列式的定义。

定义 3　记

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

为 n 阶行列式。

它由 n 行 n 列共 n^2 个元素组成。它表示 $n!$ 项的代数和，其正、负各半，每一项皆由不同行不同列的 n 个元素的乘积组成。

2 中介绍的对角线法则，仅适用于三阶行列式，对三阶以上的行列式不适用。

如何计算 n 阶行列式呢？我们将采用递推方法来求解 n 阶行列式。

当 $n=1$ 时

$$|a|=a$$

当 $n=2$ 时

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}=a_{11}\,|a_{22}|-a_{12}\,|a_{21}|$$

当 $n=3$ 时

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{13}a_{22}a_{31}$$

$$=a_{11}(a_{22}a_{33}-a_{23}a_{32})-a_{12}(a_{21}a_{33}-a_{23}a_{31})+a_{13}(a_{21}a_{32}-a_{22}a_{31})$$

$$=a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}-a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}+a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

综上可知，(1) 二阶行列式可化成两个一阶行列式的代数和；三阶行列式可化成三个二阶行列式的代数和。这样，一个 n 阶行列式可化成 n 个 $n-1$ 阶行列式的代数和。上述的方法是对 n 阶行列式的第 1 行进行处理(对于第 1 列，也有类似的结论)，所谓的 $n-1$ 阶行列式，是划去第 1 行中的元素所在的第 1 行和所在的列余下的元素按原顺序构成的行列式。(2) 其符号，由第 1 行中元素的双下标，即 $(-1)^{i+j}$ 来决定。