

QINGZANG TIELU SHIJIU BIAODUAN
SHIGONG JISHU YU YANJIU

青藏铁路19标段 施工技术与研究

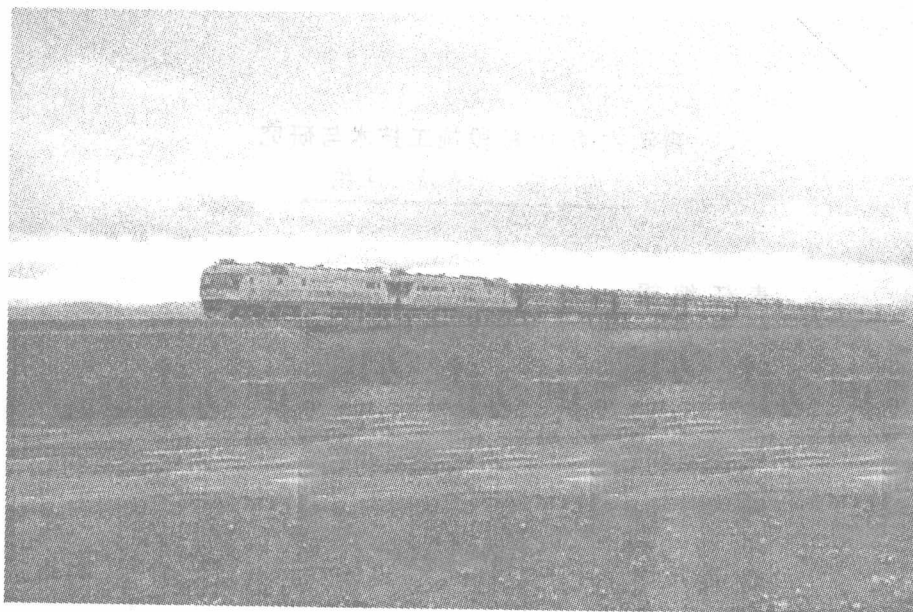
周志东 周春清 主编



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

青藏铁路 19 标段施工技

周志东 周春清 主编



西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

青藏铁路 19 标段施工技术与研究 / 周志东, 周春清
主编. —成都: 西南交通大学出版社, 2009.10
ISBN 978-7-5643-0467-6

I. ①青… II. ①周… ②周… III. ①青藏高原—铁
路工程—工程施工—文集 IV. ①U215-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 181857 号

青藏铁路 19 标段施工技术与研究

周志东 周春清 主编

责任编辑	刘娉婷
封面设计	本格设计
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 87600533
邮 编	610031
网 址	http://press.swjtu.edu.cn
印 刷	成都蜀通印务有限责任公司
成 品 尺 寸	170 mm × 230 mm
印 张	10.5
插 页	4
字 数	189 千字
版 次	2009 年 10 月第 1 版
印 次	2009 年 10 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-0467-6
定 价	28.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

《青藏铁路 19 标段施工技术与研究》

编 委 会

周志东 周春清 廖万雍 贺宝桥 李晶瑜

杨华斌 李浩浩 冯义刚 邓 婷 杨钦鸿

等创作

前 言

青藏铁路格拉段的建设是党中央、国务院作出的重大战略决策，是几代中央领导关心和全体中国人民共同努力的结晶，是西部开发的标志性工程。该铁路的建设举世瞩目、意义重大。青藏铁路全线建成后，将填补我部西部铁路网的大空白，形成北京—兰州—西宁—拉萨的运输大通道。这对促进西藏、青海两省区的经济发展、资源开发，加强两省区与其他省区的交流与联系内起到十分重要的作用；同时，对增进民族团结、维护社会稳定、巩固我国边陲，也具有极其重要的意义。

作为唯一一支参加青藏铁路建设的部队，武警水电部队于 2002 年中标青藏铁路二期土建工程第 19 标段。该标段位于青藏铁路翻越唐古拉山口后的唐古拉山南坡的安多县境内，起点桩号为 DK1451+600，终点桩号为 DK1477+400，全长 25.8 km。起点路基为唐古拉山山前倾斜平原，然后进入扎加藏布宽阔阶地，三跨扎加藏布河，经过扎加藏布河谷段后，止于比较开阔的安多山间谷地，全线海拔为 4 843.03~4 890.88 m。施工区为藏北无人区，属于世界屋脊的屋脊。本工程具有如下特点：一是气候恶劣，多变，四季不明，冻结期长，融区冻结深度大，有效施工期只有 5~6 个月；二是本区有诸多不良地质体存在，特别是高含冰冻土、沼泽化湿地、热融湖塘等，致使施工难度大；三是路基填多挖少，借方多达 112 多万 m^3 ，运距多在 3~7 km，运输量大；四是桥梁涵洞较多，工期紧，需投入大量机械设备；五是环境保护不易恢复；六是环境对结构物的要求高。

施工区属于青藏铁路多年冻土区的最南端，区内气候恶劣，昼夜温差大，最大可达 30℃ 以上，降水量远小于蒸发量，干湿交替快，最大风力达 8 级以上，主要以西风和西北风为主，集中在 11 月至次年 3 月，风沙大，气候干燥，紫外线辐射强，植被不发育，品种少，生长期短，生物链简单。位于青藏铁路多年冻土的最南端，线路 83.4% 经过多年冻土区，其中高温不稳定冻土和高温极不稳定冻土占大多数。

因此，高寒缺氧、多年冻土、环境保护，是我们部队在青藏铁路 19 标段施工面临的三大难题。部队于 2002 年 9 月进点，2003 年 4 月正式开工，2006 年 6 月铁路试运营（提前一年），2007 年 6 月正式竣工验收，在历经的 4 年时间里，武警水电官兵发扬“海拔高斗志更高，缺氧不缺精神，风雪大决心更大”的精神，克服生活和工作上的困难，与死神搏斗，与生命极限抗争，谱写了一个又一个奇迹，解决了施工中遇到的许多技术问题和难题，特别是在多年冻土区的

路基施工技术、桥涵施工技术、环境保护等方面积累了一定的施工技术与经验，适当地开展了相关课题的研究，取得了一定的成果。工程质量整体优良，9项工程被青藏铁路总指挥部评为优质样板工程，多人多次获得铁道部“火车头奖”或建设先进个人，项目部被授予“火车头奖杯”获先进项目部等称号。

截至今日，19标段已经完成了3年，为了总结我们的施工技术和研究成果，建设者们早想出一本书，但是受到多方面因素的制约，以至于现在才出书，不免是一件憾事，亡羊补牢，今日出书，也算是19标段全体技术人员的心愿了结。在此，感谢关心过我们的铁道部、青藏铁路总指挥部、铁道部第一设计院、铁道部第一设计院乌鲁木齐监理站、铁道部科学研究院和友邻单位等的领导、专家和同志，他们很多人在我们的施工过程中提供了技术指导和支持，同时也感谢上级领导和组织的支持和关心。

本书的主要作者有：周志东、周春清、廖万雍、贺宝桥、杨华斌、李晶瑜、李浩浩、冯义刚、杨钦鸿、邓婷、邹伟、苏志军、胡志国、王斐等。本书是我们在施工过程中的施工技术与研究，也是对青藏高原多年冻土区相关技术问题的探讨，是一个工程技术研究历史片段的记录，如有不对或不足之处，敬请读者指正。

编 者

2009年6月于成都

目 录

青藏铁路多年冻土工程稳定性综合分类及工程意义初探	周志东 周春清 曾小东	1
青藏铁路 19 标段施工测量	李晶瑜 冯义刚	6
高原地区影响测量的几个因素——气压、温度、气象改正值	李晶瑜 冯义刚	13
青藏铁路第 19 标段冻土路基设计原则及施工保障措施	杨华斌 袁 晶	18
青藏铁路多年冻土区路基施工加强措施及施工中需注意的问题	李浩浩 杨华斌	24
热棒保护多年冻土机理分析及热棒施工技术	杨华斌	30
DK1466 + 606 大桥钻孔灌注桩施工工艺	贺宝桥 张凡斌	35
多年冻土区桥梁桩基施工技术研究	邓 婷 周志东	39
青藏铁路 19 标段涵洞工程施工技术	杨华斌 周志东	65
青藏铁路 19 标段快速施工技术	廖万雍 周志东 龚富斌	74
浅谈含气量对青藏铁路耐久性混凝土的影响	杨钦鸿 张国庆	77
低温耐久混凝土研究	廖万雍 周志东	82
青藏铁路（格拉段）19 标段沿线环境特征及施工期环境保护	胡志国 苏志军	113
建立高效精干工程指挥部，规范项目管理 ——青藏铁路 19 标段工程管理模式的探讨	周春清 尹建勋 周志东	117

气温变化对青藏铁路多年冻土的影响初探	周志东 周春清 廖万雍	129
浅谈青藏铁路 19 标段质检段落划分	邹 伟 王 斐	134
青藏铁路多年冻土区季节性冻土回冻深度变化的混沌特征	周志东 张 磊	139
青藏铁路 19 标段三大难题攻关情况	周志东 杨华斌	143

青藏铁路多年冻土工程稳定性综合分类及工程意义初探

周志东 周春清 曾小东

【摘 要】目前,青藏铁路的多年冻土工程分类基本以单一指标分类为主,但单一指标分类往往不能全面反映冻土的工程稳定性。本文从全面的观点出发,运用多元有序数据最优分割法,初步探讨了青藏高原某标段多年冻土工程稳定性综合分类,同时对分类的工程意义进行了简单分析。

【关键词】青藏铁路;多年冻土;分类;工程意义

1 青藏铁路多年冻土分类概况

多年冻土是指冻结状态维持 2 年或 2 年以上的冻土。青藏铁路新建格拉段全长 1 120 km,铁路所经多年冻土区长度约 546 km。多年冻土主要分布于青海西大滩到安多谷地,分布在海拔 4 500 m 以上,属于高原冻土,是一类特殊的地质体,是“感温易变体”。它之所以特殊,主要在于其物理性质、化学性质及工程特性与温度有极其密切的关系。多年冻土的核心问题是控制冻土的变形,这首先是控制差异变形,其次是控制总量变形,而冻土的工程稳定性是青藏铁路变形研究的基础。

目前,多年冻土的工程分类主要以单因素分类为主,其中常见的分类为两类,即以多年冻土的地温和多年冻土的含水率进行分类,分别如表 1、表 2 所示。

表 1 按多年地温进行的多年冻土分类

多年冻土地温分区	I. 高温极不稳定区	II. 高温不稳定区	III. 低温基本稳定区	IV. 低温稳定区
多年冻土年平均地温/ T_{cp}	$0^{\circ}\text{C} > T_{cp} \geq -0.5^{\circ}\text{C}$	$-0.5^{\circ}\text{C} > T_{cp} \geq -1^{\circ}\text{C}$	$-1.0^{\circ}\text{C} > T_{cp} \geq -2.0^{\circ}\text{C}$	$-2.0^{\circ}\text{C} > T_{cp} \geq -3.0^{\circ}\text{C}$

表 2 以含水量为主要指标的多年冻土工程分类

多年冻土工程分类		I	II	III	IV	V
冻土总含水率 $W/\%$		$W < W_p + 2$	$W_p + 2 \leq W < W_p + 5$	$W_p + 5 \leq W < W_p + 9$	$W_p + 9 \leq W < W_p + 15$	$W > W_p + 15$
冻土类别		少冰冻土	多冰冻土	富冰冻土	饱冰冻土	含土冰层
构造类别		整体状	微层、网状	层状	斑状	基底状
融沉评价	等级	不融沉	弱融沉	中融沉	强融沉	融沉
	融沉系数 δ_0	$\delta_0 < 1$	$1 \leq \delta_0 < 3$	$3 \leq \delta_0 < 10$	$10 \leq \delta_0 < 25$	$\delta_0 \geq 25$
冻胀评价	等级	不冻胀	弱冻胀	中冻胀	强冻胀	特强冻胀
	冻胀系数 η	$\eta < 1$	$1 \leq \eta < 3.5$	$3.5 \leq \eta < 6$	$6 \leq \eta < 12$	$\eta \geq 12$
强度评价	等级	中	高	高	中低	低
	相对强度值	0.8 ~ 1.0	1.0	1.0	0.8 ~ 0.4	< 0.4

2 多年冻土工程综合分类方法

类是性质、特征相近物体或事件的一个集合。本次我们采用多元有序数据最优分割法，对多年冻土进行分类。它是一种不确定性分类法，对表征冻土工程特征的变量按一定顺序排列（即有序特征量），运用多元有序数据最优分割法，使每一类内部样品之间的差异性最小，而使异类之间的差异最大，从而得到冻土的工程综合分类。

其数学原理如下：有 n 个有序样品，每个样品有 m 个变量，从而构成了一个 $n \times m$ 的原始数据矩阵，其元素记为 y_{il} ($i = 1, 2, \dots, n$; $l = 1, 2, \dots, m$)。对原始数据作正规化处理，变换为：

$$z_{il} = \frac{y_{il} - \min_{1 \leq i \leq n} \{y_{il}\}}{\max_{1 \leq i \leq l} \{y_{il}\} - \min_{1 \leq i \leq n} \{y_{il}\}}$$

样品段 $\{i, \dots, j\}$ 内变量的内差平方和为：

$$d_{ij} = \sum_{\alpha=i}^j \sum_{\beta=1}^m [z_{\alpha\beta} - \bar{z}_{\beta}(i, j)]^2$$

式中

$$\bar{z}_{\beta}(i, j) = \frac{1}{j-i+1} \sum_{\alpha=1}^1 z_{\alpha\beta} \quad (1 \leq i \leq j \leq n, \beta = 1, 2, \dots, m)$$

若 n 个有序样品分成 K 类，每类中有 nk 个样品，按照最优分割原则，其类中离差平方和必须满足下式：

$$\begin{aligned} W_n(k, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{k-1}) &= d_1(i, j) + d_2(i, j) + \dots + d_k(i, j) \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{\alpha=1}^{nk} \sum_{\beta=1}^m [z_{k\alpha\beta}(i, j)]^2 \end{aligned}$$

在实际中，将最优分类分成 2 类、3 类… K 类，在类中离差平方和 W 与分类数 K 的曲线上拐点对应的 K 值即为最优分类。

由此可见，最优分类方法不需人为设定类数，体现了分类的动态特征。

3 综合分类特征因素的选择

本次对多年冻土进行综合工程分类，采用的综合因素主要涵盖三方面的内容：冻土本身的性质（内因）、冻土的结构、冻土的赋存环境等。

3.1 多年冻土本身的性质

冻土本身的性质主要包括冻土的物理性质、化学性质与工程特性等。物理性质主要包括冻土的年平均地温、热容等；化学性质主要包括化学成分、酸碱性等；工程特性主要包括强度、融沉性、冻胀性等。

3.2 多年冻土的结构与含冰量

冻土的结构主要是指冻土土体本身的结构与其赋存冰的结构。土体的结构主要包括土的颗粒大小、级配和颗粒的排列状态。冰的结构主要是指冰以何种形式排列或充填于土体中，包括零星充填、网络或微层状、层状、斑状、整体状等。冻土的含冰量是指冻土中冰所占的百分比，它是多年冻土的重要指标。

3.3 赋存环境

影响多年冻土稳定性的主要环境因素为：太阳辐射强度、环境的气温、地表径流、地质构造与人类工程活动（工程结构物的类型、人为热源等）、地形地貌、地表植被等。

根据对上述因素的分析，主要选择土体本身的性质、含冰量、融沉性、冻胀性、多年平均地温、环境影响指数作为样品的赋存环境变量。

4 多年冻土各特征因素的取值

多年冻土各特征因素的取值见表 3。

表 3 多年冻土各特征因素取值表

特征因素	取 值
土体本身性质系数	石质冻土取 1.0, 卵碎(漂、块)石土取 0.9~1.0, 圆砾(角砾)土取 0.8~0.9, 砂土取 0.6~0.8, 粉质土取 0.5~0.6, 黏土取 0.4~0.6, 含土冰层取 0.2~0.4
含冰量	按照实测的含冰量取值
冻胀系数	按照实测取值
融沉系数	按照实测取值
冻土平均年地温	按照实测取值, 从负温~0℃。
环境指数	1.构造不活动、无河流等地表流水、植被覆盖率大于 90%, 位于阴坡, 取 1.0; 2.构造活动弱, 间断的地表小径流, 植被覆盖率 60%~90%, 位于阴坡, 取 0.8~1.0; 3.构造活动较强, 有间断的地表径流, 植被覆盖率 30%~60%, 位于平地, 取 0.6~0.8; 4.构造活动强, 有地表径流或常年流水, 植被覆盖率小于 30%, 位于阳坡, 取 0.4~0.6

5 实例计算结果及其意义

本次对某标段的部分冻土进行了综合分类初步计算, 得出了样品的 K 、 W 值, 并绘制了 $W-K$ 曲线, 见图 1。

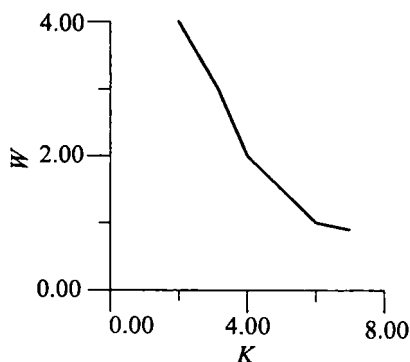


图 1 $W-K$ 曲线

从图 1 可以确定最佳分类点为 4，即综合分类将多年冻土最佳分成 4 类，具体为：① 稳定类，稳定性好，不易破坏而引起变形；② 基本稳定类，稳定性好，较为稳定而变形小；③ 基本不稳定类，稳定性不太好，较容易破坏而引起一定变形；④ 不稳定冻土，稳定性不好，易破坏而引起大的变形。

由此可见，综合分类全面考虑了冻土的特征，是对多年冻土稳定性的全面评价，有利于对症下药，根据不同类型冻土采取不同的措施，更有利于设计与施工。

6 结束语

本次综合分类是一次初步尝试，尚有很多不成熟之处，只是本着从全面的角度考虑冻土的工程稳定性，为今后的进一步研究提供一种思路。

参考文献

- [1] 刘宝兴主编. 路基工程新技术使用全书[M]. 北京：海潮出版社，2001.
- [2] 张鲁新编著. 青藏铁路建设冻土专业技术和施工基础[Z]. 2003.
- [3] 钱家欢等合编. 土工原理与计算[M]. 北京：水利电力出版社，1994.

青藏铁路 19 标段施工测量

李晶瑜 冯义刚

【摘要】 青藏铁路经由地区的地理、地貌、气候、建设环境等的条件都十分特殊。它高寒缺氧、气候多变、多年冻土、不良地质比较发育、强光照、常年大风、冻融变化频繁、环保要求高等，这些特殊条件决定了测量工作的特殊性。

【关键词】 青藏铁路；施工测量；特殊气候；测量参数；测量精度；路基；桥梁

1 测区概况

青藏高原 19 标段位于唐古拉山南侧，寒冷干旱，空气稀薄，气压较低，一年内的冻结期长达 9 个月，蒸发量远大于降水量。青藏铁路经由地区高寒缺氧、气候多变、多年冻土、不良地质比较发育、强光照、常年大风、冻融变化频繁、环保要求高等。这些不同于其他省内一般铁路经由地区的地理、地貌、气候、建设环境等的特殊条件，决定了测量的特殊性。

2 仪器配置

配置性能较好的新仪器并根据青藏高原气候总结影响测量精度的因素，确定较精确的参数。

测量的前期工作是进行交接桩工作，并对交接的线路控制桩及水准点进行复测。本测区共复测线路控制点 62 个、水准点 10 个（线路全长 25.8 km），并对完成线路的复测情况编写报告。

在复测的过程中发现所测的距离与所交接的距离有一定的误差，这个误差虽然在限差之内，但还是决定分析影响测量精度的因素并减小测量误差。

2.1 仪器和人为的影响

仪器选定了精度较高且抗风耐寒的徕卡全站仪。操作时选定不同的人员，通过现场测试发现这些对误差影响不大，就排除了仪器和人为因素的影响。

2.2 温度、距离、大气压的影响

(1) 当温度、大气压一定时，误差是否随距离的变化而变化。为此选定了

3 个测量中常用的距离：400 m、600 m、800 m，实验后发现误差虽然随距离的增大相对误差变小，但误差的绝对值变化很小。

(2) 确定当大气压、距离一定时，误差是否随温度的变化而变化。为此我们选定了不同时段：上午 9:00、中午 1:30、下午 5:30 对 400 m、600 m、800 m 进行实验，发现温度对距离的影响也非常小。

(3) 确定当温度、距离一定时，误差是否随大气压的变化而变化。我们仍然选定了不同时段：上午 9:00、中午 1:30、下午 5:30 对 400 m、600 m、800 m 进行实验，发现大气压对距离的变化影响较大。由此推测影响测量误差最大的一个因素是大气压，也就是说输入的参数——大气压的数据不准确，需要重新确定大气压的数值。

通过实验和查找资料发现：海拔越高，大气压和氧分压越低。一般海拔每升高 100 m，大气压下降 0.99 kPa，也就是说，海拔每升高 100 m，大气压就降低 1。本工程所处地平均海拔为 4 876.728 m，平均气压为 56.5 kPa，确定参数后，通过现场测试，发现误差很小。

3 通过对交接的中桩点和水准点进行复测发现有些点的误差超限

3.1 影响中桩点误差的地质原因和气候原因

由于所处地段为冻融区，而中桩控制点又有几年时间，经过几年的冻胀，可能有偏差。另发现有误差的点所处的位置地势变化较大且地势较低，而偏差的方向刚好偏向地势较低的地方，由此推测误差是由冻融和融化的雨雪水冲刷引起的，校核时应该偏向地势较高的方向。

3.2 影响水准点的误差

主要是风大而引起的水准尺竖立不直 i 角误差引起的。避免风大而引起水准尺竖立不直的手段是选用适用于高原风大的（减振）水准仪和选择最佳观测时间；避免 i 角误差是减小前后视距差，为此在测量时用钢卷尺拉前后视距，然后用上下丝读数，当前后视距差较大时重新立尺。

复测完成后，对在复测中存在的问题（点）与设计院进行沟通处理，完成了前期工作中最重要阶段的工作。通过此阶段的测量工作，熟悉了整个线路的地形地貌，摸索出了高原测量的特点和规律，掌握了高原影响测量工作的几个因素并找到了相应的解决办法。

4 必须建立覆盖整个测区的永久导线控制网，以提高测量精度和永久观测

由于青藏铁路所处地理环境特殊，交桩时只交了中桩控制桩，而这些桩施工后将被破坏掉，所以在施工之前必须建立包括中桩在内的导线控制网。

4.1 建立独立坐标系

为了施工测量方便和把中桩控制点与导线点融为一体，在导线网建立的同时，必须建立独立的坐标系，计算出每个中桩控制点的坐标和施工需要的所有点的坐标。

4.2 导线点选择

由于测区地质地形复杂，我们采用在实地边勘察、边选择导线测量路线和确定点位。为了使以后的导线测量计算工作不过于复杂和繁重，选择导线的路线时，敷设成单一的直伸附合导线，为了便于测角和量边，导线点尽量选择在平坦而开阔的路线，这减小了测角的通视和旁折光的影响。为减免因望远镜调焦而带来的误差，选择的导线边大致相等，当有些点不可避免时，就设法与中桩控制点联测。

4.3 导线点的埋设

导线点位置选好后，在地面上标定下来，一般方法是打一木桩，并在桩顶中心钉一小铁钉。对于需要长期保存的导线点，则应埋入石桩或混凝土桩，桩顶刻凿十字或铸入具有十字的钢筋。

但由于青藏铁路属高原多年冻土区，冻融层较厚，导线点的埋设采用钻机钻孔，孔深一般8~10 m（2倍于多年冻土上限深度），达到多年冻土层以下，孔内先安装直径110 mm的护筒，护筒内再安装直径50 mm的小钢管，护筒与钢管间用细石混凝土填塞，上口部分用沥青封住，最后用水泥钉在小钢管上打点。

如果按一般方法埋点，将满足不了施工需要的测量精度，因为冻融层随着季节气候的变化，将发生融化和冻结，从而使桩发生非常大的沉降变化。采用钻孔方法埋设，孔桩不会发生位移和沉降变化，因为孔深达到多年冻土层上限以下，多年冻土层不随着季节气候的变化而发生融化和冻结，用护筒的主要作用是保护内部小钢管不随着冻融层的变化产生位移变形，因为冻融层融化冻结而产生的膨胀力，作用在护筒上，同时也不会发生塌孔现象。上口用沥青封住，因为上口部分受季节影响最大，如改用混凝土封住，混凝土是刚性的，不能很

好地抵制因为冻融层融化冻结而产生的膨胀力，而沥青是柔性的，能很好地适应护筒和钢管的变形，因为护筒发生位移变化时，传递给沥青，沥青能承受一定的挤压，对小钢管的影响不会很大，从而使点能被很好地保护而满足测量精度。

4.4 测角、测距及精度的评定

在导线测量工作之前，应对仪器、毡标和对中器等进行检查和检验，在观测中也应随时检查。角度观测时单角用测回法观测，多个角用方向观测法。

4.4.1 误差来源及消除或减少影响的方法（见表1）

表1 误差来源与消除方法

误差来源	公式	消除或减少影响的方法	备注
视准轴误差	$\chi = c \sec \alpha$	正倒镜观测取平均值	方向误差
望远镜旋转轴误差	$\varepsilon = i \tan \alpha$	正倒镜观测取平均值	方向误差
仪器旋转轴误差	$\varepsilon = \delta \sin \beta \tan \alpha$	观测时严格整平仪器	方向误差 $\beta = 90^\circ$
对中误差	$\delta_1 + \delta_2 = \sin \frac{\theta}{d} + \sin \frac{\beta - \theta}{d}$	仔细对中	角度误差
目标偏心差	$\chi = h \sin \frac{r \rho}{d}$	棱镜气泡居中，尽量瞄准底部	方向误差
瞄准误差	$M_v = 60''/\nu$	消除误差，仔细瞄准	方向误差
读数误差	$m_{\text{读}} = \frac{\pm 1\sqrt{3}\sqrt{2}}{2}$	仔细重合，认真读数	方向误差
外界条件影响		选择适宜的时间观测	

4.4.2 精度的评定

在外业观测工作结束后，必须将外业成果进行仔细的检查，尤其要注意手簿的记录和计算是否合乎规范要求，其精度是否在规定的限差以内。测角精度评定公式如下：

$$m_{\beta} = \frac{\frac{1}{N}}{\sqrt{\frac{f_{\beta} f_{\beta}}{n+1}}}$$