

普通高等教育“十二五”规划教材配套教辅

大学物理习题解析

马学军 主编



科学出版社

内 容 简 介

本书是根据徐送宁教授主编的《大学物理》的主要内容,结合多名教师的长期教学经验编写而成的。

全书在每章都设置了目的与要求、例题选解、习题解析和问题与思考四部分内容,并且在力学、电磁学、热学、狭义相对论、波动光学、量子光学与量子力学基础后设置了同步训练,最后附加了综合测试。同步训练和综合测试都附有答案,便于自检或自测。本书内容由浅入深,难度适宜,并且与实际相结合。

本书可作为高等学校非物理专业学生的辅导书或自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理习题解析/马学军主编. —北京:科学出版社,2012

普通高等教育“十二五”规划教材配套教辅

ISBN 978-7-03-034912-5

I. 大… II. ①马… III. ①物理学-高等学校-题解 IV. ①O4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 130609 号

责任编辑:昌 盛 / 责任校对:林青梅
责任印制:闫 磊 / 封面设计:迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

铭浩彩色印装有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 6 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2012 年 6 月第一次印刷 印张:14

字数:305 000

定价:29.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

物理学是整个自然科学和工程技术科学的基础,大学物理是高等院校各专业的重要基础课程,它所阐述的物理学基本知识、基本思想、基本规律和基本方法不仅是学生学习后续专业课的基础,而且也是全面提高学生的科学素质、培养学生的科学思维方法和科学研究能力的重要内容。

要学好大学物理,除了课堂教学外,课外做一定数量的练习题,对于掌握物理学的知识和基本规律是非常重要的。这有助于学生加深对物理学基本概念、基本定律和原理的理解,有助于理论联系实际,对培养学生分析问题、解决问题的能力具有极其重要的意义。

本书旨在帮助学生更好地掌握学习物理课程的主动权,及时了解自己对基本概念和基本规律的理解及掌握情况。在分析具体物理问题的过程中,建立物理学的基本概念,熟悉物理学的规律,体会物理问题所蕴涵的奥妙。

本书是与徐送宁教授主编的《大学物理》配套的学习辅导书。每章都设置了目的与要求、例题选解、习题解析和问题与思考四部分内容,同时在力学、电磁学、热学、狭义相对论、波动光学、量子光学与量子力学基础后设置了同步训练,最后附加了综合测试。

本书由马学军主编。各章的编写分工如下:第1、2章由马学军编写,第3、4章由唐国艳编写,第5~7章由牟世娟编写,第8、9章由迟宝倩编写,第10、11章由陶君编写,第12、13章由张丹编写。全书由沈阳工业大学李岩教授主审。在本书编写过程中,得到了沈阳理工大学物理教研室全体教师的大力支持,在此深表感谢。

由于编者学识有限,书中不妥之处在所难免,敬请读者指正。

编 者
2012年3月

目 录

前言

第 1 章 质点运动学	1
第 2 章 质点动力学	8
第 3 章 刚体的运动	13
第 4 章 振动与波动	23
同步训练 1	32
第 5 章 静电场	47
第 6 章 恒定磁场	66
第 7 章 电磁感应与电磁场	77
同步训练 2	87
第 8 章 气体动理论	104
第 9 章 热力学基础	114
同步训练 3	127
第 10 章 狭义相对论	141
同步训练 4	149
第 11 章 光的波动性	153
同步训练 5	173
第 12 章 光的量子性	181
第 13 章 量子力学基础	189
同步训练 6	198
综合测试	206

第1章

质点运动学

一、目的与要求

- (1) 了解描述运动的三个必要条件:参考系(坐标系)、物理模型(质点、刚体)、初始条件.
- (2) 掌握位矢、位移、速度、加速度、角速度和角加速度等描述质点运动和运动变化的物理量.
- (3) 能计算质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度.
- (4) 掌握应用微积分处理运动学中的两类问题.
- (5) 理解相对运动的有关概念和基本计算方法.

二、例题选解

例 1.1 已知质点位矢随时间变化的函数形式为 $\boldsymbol{r} = t^2\boldsymbol{i} + 2t\boldsymbol{j}$, 式中 $\boldsymbol{r}$ 的单位为 m, t 的单位为 s. 求: (1) 任一时刻的速度和加速度; (2) 任一时刻的切向加速度和法向加速度.

分析 自然坐标系中, 总加速度为 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_n$.

解 (1) $\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = 2t\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j}$

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = 2\boldsymbol{i}$$

$$(2) v = [(2t)^2 + 4]^{\frac{1}{2}} = 2(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$$

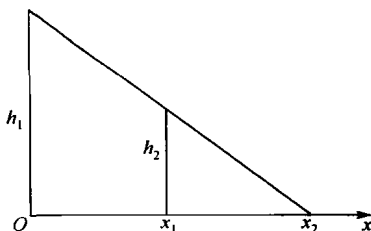
$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{2t}{\sqrt{t^2 + 1}}$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{2}{\sqrt{t^2 + 1}}$$

例 1.2 路灯距地面的高度为 h_1 , 一身高为 h_2 的人在路灯下以匀速 v_1 沿直线行走. 试证明人影的顶端做匀速运动, 并求其速度 v_2 .

证明 如例 1.2 图所示, 设人从 O 点开始行走, t 时刻人影中足的坐标为 x_1 , 人影中头的坐标为 x_2 , 由几何关系可得

$$\frac{x_2}{x_2 - x_1} = \frac{h_1}{h_2}$$



例 1.2 图



而

$$x_1 = v_1 t$$

所以,人影中头的运动方程为

$$x_2 = \frac{h_1 x_1}{h_1 - h_2} = \frac{h_1 t}{h_1 - h_2} v_1$$

人影中头的速度为

$$v_2 = \frac{dx_2}{dt} = \frac{h_1}{h_1 - h_2} v_1$$

例 1.3 如例 1.3 图所示,在离水面高度为 h 的岸边,有人用绳子拉船靠岸,收绳的速率恒为 v_0 ,求船在离岸边的距离为 s 时的速度和加速度.

解 以 l 表示从船到定滑轮的绳长,则 $v_0 = -dl/dt$,其中负号是因为船与滑轮间绳索的长度是缩短的.由图可知

$$s = \sqrt{l^2 - h^2}$$

于是得船的速度为

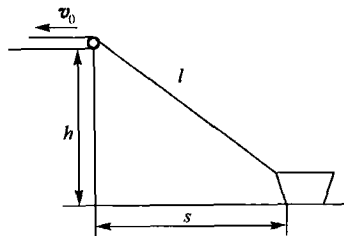
$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}} \frac{dl}{dt} = -\frac{\sqrt{s^2 + h^2}}{s} v_0$$

负号表示船在水面上向岸靠近.

船的加速度为

$$a = \frac{dv}{dt} = -\left[\frac{d}{dl} \left(\frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}} \right) v_0 \right] \frac{dl}{dt} = -\frac{h^2 v_0^2}{s^3}$$

负号表示加速度的方向指向岸边,因而船向岸边加速运动.



例 1.3 图

例 1.4 在质点的运动中,已知 $x = ae^{kt}$, $\frac{dy}{dt} = -bke^{-kt}$, $t=0$ 时, $y_0 = b$. 求质点的加速度和它的轨道方程.

分析 该题属于质点运动学的两类问题的混合应用,可用位移、速度和加速度的定义式和相互关系求解.

解 由 $\frac{dy}{dt} = -bke^{-kt}$ 有

$$\int_b^y dy = \int_0^t -bke^{-kt} dt = be^{-kt} \Big|_0^t$$

$$y - b = be^{-kt} - b$$

$$y = be^{-kt} \quad \text{①}$$

$$x = ae^{kt} \quad \text{②}$$

由式①、式②得轨道方程为

$$xy = ab$$

又

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = ak^2 e^{kt}, \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = bk^2 e^{-kt}$$

故加速度为

$$\mathbf{a} = ak^2 e^{kt} \mathbf{i} + bk^2 e^{-kt} \mathbf{j} = k^2 x \mathbf{i} + k^2 y \mathbf{j}$$

三、习题解析

习题 1.1 一质点在 xOy 平面内运动, 运动函数为 $x = 2t, y = 4t^2 - 8$. (1) 求质点的轨道方程并画出轨道曲线; (2) 求 $t = 1\text{s}$ 和 $t = 2\text{s}$ 时质点的位置、速度和加速度.

解 (1) 由 $x = 2t$ 得 $t = x/2$, 代入 $y = 4t^2 - 8$ 可得 $y = x^2 - 8$, 即轨道曲线.

(2) 质点的位置可表示为

$$\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + (4t^2 - 8)\mathbf{j}$$

由 $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$ 则速度

$$\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 8t\mathbf{j}$$

由 $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$ 则加速度

$$\mathbf{a} = 8\mathbf{j}$$

则, 当 $t = 1\text{s}$ 时, 有

$$\mathbf{r} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j}, \quad \mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 8\mathbf{j}, \quad \mathbf{a} = 8\mathbf{j}$$

当 $t = 2\text{s}$ 时, 有

$$\mathbf{r} = 4\mathbf{i} + 8\mathbf{j}, \quad \mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 16\mathbf{j}, \quad \mathbf{a} = 8\mathbf{j} \quad (\text{SI})$$

习题 1.2 质点沿 x 在轴正向运动, 加速度 $a = -kv, k$ 为常数. 设从原点出发时速度为 v_0 , 求运动方程 $x = x(t)$.

分析 该题属于质点运动学的第二类问题, 即已知速度或加速度的表达式, 求运动方程, 必须在给定初始条件下, 采用积分的方法解决.

$$\text{解} \quad a = \frac{dv}{dt} = -kv, \quad \int_{v_0}^v \frac{1}{v} dv = \int_0^t -k dt, \quad v = v_0 e^{-kt}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-kt}, \quad \int_0^x dx = \int_0^t v_0 e^{-kt} dt$$

$$x = \frac{v_0}{k} (1 - e^{-kt})$$

习题 1.3 一枚从地面发射的火箭以 20m/s^2 的加速度竖直上升 0.5min 后, 燃料用完, 于是像一个自由质点一样运动, 略去空气阻力, 试求: (1) 火箭达到的最大高度; (2) 它从离开地面到再回到地面所经过的总时间.

解 (1) 以地面为坐标原点, 竖直向上为 x 轴正方向建立一维坐标系, 且在坐标原点时, $t = 0\text{s}$, 且 $0.5\text{min} = 30\text{s}$, 则: 当 $0 \leq t \leq 30\text{s}$, 由 $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ 得

$$\int_0^t a_x dt = \int_0^{v_x} dv_x, \quad a_x = 20\text{m/s}^2$$

在 $v_x = 20t(\text{m/s}), t = 30\text{s}$ 时, $v_1 = 600\text{m/s}$, 由 $v_x = \frac{dx}{dt}$ 得 $\int_0^{30} v_x dt = \int_0^{x_1} dx$, 则 $x_1 = 9000\text{m}$.

当火箭未落地, 且 $t > 30\text{s}$, 又有

$$\int_{30}^t a_{x2} dt = \int_{v_1}^{v_{x2}} dv_{x2}, \quad a_{x2} = -9.8\text{m/s}^2$$

则

$$v_{x2} = 894 - 9.8t \quad (\text{m/s})$$



且 $\int_{30}^t v_{x2} dt = \int_{x_1}^x dx$, 则

$$x = -4.9t^2 + 894t - 13410 \text{ (m)} \quad ①$$

当 $v_{x2} = 0 \text{ m/s}$, 即 $t = 91.2 \text{ s}$ 时, 由式①得 $x_{\max} \approx 27.4 \text{ km}$.

(2) 由(1)问, 可知, 当 $x = 0 \text{ (m)}$ 时, $t \approx 166 \text{ (s)}$, $t \approx 16 \text{ (s)} < 30 \text{ (s)}$ (舍去).

习题 1.4 一质点沿半径为 0.1 m 的圆周运动, 其用角坐标表示的运动学方程为 $\theta = 2 + 4t^3$, θ 的单位为 rad , t 的单位为 s , 试求:

(1) $t = 2 \text{ s}$ 时, 质点的切向加速度和法向加速度的大小;

(2) 当 θ 等于多少时, 质点的切向加速度大小恰等于总加速度大小的一半.

分析 应用圆周运动的有关知识, 掌握角量与线量、角位移与角加速度、法向加速度、切向加速度的关系即可得到.

解 (1) 由于 $\theta = 2 + 4t^3$, 则角速度

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 12t^2, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = 24t$$

在 $t = 2 \text{ s}$ 时, 法向加速度和切向加速度的数值分别为

$$a_n|_{t=2\text{s}} = r\omega^2 = 2.30 \times 10^2 \text{ m/s}^2$$

$$a_t|_{t=2\text{s}} = r \frac{d\omega}{dt} = 4.80 \text{ m/s}^2$$

(2) 当 $a_t = \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$ 时, 有 $3a_t^2 = a_n^2$, 即

$$3(r24t)^2 = r^2(12t^2)^2$$

$$t^3 = \frac{1}{2\sqrt{3}} \approx 0.29 \text{ (s}^3\text{)}$$

此时刻角位置为

$$\theta = 2 + 4t^3 = 3.15 \text{ rad}$$

习题 1.5 质点在重力场中做斜上抛运动, 初速度的大小为 v_0 , 与水平方向成 α 角. 求质点到达抛出点的同一高度时的切向加速度、法向加速度以及该时刻质点所在处轨迹的曲率半径 (忽略空气阻力). 已知法向加速度与轨迹曲率半径之间的关系为 $a_n = v^2/\rho$.

解 运动过程中, 质点的总加速度 $a = g$. 由于无阻力作用, 所以回落到抛出点高度时, 质点的速度大小 $v = v_0$, 其方向与水平线夹角也是 α . 故

$$\text{切向加速度} \quad a_t = g \sin \alpha$$

$$\text{法向加速度} \quad a_n = g \cos \alpha$$

因 $a_n = \frac{v^2}{\rho}$, 所以

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha}$$

习题 1.6 当火车静止时, 乘客发现雨滴下落方向偏向车头, 偏角为 30° , 当火车以 35 m/s 的速率沿水平直路行驶时, 发现雨滴下落方向偏向车尾, 偏角为 45° , 假设雨滴相对于地的速度保持不变, 试计算雨滴相对地的速度大小.

解 选地为静系, 火车为动系.

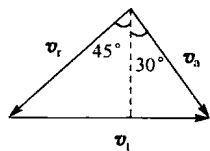
已知:雨滴对地速度 v_a 的方向偏前 30° , 火车行驶时, 雨滴对火车的相对速度 v_r 偏后 45° , 火车速度 $v_t = 35\text{m/s}$, 方向水平.

由习题 1.6 图可知

$$\begin{aligned} v_a \sin 30^\circ + v_r \sin 45^\circ &= v_t \\ v_a \cos 30^\circ &= v_r \cos 45^\circ \end{aligned}$$

由此二式解出

$$v_a = \frac{v_t}{\sin 30^\circ + \sin 45^\circ \frac{\cos 30^\circ}{\cos 45^\circ}} = 25.6\text{m/s}$$



习题 1.6 图

习题 1.7 一质点沿半径为 R 的圆周运动, 运动学方程为 $s = v_0 t - \frac{1}{2} b t^2$, 其中 v_0, b 都是常量. 试求: (1) t 时刻质点的加速度大小及方向; (2) 在何时加速度大小等于 b ; (3) 到加速度大小等于 b 时质点沿圆周运行的圈数.

解 (1) 因速率 $v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt$, 则

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}, \quad a_t = \frac{dv}{dt} = -b$$

即加速度为

$$\mathbf{a} = \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_t + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{e}_n = -b \mathbf{e}_t + \frac{(v_0 - bt)^2}{R} \mathbf{e}_n$$

其大小为

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{b^2 + \left[\frac{(v_0 - bt)^2}{R} \right]^2} \quad (1)$$

方向为

$$\tan \theta = \frac{a_n}{a_t} = -\frac{(v_0 - bt)^2}{bR}$$

(2) 当 $a = b$ 时, 由式①可得 $t = \frac{v_0}{b}$.

(3) 当 $a = b$ 时, $t = \frac{v_0}{b}$, 代入 $s = v_0 t - \frac{1}{2} b t^2$, 可得 $s = \frac{v_0^2}{2b}$. 则运行的圈数为

$$N = \frac{s}{2\pi R} = \frac{v_0^2}{4\pi b R}$$

习题 1.8 一小船相对于河水以速率 v 划行. 当它在流速为 u 的河水中逆流而上之时, 有一木桨落入水中顺流而下, 船上人两秒钟后发觉, 即返回追赶, 问几秒钟后可追上此桨?

解 取河水为参考系. 相对河水, 木桨落入水中是不动的. 不论顺水或者逆水, 船对水的速率均是 v . 2 秒钟后发现失桨, 木桨与船之间距离为 $S = 2v$. 返回追赶时船速仍为 v . 因此

$$t = \frac{S}{v} = \frac{2v}{v} = 2\text{s}$$

习题 1.9 碟盘是一张表面覆盖一层信息记录物质的塑性圆片. 若碟盘可读部分的内外半径分别为 2.50cm 和 5.80cm . 在回放时, 碟盘被以恒定的线速度由内向外沿螺旋扫描线(阿基米德螺旋线)进行扫描. (1) 若开始时读写碟盘的角速度为 50.0rad/s , 则读完时的角速度为多少? (2) 若螺旋线的间距为 $1.60\mu\text{m}$, 求扫描线的总长度和回放时间.

分析 阿基米德螺旋线是一等速的螺旋线,在极坐标下,它的参数方程可表示为 $r=r_0+a\theta$, 式中 r 为极径, r_0 为初始极径, θ 为极角, a 为常量. 它的图线是等间距的,当间距为 d 时,常量 $a=d/2\pi$. 因此,扫描线的总长度可通过积分 $s=\int r d\theta$ 得到.

解 (1) 由于线速度恒定,则由 $v=\omega r$,可得 $\omega_1 r_1=\omega_2 r_2$,故碟盘读完时的角速度为

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2} = 21.6 \text{ rad/s}$$

(2) 在可读范围内,螺旋线转过的极角 $\theta=2\pi(r_2-r_1)/d$,故扫描线的总长度为

$$s = \int r d\theta = \int_0^{2\pi(r_2-r_1)/d} \left(r_1 + \frac{d}{2\pi} \theta \right) d\theta = \frac{\pi(r_2^2 - r_1^2)}{d} = 5.38 \times 10^3 \text{ m}$$

碟盘回放的时间为

$$t = \frac{s}{v} = 4.10 \times 10^3 \text{ s} \approx 1.15 \text{ h}$$

本题在求扫描线的总长度时,也可采用平均周长的计算方法,即

$$s = 2\pi n \frac{r_2+r_1}{2} = 2\pi \frac{r_2+r_1}{2} \frac{r_2-r_1}{d} = 5.38 \times 10^3 \text{ m}$$

习题 1.10 一足球运动员在正对球门前 25.0m 处以 20.0m/s 的初速率罚任意球,已知球门高为 3.44m. 若要在垂直于球门的竖直平面内将足球直接踢进球门,问他应在与地面成什么角度的范围内踢出足球(足球可视为质点)?

解 取习题 1.10 图示坐标系 Oxy ,由运动方程

$$x = vt \cos \theta$$

$$y = vt \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2$$

消去 t 得轨迹方程

$$y = x \tan \theta - \frac{g}{2v^2} (1 + \tan^2 \theta) x^2$$

以 $x=25.0\text{m}$, $v=20.0\text{m/s}$ 及 $3.44 \geq y \geq 0$ 代入后,可解得

$$71.11^\circ \geq \theta_1 \geq 69.92^\circ$$

$$27.92^\circ \geq \theta_2 \geq 18.89^\circ$$

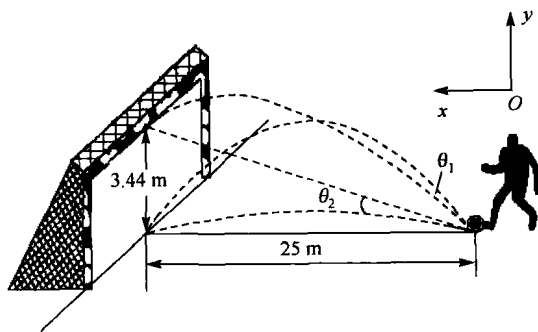
如何理解上述角度的范围?

在初速度一定的条件下,球击中球门底线或球门上沿都将对应有两个不同的投射倾角,如习题 1.10 图所示. 如果以 $\theta > 71.11^\circ$ 或 $\theta < 18.89^\circ$ 踢出足球,都将因射程不足而不能直接射入球门;由于球门高度的限制, θ 角也并非能取 71.11° 与 18.89° 之间的任何值. 当倾角取值为 $27.92^\circ < \theta < 69.92^\circ$ 时,踢出的足球将越过门沿而离去,这时足球不能射入球门. 因此可取的角度范围只能是解中的结果.

习题 1.11 10 米高台跳水如何确定跳台跳水的游泳池深度?

解 运动员自跳起至落水前的运动可以看成是自由落体,其落到水面时的速度

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 10} = 14.0 \text{ (m/s)}$$



习题 1.10 图



运动员入水后,除受到向下的重力外,还受到向上的浮力和水的阻力作用.重力与浮力的大小几乎相等,则运动员受到的合外力为水的阻力,由阻力公式有

$$F = -c\rho Av^2$$

式中, ρ 为水的密度, A 为运动员的身体与运动方向垂直的截面积, c 为阻力系数一般取 0.25, 设 A 为 0.08m^2 , 选水面为坐标原点, 铅直向下为 x 轴正向, 根据牛顿第二定律有

$$m \frac{dv}{dt} = -c\rho Av^2$$

把 $dt = \frac{dx}{v}$ 代入上式, 得

$$\frac{dv}{v} = -\frac{c\rho A}{m} dx$$

两边积分, 即

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\frac{c\rho A}{m} \int_0^x dx$$

得

$$x = \frac{m}{b} \ln \frac{v_0}{v}$$

如果运动员的质量为 50kg , 当其速率减小到 $v = 2.0\text{m/s}$ 时转身, 并以脚蹬池底上浮, 则

$$x = 4.9\text{m}$$

因此, 规定池深为 $4.50 \sim 5.00\text{m}$, 水太浅对运动员不安全, 水太深不利于运动员完成转身后脚蹬池底的动作.

四、问题与思考

1.1 质点的 $x-t$ 关系如思考 1.1 图所示, 图中 a 、 b 、 c 三条线表示三个速度不同的运动. 问它们属于什么类型的运动? 哪一个速度大? 哪一个速度小?

答: 匀速直线运动. $v_a > v_b > v_c$.

1.2 说明平均加速度和瞬时加速度的几何意义.

答: 平均加速度表示速度 Δv 在 Δt 时间内的平均变化率, 它只能粗略地反映运动速度的变化程度和方向, 而瞬时加速度能精确反映质点运动速度的变化及方向.

1.3 运动物体的加速度随时间减小, 而速度随时间增加, 是可能的吗?

答: 是可能的. 加速度随时间减小, 说明速度随时间的变化率减小.

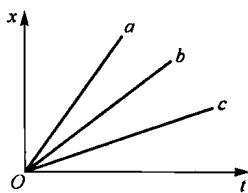
1.4 若质点限于在平面上运动, 试指出符合下列条件的各应是什么样的运动?

$$(1) \frac{dr}{dt} = 0, \frac{d\mathbf{r}}{dt} \neq 0; (2) \frac{dv}{dt} = 0, \frac{d\mathbf{v}}{dt} \neq 0; (3) \frac{da}{dt} = 0, \frac{d\mathbf{a}}{dt} = 0$$

答: (1) 质点做圆周运动.

(2) 质点做匀速率曲线运动.

(3) 质点做抛体运动.



思考 1.1 图

第2章

质点动力学

一、目的与要求

- (1) 掌握牛顿三定律的基本内容及其适用条件, 掌握用隔离体法分析质点受力和解题的基本方法, 以及在非惯性系中运用牛顿定律求解质点动力学问题的方法.
- (2) 理解动量、冲量概念, 掌握动量守恒定律及其适用条件, 并能分析、解决简单系统力学问题.
- (3) 掌握功的概念, 能熟练地计算作用在质点上的变力做功问题, 理解做功与过程有关的性质.
- (4) 理解保守力做功的特点和势能的概念及重力、弹性力和万有引力的势能.
- (5) 掌握质点的动能定理和功能原理, 掌握机械能守恒定律, 了解普遍的能量守恒和转换定律.
- (6) 了解完全弹性碰撞和完全非弹性碰撞的特点.

二、例题选解

例 2.1 质量为 M 的气球以加速度 a 匀加速上升, 突然一只质量为 m 的小鸟飞到气球上, 并停留在气球上. 若气球仍能匀加速向上, 求气球的加速度减少了多少?

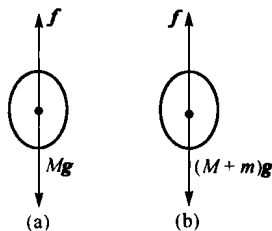
分析 用隔离体法受力分析, 运用牛顿第二定律列方程.

解 f 为空气对气球的浮力, 取向上为正. 分别由例 2.1 图 (a)、(b) 可得

$$\begin{aligned} f - Mg &= Ma \\ f - (M + m)g &= (M + m)a_1 \end{aligned}$$

则

$$a_1 = \frac{Ma - mg}{m + M}, \quad \Delta a = a - a_1 = \frac{m(a + g)}{m + M}$$



例 2.1 图

例 2.2 两辆质量相同的汽车在十字路口垂直相撞, 撞后二者扣在一起又沿直线滑动了 $s=25\text{m}$ 才停下来. 设滑动时地面与车轮之间的动摩擦系数为 $\mu_k=0.80$. 撞后两个司机都声明在撞车前自己的车速未超限制 (14m/s), 他们的话都可信吗?

分析 此题可认为两车相撞过程中合外力为零, 可用动量守恒定律求解.

解 两车相撞后的加速度为 $-\mu_k mg/m = -\mu_k g$, 由此可知刚撞后二者扣在一起时的速率为

$$v = \sqrt{2\mu_k gs} = \sqrt{2 \times 0.8 \times 9.8 \times 25} = 19.8(\text{m/s})$$

如果两车均未超限制,并都以最大允许速率 v_1 开行,则由两车的动量守恒可得(参考例 2.2 图)

$$(mv_1)^2 + (mv_2)^2 = (2mv')^2$$

由此可得撞后速率应为

$$v' = \frac{1}{2} \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 14 = 9.9 (\text{m/s})$$

由于实际撞后的速度 $v > v'$, 所以两个司机的话并不都可信, 至少一人撒谎。

例 2.2 图

例 2.3 2001 年 9 月 11 日美国纽约世贸中心双子塔遭恐怖分子劫持的飞机撞毁。据美国官方发表的数据, 撞击南楼的飞机是波音 767 客机, 质量为 132t, 速度为 942km/h。求该客机的动能, 这一能量相当于多少 TNT 炸药的爆炸能量?

解

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 132 \times 10^3 \times \left(\frac{942 \times 10^3}{3600} \right)^2 = 4.52 \times 10^9 (\text{J})$$

1tTNT 炸药的爆炸能量是 $4.6 \times 10^6 \text{J}$, 上述能量相当于

$$\frac{4.52 \times 10^9}{4.6 \times 10^6} = 0.982 \times 10^3 (\text{kg}) \approx 1(\text{t})$$

例 2.4 质量为 3.0kg 的木块(M)静止在水平桌面上, 质量为 5.0g 的子弹(m)沿水平方向射进木块。两者合在一起, 在桌面上滑动 25cm 后停止。木块与桌面的摩擦系数为 0.20, 试求子弹原来的速度。

分析 由动量守恒、动能定理求解。

解 在子弹沿水平方向射进木块的过程中, 由系统的动量守恒有

$$mv_0 = (M+m)v \quad (1)$$

一起在桌面上滑动的过程中, 由系统的动能定理有

$$\frac{1}{2}(M+m)v^2 = \mu(M+m)gl \quad (2)$$

代入数据有

$$v_0 = 600 \text{m/s}$$

例 2.5 长度为 l 的轻绳一端固定, 一端系一质量为 m 的小球, 绳的悬挂点正下方距悬挂点的距离为 d 处有一钉子。小球从水平位置无初速度释放, 欲使球在以钉子为中心的圆周上绕一圈, 试证 d 至少为 $0.6l$ 。

分析 小球在运动过程中机械能守恒; 考虑到小球绕 O 点能完成圆周运动, 因此小球在圆周运动的最高点所受的向心力应大于或等于重力。

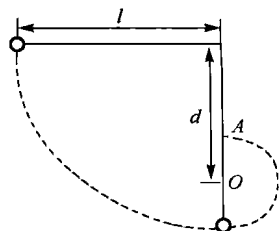
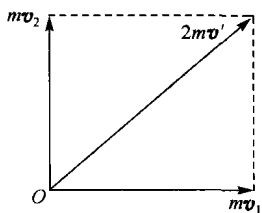
证 小球运动过程中机械能守恒, 选择小球最低位置为重力势能的零点(例 2.5 图)。设小球在 A 处时速度为 v , 则

$$mgl = mg \times 2(l-d) + \frac{1}{2}mv^2$$

得

$$v^2 = 4gd - 2gl$$

又小球在 A 处时向心力为



例 2.5 图

$$F_N = \frac{mv^2}{l-d} \geq mg$$

其中,绳张力为 0 时等号成立. 联立以上两式,解得 $d \geq 0.6l$.

三、习题解析

习题 2.1 一颗子弹在枪筒里前进时所受的合力大小为 $F = 400 - 4 \times 10^5 t/3$, 子弹从枪口射出时的速率为 300m/s. 设子弹离开枪口处合力刚好为零. 求: (1) 子弹走完枪筒全长所用的时间 t ; (2) 子弹在枪筒中所受力的冲量 I ; (3) 子弹的质量.

分析 子弹在枪筒里前进时受到的力是一短暂时间内急剧变化的力, 直接应用牛顿定律求解是不可能的, 应由冲量和动量定理求解.

解 (1) 由 $F = 400 - 4 \times 10^5 t/3$ 和子弹离开枪口处合力刚好为零, 则可以得 $F = 400 - 4 \times 10^5 t/3 = 0$, 计算得 $t = 0.003\text{s}$.

(2) 由冲量定义有

$$I = \int_0^{0.003} F dt = \int_0^{0.003} (400 - 4 \times 10^5 t/3) dt = 400t - 2 \times 10^5 t^2/3 \Big|_0^{0.003} = 0.6 (\text{N} \cdot \text{s})$$

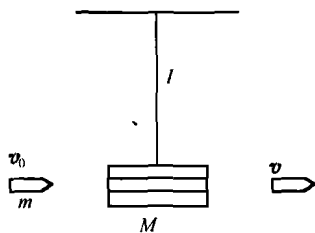
(3) 由动量定理有

$$I = \int_0^{0.003} F dt = \Delta p = mv = 0.6 \text{N} \cdot \text{s}$$

所以

$$m = 0.6/300 = 0.002 (\text{kg})$$

习题 2.2 质量为 $M = 1.5\text{kg}$ 的物体, 用一根长为 $l = 1.25\text{m}$ 的细绳悬挂在天花板上. 今有一质量为 $m = 10\text{g}$ 的子弹以 $v_0 = 500\text{m/s}$ 的水平速度射穿物体, 刚穿出物体时子弹的速度大小 $v = 30\text{m/s}$, 如习题 2.2 图所示, 设穿透时间极短. 求: (1) 子弹刚穿出时绳中张力的大小; (2) 子弹在穿透过程中所受的冲量.



习题 2.2 图

分析 应用动量守恒定律应注意如下问题:

(1) 动量守恒的条件是系统不受外力作用或所受外力的矢量和为零. 然而, 像碰撞、打击、爆炸等一类问题, 往往相互作用的内力比外力大得多, 这时外力可以忽略不计, 认为动量守恒.

(2) 实际应用时, 常采用分量式, 即如果在某一方向不受外力作用, 动量在该方向的分量守恒. 运用动量守恒定律解题的步骤:

- (1) 确定研究对象;
- (2) 进行受力分析, 看是否满足动量守恒条件;
- (3) 选定参考系, 规定坐标轴的正方向;
- (4) 明确过程前、后所研究的动量, 列出动量守恒关系式;
- (5) 求解.

解 (1) 取子弹与物体为研究对象, 子弹前进方向为 x 轴正向, 因穿透时间极短, 故可认为物体未离开平衡位置. 因此, 作用于子弹、物体系统上的外力均在竖直方向, 故系统在水平方向动量守恒. 令子弹穿出时物体的水平速度为 v' , 有

$$\begin{aligned}
 mv_0 &= mv + Mv' \\
 v' &= m(v_0 - v)/M = 3.13\text{m/s} \\
 T - Mg &= M\frac{v'}{l}, \quad T = Mg + M\frac{v'^2}{l} = 26.5\text{N}
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad f\Delta t = mv - mv_0 = -4.7\text{N}\cdot\text{s} \quad (\text{设 } v_0 \text{ 方向为正方向})$$

负号表示冲量方向与 v_0 方向相反。

习题 2.3 一人从 10m 深的井中提水。起始时桶中装有 10kg 的水,桶的质量为 1kg,由于水桶漏水,每升高 1m 要漏去 0.2kg 的水。求水桶匀速地从井中提到井口,人所做的功。

分析 水桶在匀速上提过程中,拉力与水桶重力相平衡;水桶的重力因漏水而随高度而变,因此,拉力做功实为变力做功,需按功的定义式求解。

解 选竖直向上为坐标 y 轴的正方向,井中水面处为原点。由题意知,人匀速提水,所以人所用的拉力 F 等于水桶的重量,即

$$F = G = G_0 - ky = mg - 0.2gy = 107.8 - 1.96y$$

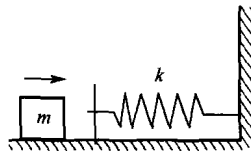
人的拉力所做的功为

$$W = \int dW = \int_0^H F dy = \int_0^{10} (107.8 - 1.96y) dy = 980\text{J}$$

习题 2.4 如习题 2.4 图所示,质量 m 为 0.1kg 的木块,在一个水平面上和一个劲度系数 k 为 20N/m 的轻弹簧碰撞,木块将弹簧由原长压缩了 $x=0.4\text{m}$ 。假设木块与水平面间的滑动摩擦系数 μ 为 0.25,问在将要发生碰撞时木块的速率 v 为多少?

分析 在计算与功有关的量时,应明确是什么力做功。摩擦力为非保守力,可按功能原理求解。另外,也可利用动能定理求解,利用动能定理的解题步骤如下:

- (1) 选定研究对象;
- (2) 受力分析,计算合外力的功;
- (3) 确定始态和末态的动能;
- (4) 根据动能定理列方程;
- (5) 求解。



习题 2.4 图

解 根据功能原理,木块在水平面上运动时,摩擦力所做的功等于系统(木块和弹簧)机械能的增量。由题意有

$$-f_r x = \frac{1}{2} kx^2 - \frac{1}{2} mv^2$$

而

$$f_r = \mu_k mg$$

由此得木块开始碰撞弹簧时的速率为

$$v = \sqrt{2\mu_k gx + \frac{kx^2}{m}} = 5.83\text{m/s}$$

习题 2.5 某弹簧不遵守胡克定律。设施力 F , 相应伸长为 x , 力与伸长的关系为 $F = 52.8x + 38.4x^2$ (SI) 求: (1) 将弹簧从伸长 $x_1 = 0.50\text{m}$ 拉伸到伸长 $x_2 = 1.00\text{m}$ 时, 外力所需做的功。 (2) 将弹簧横放在水平光滑桌面上, 一端固定, 另一端系一个质量为 2.17kg 的物体, 然后将弹簧拉伸到一定长度 $x_2 = 1.00\text{m}$, 再将物体由静止释放, 求当弹簧回到 $x_1 = 0.50\text{m}$ 时, 物体的速率。

解 (1) 外力做的功为

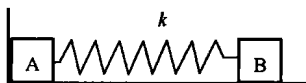
$$W = \int_{x_1}^{x_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x} = \int_{x_1}^{x_2} F dx = 31 \text{ J}$$

(2) 外力做功转化为弹簧的弹性势能, 弹性势能转化为动能, 则有

$$W = \frac{1}{2}mv^2, \quad v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = 5.34 \text{ m/s}$$

例 2.6 两个质量分别为 m_1 和 m_2 的木块 A、B, 用一劲度系数为 k 的轻弹簧连接, 放在光滑的水平面上. A 紧靠墙. 今用力推 B 块, 使弹簧压缩 x_0 然后释放 (已知 $m_1 = m, m_2 = 3m$). 求: (1) 释放后 A、B 两滑块速度相等时的瞬时速度的大小; (2) 弹簧的最大伸长量.

分析 由题意可知在弹簧由压缩状态回到原长时, 是弹簧的弹性势能转换为 B 木块的动能, 然后 B 带动 A 一起运动, 此时动量守恒, 可得到两者相同的速度 v , 并且此时就是弹簧伸长最大的位置, 由机械能守恒可算出其量值.



习题 2.6 图

解 (1) $\frac{1}{2}m_2v_{20}^2 = \frac{1}{2}kx_0^2, \quad m_2v_{20}^2 = (m_1 + m_2)v$

所以 $v = \frac{3}{4}x_0\sqrt{\frac{k}{3m}}$.

(2) $\frac{1}{2}m_2v_{20}^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$

那么计算可得 $x = \frac{1}{2}x_0$.

四、问题与思考

2.1 火车司机要开动很重的列车时, 总是先倒车, 使车往后退一下, 然后再往前开车, 为什么这样做容易使列车开出?

答: 因为整列火车的质量很大, 要使整列火车一齐由静止到运动 (产生加速度), 需要很大的拉力, 但如果先向后退一下, 能使车厢之间的衔接放松, 再往前开车时, 让车厢一节拉动一节, 会使整列车开动起来省力, 也可避免开车时把车的挂钩拉断.

2.2 一个物体可否只具有机械能而无动量? 一物体可否只具有动量而无机械能? 试举例说明.

答: 一个物体只具有势能时, 它的动量可以等于零, 如静止在高处的物体; 物体具有动量时, 一定有速度, 因而一定具有动能.

2.3 忽略相对论效应, 下列物理量中, 哪些量与参考系的选取有关?

答: 同一质点的位置矢量, 位移矢量在不同惯性系中是不同的, 所以一切与位移矢量有关的物理量如速度、动量、动能、功等都与参考系的选取有关; 但忽略相对论效应时, 加速度、质量、时间、冲量、力等物理量与参考系的选取无关.

2.4 人造地球卫星绕地球中心做椭圆轨道运动, 若不计空气阻力和其他星球的作用, 在卫星运行过程中, 卫星的动量守恒吗? 为什么?

答: 人造卫星的动量不守恒, 因为它总是受到外力——地球引力的作用.

第3章

刚体的运动

一、目的与要求

- (1) 理解描述刚体运动的物理量和转动惯量的概念及角量和线量的关系。
- (2) 掌握刚体绕定轴转动的转动定律。
- (3) 通过质点在平面内运动的情况,理解质点的角动量(动量矩)和角动量守恒定律,并能用它们分析、解决质点在平面内运动时的简单力学问题。
- (4) 掌握刚体在绕定轴转动情况下的角动量守恒定律。
- (5) 理解刚体绕定轴转动的转动动能概念,能在有刚体绕定轴转动的问题中,正确应用机械能守恒定律;能利用刚体的有关知识分析刚体的简单系统的力学问题。

二、例题选解

例 3.1 一根长为 l , 质量为 m 的均匀直杆, 可绕通过其一端且与杆垂直的光滑水平轴转动, 如例 3.1 图所示, 将杆由水平位置静止释放, 求它下摆角为 θ 时的角加速度和角速度。

分析 本例杆的下摆运动为刚体定轴转动, 可用转动定律求解。

解 对杆受力分析, 只有重力对杆有力矩作用, 而重力对杆的合力矩就和全部重力集中作用于质心所产生的力矩一样, 所以重力矩为

$$M = \frac{1}{2} mgl \cos \theta$$

由转动定律 $M = J\alpha$ 得

$$\alpha = \frac{M}{J} = \frac{\frac{1}{2} mgl \cos \theta}{\frac{1}{3} ml^2} = \frac{3g \cos \theta}{2l}$$

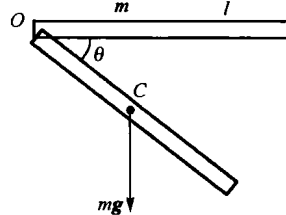
又因为

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\theta}$$

所以有

$$\omega \frac{d\omega}{d\theta} = \frac{3g \cos \theta}{2l}$$

即



例 3.1 图