

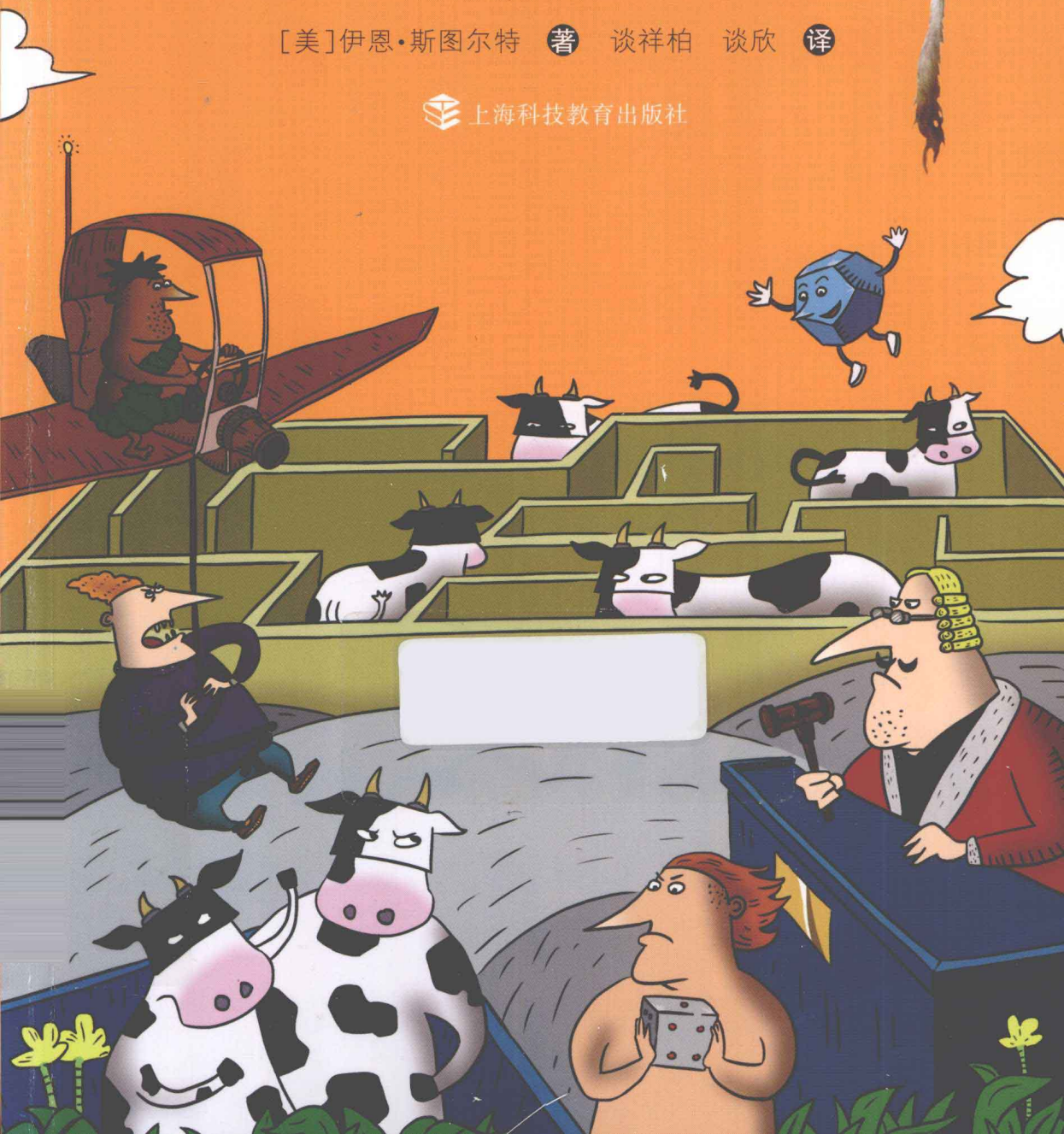
科学美国人 趣味数学集锦

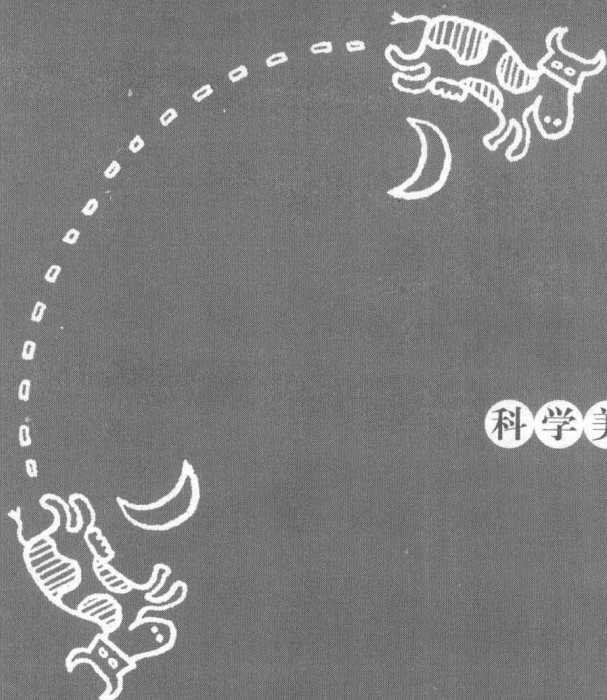
迷宫中的奶牛

Cows in the Maze

[美]伊恩·斯图尔特 著 谈祥柏 谈欣 译

上海科技教育出版社





科学美国人 趣味数学集锦

迷宫中的奶牛

[英]伊恩·斯图尔特 著
谈祥柏 谈欣 译

上海科技教育出版社

**Cows in the Maze:
And Other Mathematical Explorations**

By

Ian Stewart

Copyright © Ian Stewart 2010

The First Edition was originally published in English in 2010

Simplified Chinese edition Copyright © 2012 by

Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House

This translation is published by arrangement with Oxford University Press

ALL RIGHTS RESERVED

上海科技教育出版社业经英国安德鲁·纳伯格联合国际有限公司协助
取得本书中文版权

责任编辑 李 凌

装帧设计 杨 静

·《科学美国人》趣味数学集锦·
迷宫中的奶牛

[英]伊恩·斯图尔特 著

谈祥柏 谈 欣 译

上海世纪出版股份有限公司

上海科技教育出版社

出版发行

(上海市冠生园路393号 邮政编码200235)

www.ewen.cc www.sste.com

各地新华书店经销 常熟文化印刷有限公司印刷

ISBN 978-7-5428-5395-0/O·764

图字09-2011-086号

开本 720 × 1000 1/16 印张 20 字数 252 000

2012年7月第1版 2012年7月第1次印刷

定价: 31.00元



感谢下列公司与个人,同意本书作者使用其图片

图 11.5 达维德哈齐(Andrew Davidhazy)

图 16.4 SSPL 科学博物馆

图 17.1 《自然》杂志及卡伦(Jonathan Callan)

图 17.5 斯隆数字巡天(Sloan Digital Sky Survey)

图 17.6 美国航空航天局(NASA)

图 9.2 和图 9.3 谢弗博士与斯特恩先生歌舞团

序 言

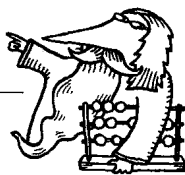
母牛回来了。

如果你对这一游戏很生疏,或者以前从未关注过,那么我得告诉你,牛津大学出版社出版的《迷宫中的奶牛》是我在《科学美国人》(*Scientific American*)杂志及其法文版《科学》(*Pour La Science*)上发表的数学游戏专栏文章的第三本集子。法文本历来有它自己的专门文章,一个时期以来我每年为美国版写6篇,为法文版写另外6篇。另两本更早的集子是由其他出版社发行的。

是的,那些奶牛令我念念不忘。

在我们准备出牛津大学出版社的第一本集子《数学嘉年华》(*Math Hysteria*)时,编辑们打算为每一章提供一幅漫画,使本书看起来更为悦目,封面自然更不例外。在与一批天才漫画家打交道后,他们决定敦请斯派克·盖莱尔(Spike Gerrell)出手。书中有一章名叫“数数太阳底下的牛”,是一个复杂得要命的谜题,其答案竟有206 545位之多,到了公元1880年才第一次得到。有理由相信,即使阿基米德本人也未必会想到它竟然如此可怕……但你们永远不可能告诉阿基米德了。

不过,斯派克紧紧抓住了奶牛这个题目的启示,画出了一些特别可爱的奶牛。在书的封面上,有一头奶牛正在跳向月球,另有三头用布条蒙住了眼



睛——啊，实际上是一些眼罩。倘若你看一下书脊，你将会看到，角落里有一头奶牛正在偷偷地窥视着你。

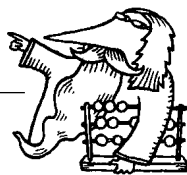
在第二本集子《怎样切蛋糕》(*How to Cut a Cake*)里，奶牛不见了，斯派克画了几匹国际象棋盘上的马，被一根电话线缠住的猫——它与物理大师薛定谔无关，同任何量子力学沾不上边——还有一只发呆的兔子。不用奶牛作题材显然有失公允，为了弥补这个缺陷，我们打算要再出一本集子，在可能的选题中，有一个名叫《迷宫中的奶牛》。后来果然拍板，倒也使我们省掉了另拟一个书名的麻烦。

看了书名之后，你也许会认为数学是一个相当严肃的行当，一群奶牛在迷宫里横冲直撞，旁观者则是一帮建造迷宫或拆毁它的工程师，这样的题材似乎缺了点吸引力。但我已经说过多次，“严肃”不等于凛然不可侵犯。数学确实是一种严肃的职业：没有数学，我们的文明就不可能运行——在这方面，大家已经公认，数学对许多人来说是很陌生的，但对于希望了解的人又是相当容易的。数学的面孔太过刻板，有必要让它稍为放松一下。人们不必对小数点、分数、平行四边形……拘泥不化，斤斤计较（目前情况是否有所好转呢？）。数学里的伟大机密，本可以使整个题材更为惬意，现在却被我们掩盖得障而不显了。

需要强调一下趣味的重要性。

即使是严肃的材料也仍是有趣的，尽管它曲高和寡，要通过一种严肃的途径，但几乎任何事物都挫败不了那种神奇的感觉：当你头脑里的小电灯泡突然点亮时，你将猛然省悟究竟是什么东西在使数学像钟表那样滴答滴答地转个不停。数学研究——当我不写书时，它是我的主要工作——其中有99%是徒劳无功的，好像是把你的头撞击砖墙，但只要有1%的“顿悟”，你就会突然开窍，原来一切都是如此简单，而你却被蒙在鼓里，笨得不可救药。灵光闪现！脑子里的小电灯泡亮了，你摆脱了那种愚笨的感慨，而99.99%的人都不能理解这个问题，更别提答案了。一旦你理解了它，数学永远是容易的。

我之所以能成为一名数学家，重要原因之一是《科学美国人》杂志上逐月连载的“数学游戏”专栏文章，执笔者就是那位独一无二的加德纳(Martin Gardner)先生。加德纳不是一位数学家，但把他称为一个撰稿人又实在太局限。他是一位作家，兴趣十分广泛，其中包括趣题、魔术(适合于舞台表演)、哲学，乃至揭露伪科学的种种丑恶。他不是一位数学家，这反倒使数学游戏专栏写出了特色。对于一些有趣的、神奇的以及重大的事情，他有着一一种不可思议的本能。他的角色无法复制，而我也从未有过这种尝试。正是



加德纳使我懂得，数学着实要比我在学校里接触过的任何事物更加广阔，更加富饶。

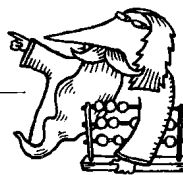
我倒不是在责怪中、小学校的数学课。我有过一些很优秀的老师，其中一位名叫雷德福(Gordon Radford)，他倾尽了大量业余时间教我和我的几位朋友，课程内容同我在加德纳那里学来的基本一样；在课本之外，还有一大批数学知识需要学习。学校教育给我的只是技术，加德纳传授我的才是**激情**。奥伦肖夫人(Dame Kathleen Ollerenshaw)在她的自传《漫谈许多往事》(*To Talk of Many Things*) (这位夫人是英国真正伟大的数学教师之一)中讲述了当年在学校任教时的一桩小事，后悔自己错过了发现一些数学新知识的机会。她的一位学生提出了不同看法：这种情况已经太多了，何必再为之操心？我是站在奥伦肖夫人一边的，在本书中，有一章讲到了夫人的愿望已经实现，尽管她的职业生涯主要致力于教育事业与地方政府的工作。当时她已经是 82 岁高龄，如今又已过去了十年。

《迷宫中的奶牛》这本书，可以按照任何顺序来阅读：每一章都是独立的，不论哪一章节使你烦扰，你都可以把它跳过去。（这里还有另一个重大的数学秘密，幸而我在年轻时就早已熟悉，不要死板拘泥于艰难的细节上，无论如何都要披荆斩棘，奋勇前进。最初总是透露微光，随后破晓，即使不

是这样,你仍然可以随时返回再试)。唯一的例外是一气呵成的3章(原先是两篇专栏文章,由于其中的一篇所占篇幅较多,我把它一分为二了),讲的内容是时间旅行的数学。

书中的课题很分散——它不是一本教科书,而是祝贺数学研究与发现取得成果的欢乐颂歌。有些章节是用讲故事的形式来叙述的,另一些则是平铺直叙。当我在美国杂志上的篇幅由3页削减到2页时,我不得不停止了用故事形式来写专栏文章的做法。但法国人还是继续纵容我,听任我按自己的风格写文章,在没有为美国版写稿的月份为他们写一篇,直到美国人让我每月提供一篇稿件时为止。除了奶牛这篇奇文之外,有眼力的读者还能找到题材十分丰富多彩的、真正的数学内容分散在本书各个章节之中:数论、几何、拓扑学、概率……以及应用数学的若干领域,其中包括流体力学、数学物理乃至动物的行走。

与读者之间的通信交流使专栏文章受益匪浅。对各个专题来说,读者们几乎提供了将近一半的观念与想法。我们开辟了一个“反馈”之角,在大部分章节里包含了读者们的建议。在使这些建议跟上时代、改正错误与排除模棱两可等缺点的同时,我力图保持它们的原汁原味,不要走样。另外,我也引进了一个新的特征,以反映日趋壮大的互联网的影响:对读者们深感



兴趣的内容,介绍相关的网站。

我要深深感谢我的编辑梅农(Latha Menon)以及被他说服的牛津大学出版社的其他每一位编辑,他们同意并支持我同斯派克的奶牛们一起嬉戏玩耍,蹦蹦跳跳。我也要感谢斯派克,他设计了本书极具特色的、用奶牛作为主要装饰的封面。我还要向布朗热(Philippe Boulanger)致谢,他让我自由地浏览法文的《科学》杂志的一些封面,启动了这一切。最后,还要感谢《科学美国人》杂志社,他们帮我实现了童年时代的一个美梦。

伊恩·斯图尔特

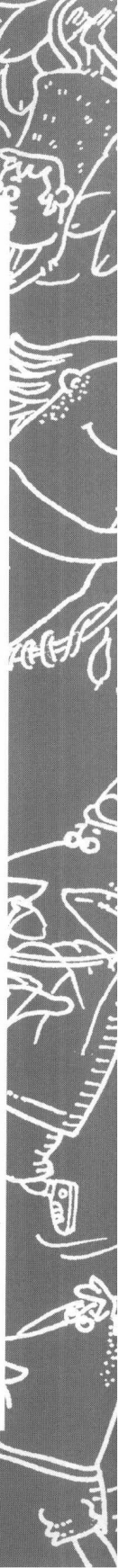
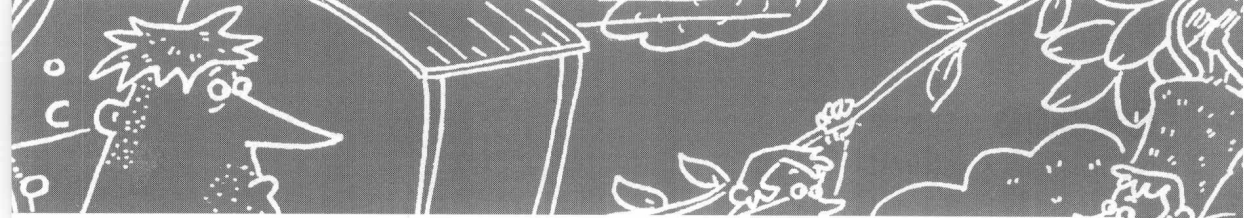
2009年9月写于英国考文垂市



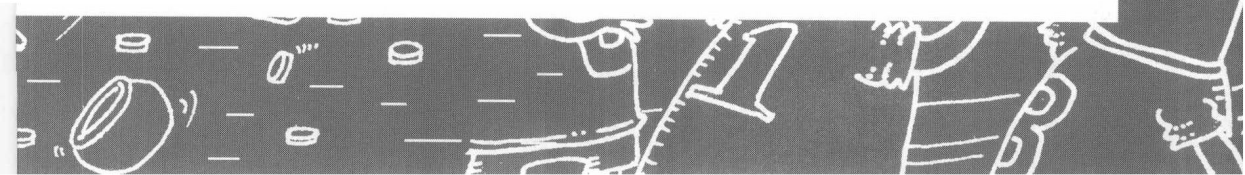
目 录

序言

- 1 第1章 骰子：学问不小，魅力更大
- 19 第2章 探索多边形的秘密
- 29 第3章 连成一气，你就赢了
- 41 第4章 跳跃的冠军
- 55 第5章 同四足动物一起散步
- 73 第6章 用纽结填满空间
- 85 第7章 走向未来 1：陷入时间困境
- 101 第8章 走向未来 2：黑洞、白洞与虫洞
- 115 第9章 走向未来 3：回到过去，还有利息
可捞……
- 135 第10章 扭转的圆锥
- 147 第11章 一滴眼泪的形状

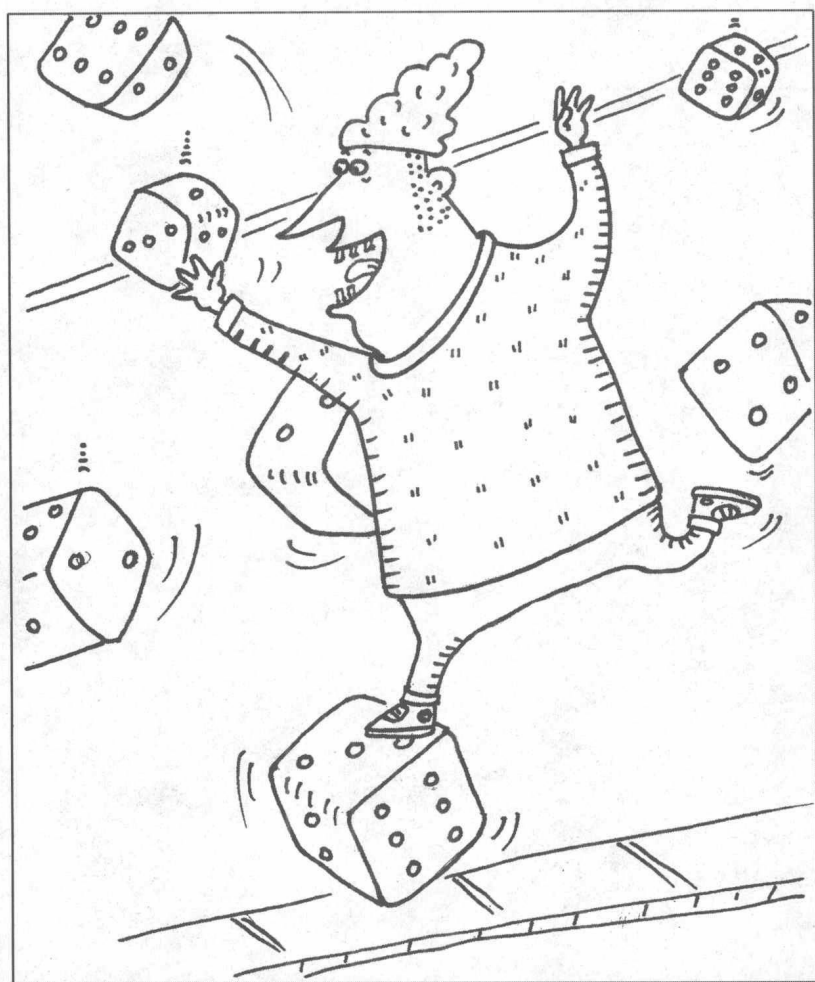


163	第 12 章	审问者的谬误
179	第 13 章	迷宫中的奶牛
195	第 14 章	矩形棋盘上马的巡回路线
209	第 15 章	挑绷子的挑战
221	第 16 章	用玻璃吹制克莱因瓶
235	第 17 章	水泥浇成的各种关系
247	第 18 章	绳结新探,硕果累累
261	第 19 章	最完全幻方
275	第 20 章	它们是不可能做到的
287	第 21 章	同十二面体跳舞
297	进阶读物	

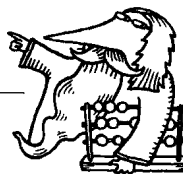


第 1 章

骰子：学问不小，魅力更大



骰子……它们看上去如此之简单,不过是上面刻着数字的小小立方体而已。古人将它们用于赌博,有时又相信它能传达神灵的旨意。骰子的数学只是近代的产物,部分是由于人们的一种更深入的理解,即:机遇有其自身的规律,倘若你想知道怎样去寻找机遇,那就需要了解这门学问了。



骰

子,单数叫 die,但人们更熟悉的是它的复数名词 dice,一种最古老的赌博工具。罗马帝国的历史学家希罗多德(Herodotus)断言,骰子是在国王阿图斯(Atys)统治时期由吕底亚人引进罗马的,不过索福克勒斯(Sophocles)^①不同意这种说法,他相信骰子是在特洛伊围城期间,一个名叫派拉米德斯(Palamedes)的希腊人发明的。这听起来似乎很合乎情理,因为希腊人围住特洛伊城,久攻不下,感到十分无聊,发明骰子就是为了给他们提供消遣。尽管以上说法言之有理,但纯属子虚乌有。骰子的发明权必须归于别人。早在公元前 600 年左右的中国古代遗物中就发现了骰子,考古学家们在公元前 2000 年左右的埃及古墓中发现了立方体形状的骰子,实质上同今日所看到的骰子几乎没什么两样。另外一些人的发现甚至可以追溯到公元前 6000 年。看来骰子属于从许多不同的文明中独立地产生出来的基本用品之一。然而,立方体的形状并不是独一无二的。各种形状以及刻着各种奇怪记号的骰子都曾经被使用过,其中有北美洲印第安人和南美洲的古文明种族如阿芝特克人、玛雅人、波利尼西亚人、伊努特人以及许多非洲土

^① 古希腊悲剧作家。——译者注

著部族。制造骰子的材料也是品种繁多、无奇不有，从海狸的牙齿到陶瓷。在地牢与毒龙游戏中所使用的骰子，其形状不是小立方体，而是别的正多面体。

骰子就是这种不足挂齿之物，但它们的可能性却几乎是无限的。

为了防止本章在全书中过于喧宾夺主，我想把注意力集中在标准的现代骰子上。它们当然是立方体形状的，通常都有着匀称的边与角。基本特征是：在每一面上都刻着一些点，点数分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6。相对两个面上的点数之和为 7，这样，六个表面就可以分成三对：1 与 6, 2 与 5, 3 与 4。从立方体的旋转来看，具有上述性质的配置方式不多不少，正好有两种（见图 1.1，它们互为镜像。实际上现在所有西方国家生产的骰子都采取图 1.1(a) 的形式，也就是说，平面 1, 2, 3 要按逆时针方向绕着它们的公共顶点回转。我被告知，在日本，取这种右手螺旋法则的骰子被用于一切游戏，但麻将除外，这时要改用图 1.1(a) 的镜像图 1.1(b)。东方各国的骰子往往用很大的一点来表示数字 1，有些还改用红点，不用黑点，这一切都随不同文化而变。

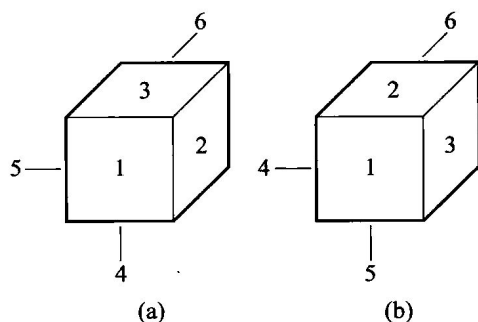


图 1.1 骰子表面上的两种不同刻法

掷骰子一般都要用两颗，决定胜负的关键在于得出总点数的概率。为



了计算这些概率,必须假定骰子都是“公正”的,即每一面都有 $\frac{1}{6}$ 的概率作为顶面出现,由这个基本假设出发,我们可以计算究竟有多少种方法可得出一个给定的总点数。在求出这一结果之后,再除以 36,就可得到一对骰子掷出该总点数的概率。为了方便起见,不妨认为两颗骰子中,一颗是红骰,另一颗是蓝骰。那么譬如说和数 12 点的出现只存在一种可能性:即红骰掷出 6 点,蓝骰掷出 6 点,因而得出和数为 12 点的概率是 $\frac{1}{36}$ 。另一方面,和数为 11 点的出现可以有两种情况,即红骰掷出 6 点,蓝骰掷出 5 点,或红骰 5 点,蓝骰 6 点,从而求得概率为 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 。

此种推理看来十分显而易见,但通常骰子是很难区分的,至于将它涂上颜色,就更加是“人为”的做作了。有讽刺意味的是,伟大的思想家、数学家与哲学家莱布尼茨(Gottfried Leibniz)居然认为掷出 11 点与掷出 12 点的概率肯定是一样的。他的论证如下:只有一种办法可以得出 11 点,一颗掷出 6 点,另一颗掷出 5 点。对于其他问题,他也有这类想法。然而它同实验结果完全不符,背离了事实,实际上,掷出 11 的机会几乎是掷出 12 的 2 倍。另一个不合理的地方是这种推理将会得出两颗骰子掷出某个和数(不管它是什么)的概率竟会比一颗骰子掷出的概率来得小。倘若你们不喜欢这样的解释,那么它又意味着,掷出 12 点的概率要大于 $\frac{1}{36}$ 。

两颗骰子可掷出 2 点至 12 点,图 1.2 给出了所有的概率值。在一种起源于 19 世纪 90 年代的掷骰子赌博中,图上这些概率的直觉感受至关重要,起着决定性的作用。一个玩家,即庄家拿出一笔钱来作为赌注,另一些人则力图使这笔钱跑到他们自己的口袋中去。这些赌徒也各自投放一些资金来