

21 世纪高等教育规划教材——应用型本科系列

材料力学

顾晓勤 谭朝阳 编

 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



21 世纪高等教育规划教材——应用型本科系列

材 料 力 学

顾晓勤 谭朝阳 编

机械工业出版社

本书借鉴了国内外同类教材的优点, 注意理论联系工程实际。针对当前应用型本科学生的专业基础, 在保证材料力学基本理论教学内容的同时, 突出应用性, 适当简化推导过程, 强调浅显易懂, 方便学生阅读。

本书主要介绍了轴向拉伸和压缩, 剪切, 扭转, 梁弯曲时的内力 and 应力, 梁的弯曲变形, 压杆稳定, 复杂应力状态和强度理论, 组合变形, 动载荷和疲劳, 能量法, 杆件的塑性变形, 复合材料、聚合物及陶瓷材料的力学性能等。

本书配有免费电子课件, 欢迎选用本书作教材的老师登录 www.cmpedu.com 注册下载或发邮件到 ajiang2001@sina.com 索取。

本书既可作为普通高等工科院校的教材, 读者对象为应用型本科院校机械、交通、动力、土建等专业的学生, 以及研究型高校近机类和非机类专业的学生, 也可用于自学和函授教材。

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学/顾晓勤, 谭朝阳编. —北京: 机械工业出版社, 2011. 10

21 世纪高等教育规划教材——应用型本科系列
ISBN 978 - 7 - 111 - 35708 - 7

I. ①材… II. ①顾…②谭… III. ①材料力学 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 173292 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 姜 凤 责任编辑: 姜 凤 陈将浪

版式设计: 霍永明 责任校对: 任秀丽

封面设计: 路恩中 责任印制: 杨 曦

北京京丰印刷厂印刷

2012 年 1 月第 1 版 · 第 1 次印刷

169mm × 239mm · 18.25 印张 · 363 千字

标准书号: ISBN 978 - 7 - 111 - 35708 - 7

定价: 29.80 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服 务 中 心: (010)88361066

门户网: <http://www.cmpbook.com>

销 售 一 部: (010)68326294

教材网: <http://www.cmpedu.com>

销 售 二 部: (010)88379649

读者购书热线: (010)88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

随着高等教育大众化、普及化的进程,应用型本科学生越来越多,他们对理论力学和材料力学课程的要求与研究型大学的学生有所不同。针对上述情况,作者结合多年的教学实践,在机械工业出版社的帮助下,编写了理论力学及本书。

本书充分考虑当前应用型本科学生的生源特点和实际情况,在保持基本理论和基本概念的同时突出了应用性,借鉴国内外同类教材的优点,注意理论联系工程实际。本书的目的是在有限的时间内,使学生掌握基本的变形体受力时的强度、刚度和稳定性问题;了解复杂应力状态和强度理论,动载荷和疲劳,能量法,杆件的塑性变形,新型工程材料的力学行为,为专业课程的学习打好基础。

本书可作为应用型本科材料力学课程的教材,建议学时数为48~64。带“*”号的内容为选讲部分,习题前面加“*”号的表示选做的题目。本书配有免费电子课件,欢迎选用本书作教材的老师登录 www.cmpedu.com 注册下载或发邮件到 ajiang2001@sina.com 索取。

本书的文字编写由顾晓勤完成,电子教案由谭朝阳完成。联系电子邮箱: 872932911@qq.com, zdhx@zsc.edu.cn, guxiaoqinguyan@tom.com。

应用型本科教材建设目前仍处于探索阶段,由于作者水平所限,书中的不足在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

目 录

前言

第一章 绪论 1

第一节 材料力学的任务与 研究对象 1

第二节 基本假设和基本变 形形式 3

第三节 材料力学简史 4

习题 6

第二章 轴向拉伸和压缩 7

第一节 杆的内力和应力 7

第二节 杆的变形 12

第三节 材料在轴向拉伸和 压缩时的力学性能 14

第四节 强度条件 19

第五节 简单拉压超静定问 题 24

第六节 应力集中的概念 28

小结 30

习题 31

第三章 剪切 36

第一节 剪切的概念 36

第二节 剪切的实用计算 38

第三节 挤压的实用计算 40

小结 45

习题 46

第四章 扭转 49

第一节 扭转的概念 49

第二节 扭矩和扭矩图 50

第三节 切应力互等定理 53

第四节 圆轴扭转时横截面上的 应力 54

第五节 圆轴扭转时的变形 58

第六节 圆轴扭转时的强度条件 和刚度条件 59

第七节 非圆截面轴的自由扭 转 63

小结 65

习题 66

第五章 梁弯曲时的内力和

应力 69

第一节 梁的计算简图 70

第二节 弯曲时的内力计算 73

第三节 剪力图和弯矩图 77

第四节 弯曲时的正应力 83

第五节 正应力强度计算 87

第六节 弯曲切应力 91

第七节 提高梁弯曲强度的一些 措施 100

小结 104

习题 105

第六章 梁的弯曲变形 111

第一节 挠曲线近似微分 方程 111

第二节 确定梁位移的积 分法 113

第三节 用叠加法求梁的 变形 120

第四节 简单超静定梁 125

第五节 梁的刚度校核与 提高梁弯曲刚度 的措施 129

小结 132

习题 133

第七章 压杆稳定	136	度的措施	211
第一节 压杆稳定的概念	137	小结	213
第二节 细长压杆的临界 载荷	139	习题	214
第三节 欧拉公式及经验 公式	145	第十一章 能量法	217
第四节 压杆稳定条件	149	第一节 杆件的变形能	217
第五节 提高压杆稳定性 的措施	151	第二节 莫尔定理	223
小结	152	第三节 卡氏定理	226
习题	153	小结	229
第八章 复杂应力状态和强度		习题	230
理论	155	第十二章 杆件的塑性	
第一节 应力状态的概念	155	变形	231
第二节 二向应力状态分 析	158	第一节 金属材料的塑性 性质	231
第三节 三向应力状态分 析	164	第二节 拉伸和压缩杆系 的塑性分析	233
第四节 广义胡克定律	165	第三节 圆轴扭转的塑性 分析	236
第五节 强度理论	166	第四节 塑性弯曲和塑性 铰	237
小结	173	第五节 残余应力的概念	239
习题	175	小结	240
第九章 组合变形	178	习题	240
第一节 组合变形的概念	178	第十三章 复合材料、聚合物	
第二节 拉伸（压缩）与弯曲的 组合变形	179	及陶瓷材料的力学	
第三节 弯曲与扭转的组合 变形	183	性能	242
小结	188	第一节 复合材料的增强 效应	242
习题	188	第二节 聚合物的力学性 能	248
第十章 动载荷和疲劳	191	第三节 陶瓷材料的力学 性能	250
第一节 惯性力问题	191	小结	252
第二节 冲击应力	197	习题	253
第三节 冲击韧度	200	附录	254
第四节 交变应力与疲劳	202	附录 A 截面的几何性质	254
第五节 材料持久极限及 影响因素	206	附录 B 型钢表	264
第六节 提高构件疲劳强		附录 C 习题答案	280
		参考文献	285

第一章 绪 论

随着工业的发展，在车辆、船舶、机械和大型建筑工程的建造中所碰到的问题日益复杂，单凭经验已无法解决，这样，在对构件进行长期定量研究的基础上，逐渐形成了材料力学。

理论力学的主要研究对象是质点、质点系、刚体和刚体系，而材料力学则主要研究变形体。建立在公理和假说的基础上进行数学推演，是理论力学分析方法的主要特点；而建立在试验基础上的假定和简化计算，是材料力学分析方法的主要特点。

第一节 材料力学的任务与研究对象

材料力学所研究的仅限于杆、轴和梁等物体，其几何特征是纵向尺寸远大于横向尺寸。大多数工程结构的构件或机器的一个零部件都可以简化为杆件，如图 1-1 和图 1-2 所示。

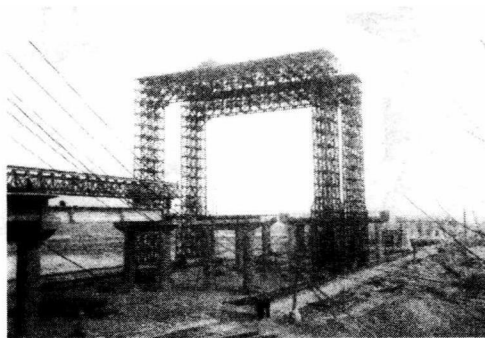


图 1-1 高架交通线

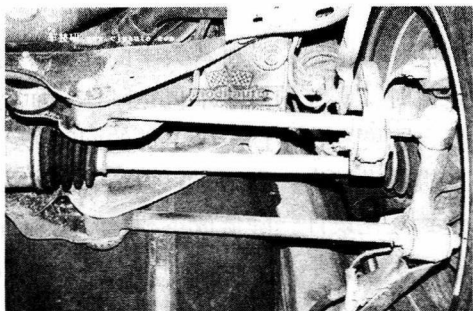


图 1-2 车辆结构

在确定了构件的受力大小与受力方向后,需要进一步分析这些构件能否承受这些力,能否在外力作用下安全可靠地工作。对机械和工程结构的组成构件来说,为确保正常工作,必须满足以下要求:

(1) 杆件应具有足够的抵抗破坏的能力,使其在载荷作用下不致破坏,即要求它具有足够的强度,如吊起重物的钢索不能被拉断;啮合的一对齿轮在传递载荷时,轮齿不允许被折断;液化气储气罐不能爆破;飞机的机翼不能断裂。为了保证构件的正常工作,在外力作用下,一般也不允许构件产生永久变形。

(2) 杆件应具有足够的抵抗变形的能力,使其在载荷作用下所产生的变形不超过允许的范围,即要求它具有足够的刚度,如车床主轴如果变形过大,则会破坏主轴上齿轮的正常啮合,引起轴承的不均匀磨损及噪声,影响车床的加工精度。

(3) 杆件应具有足够的抵抗失稳的能力,使杆件在外力作用下能保持其原有形状下的平衡,即要求它具有足够的稳定性,如千斤顶的螺杆(图 1-3a)和内燃机的挺杆(图 1-3b)等,工作时应始终保持原有的直线平衡状态。

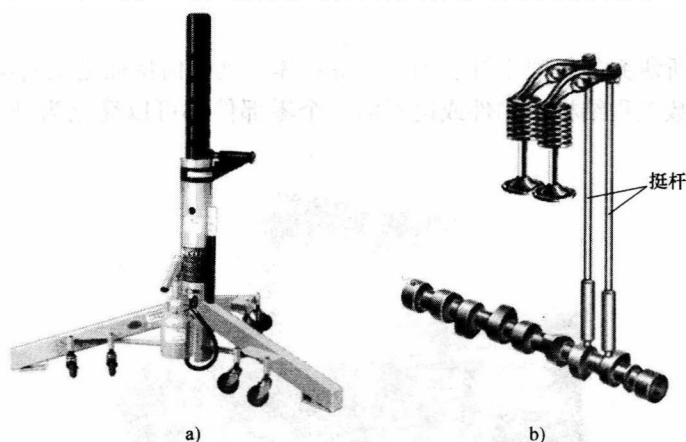


图 1-3 杆件的稳定性
a) 飞机千斤顶 b) 内燃机的挺杆

研究杆件的强度、刚度和稳定性,是材料力学的任务。需要指出的是,在研究构件的强度、刚度和稳定性时,研究的对象不再是刚体,而是可变形固体。

在保证构件满足强度、刚度和稳定性三个条件的同时,还要考虑节省材料、实用和价廉等经济要求。在机械设计中,利用材料力学知识,可以使材料在相同的强度下减少材料用量,以达到优化设计,降低成本和减轻重量等目的。

材料力学的研究内容属于两个学科:一是固体力学,即研究物体在外力作用下的应力、变形和能量,统称为应力分析;二是材料科学中“材料的力学行为”,即研究材料在外力和温度作用下所表现出的变形性能和失效行为,材料力学所研究的

仅限于材料的宏观力学行为，不涉及材料的微观机理。

第二节 基本假设和基本变形形式

在研究构件的强度、刚度和稳定性时，需要略去变形固体的次要性质，根据其性质做出某些假设，使之成为一种理想的力学模型，这样，可使问题得到简化并由此得出一般性的理论结果。对于一般金属（如钢铁）和水泥等传统工程材料来说，可以作如下基本假设：

1. 连续性假设

连续性假设认为物体内部毫无空隙地充满物质。有了这个假设，在分析构件的受力性能时可以用数学分析的方法。

2. 均匀性假设

均匀性假设认为物体各部分的力学性能是完全相同的，或者说构件内各点的力学性能相同。由此假设可以认为，变形固体均由同一均质材料组成，因而变形固体内部各处的力学性质都是相同的。

在固体的微观结构层面，各种材料都是由无数颗粒（如金属中的晶粒）组成的，颗粒之间是有一定空隙的，而且各颗粒的性质也不完全相同。但由于材料力学是从宏观的角度去研究构件的，这些空隙远小于构件的尺寸，而且各颗粒是错综复杂地排列于整个体积内，因此由统计平均值的观点，各颗粒性质的差异和空隙均可忽略不计，而认为变形固体是均匀的。又如混凝土中的砂、石和水泥，这三种材料的性质是不相同的，但只要混凝土构件足够大，并且搅拌均匀、捣固密实，就可以采用均匀性假设。

根据这个假设，既可以在受力构件上选择一小部分研究它的受力和变形，然后再扩展到整个构件；也可以通过小的试件测出材料的性能，并以此代表整个构件的材料性能。

3. 各向同性假设

各向同性假设认为构件内一点沿所有方向的力学性能都相同。有了这个假设，就可以使构件的变形与受力的关系简单化。有些材料，比如木材沿着纤维方向的性能与与纤维垂直方向的性能相差较大，应属于各向异性材料，但在材料力学中仍视为各向同性材料。

4. 小变形假设

小变形假设认为杆件受到外力作用后发生的变形与原尺寸相比非常微小，属于小变形。因此，在研究构件的平衡以及内部的变形和受力问题时，按变形前的初始尺寸进行计算。

在材料力学中，将研究对象视为均匀、连续且具有各向同性的线性弹性物体。

但在实际工程中不可能有符合这些条件的材料，所以对材料力学各种理论计算得到的结果，要进行试验验证。

杆件在不同外力作用下将产生不同形式的变形，主要有轴向拉伸（压缩）（图 1-4）、剪切（图 1-5）、扭转（图 1-6）与弯曲（图 1-7）四种基本变形，其他复杂的变形都可以将其视为上述基本变形形式的组合。本书在讨论杆件的各种基本变形时，除非特别说明，一般情况下都是指杆件处于平衡状态。

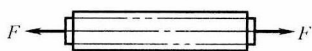


图 1-4 杆件的拉伸变形

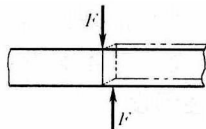


图 1-5 杆件的剪切变形

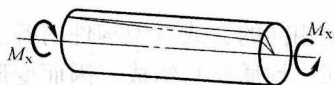


图 1-6 杆件的扭转变形

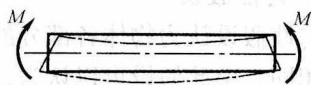


图 1-7 杆件的弯曲变形

第三节 材料力学简史

古希腊和古埃及等早期文明国家，曾经建造了许多宏伟而耐久的建筑物，都有过一些关于材料力学方面的知识，但是绝大多数都因缺少记述而流失了。现在的材料力学发展是欧洲文艺复兴时期开始的。16 世纪，意大利人列奥纳多·达·芬奇（Leonardo da Vinci, 1452—1519）做了铁丝的拉伸试验。17 世纪，马里沃特（Mariotte, 1620—1680）做了木材的拉伸试验，并已开始研究梁的弯曲实验。1638 年，意大利科学家伽利略（Galileo, 1564—1642）（图 1-8）出版了《关于力学和局部运动的两门新科学的对话和数学证明》一书，是材料力学开始形成一门独立学科的标志。书中首先提出了材料的力学性能和强度计算的方法。此后，法国人泊松（S. D. Poisson, 1781—1840）、圣维南（Saint-Venant, 1797—1886）和纳维埃（Navier, 1785—1838）等对弯曲理论、扭转理论、稳定性理论和材料试验作出了卓越的贡献，丰富、发展和完善了材料力学这门学科。瑞士数

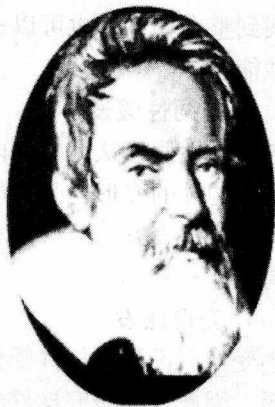


图 1-8 伽利略

学家、力学家欧拉 (L. Euler, 1707—1783), 16 岁取得硕士学位, 他的一生对数学、刚体力学和材料力学中的弹性线、稳定理论等都作出了重大贡献, 晚年双目失明, 由助手笔录完成了 400 多篇论文。纳维埃于 1826 年出版的《力学在机械与结构方面的应用》, 是系统讲述材料力学的第一本教科书, 也是他在巴黎综合工业学校讲课的讲义。

到了 18 世纪, 随着军事工程和结构工程的发展, 对木材、石料、钢和铜等建筑材料做了很多力学性能试验, 以前的科学研究成果在实际中得到推广。到了 19 世纪中期, 随着铁路桥梁工程的发展, 极大地推动了材料力学的发展, 使材料力学变成以钢材为主要研究对象。20 世纪以来, 力学的分工越来越细, 出现了计算力学、断裂力学、疲劳力学、黏弹性力学、散体力学和复合材料力学等, 而这些学科的发展反过来又促进了宇宙飞行、石油勘探、喷气飞机技术和大型水利工程等的一系列力学问题的解决。与此同时, 造就了一批知名的力学家: 有英国的瑞利 (Rayleigh, 1842—1919), 德国的莫尔 (O. C. Mohr, 1835—1918), 俄国的儒拉夫斯基 (Журавский, 1821—1891), 瑞士的里兹 (W. Ritz, 1878—1909) 和美籍俄罗斯力学家铁摩辛柯 (S. P. Timoshenko, 1878—1972) 等。铁摩辛柯编著了《材料力学》、《结构力学》、《弹性稳定理论》、《工程中的振动问题》和《材料力学发展史》等 20 多种书籍。

在我国, 有关材料力学的生产实践活动更是源远流长。早在春秋战国时期, 人们就已经知道怎样建造大型的建筑工程和水利工程。公元 600 年前后, 工匠李春利用石料耐压不耐拉的特性, 主持建造了跨长 37.37m, 拱圈矢高为 7.23m 的赵州桥 (图 1-9)。主拱上的小拱既便于排水, 又节省了石材, 减轻了自身重量。

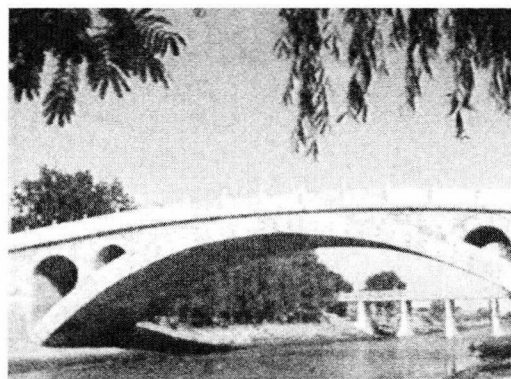


图 1-9 赵州桥

在古代建筑中, 尽管还没有严格的科学理论, 但人们从长期的生产实践中, 对构件的承力情况已有一些定性或较粗浅的定量认识, 如从圆木中截取矩形截面的木

梁，当高宽比为 3:2 时最为经济，这基本符合现代材料力学的基本原理。

习 题

- 1-1 理论力学和材料力学所研究的对象有什么主要区别？
- 1-2 什么是强度、刚度和稳定性？刚度与强度有何区别？
- 1-3 材料力学的任务是什么？它能解决工程中哪些方面的问题？
- 1-4 材料力学对变形体作了哪些假设？
- 1-5 杆件的基本变形形式有哪些？

第二章 轴向拉伸和压缩

第一节 杆的内力和应力

工程结构中经常遇到承受拉伸和压缩的直杆，如内燃机中的连杆（图 2-1a）、液压千斤顶的顶杆（图 2-1b）、螺栓（图 2-2）、桁架中的杆件、起吊重物的钢索和厂房的立柱等，均为受拉伸或压缩杆的实例。这些杆件的受力特点是：外力（或外力的合力）的作用线与杆件的轴线重合；变形特点是：杆件产生沿轴线方向的伸长或缩短，如图 2-3 所示。

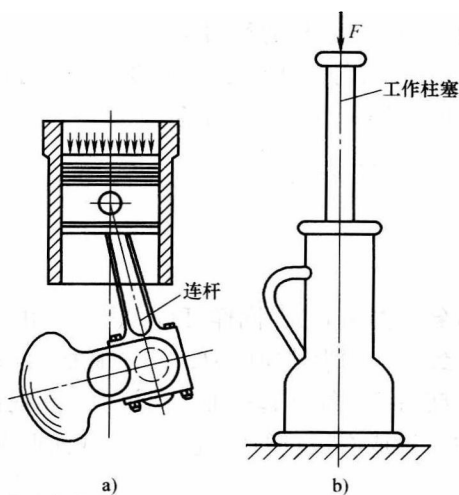


图 2-1 承受拉伸和压缩的直杆

a) 内燃机 b) 液压千斤顶

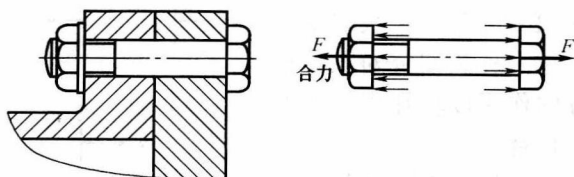


图 2-2 螺栓承受拉力

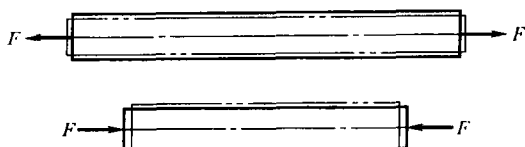


图 2-3 拉伸、压缩杆

一、内力

物体在没有受到外力作用时, 为了保持物体的固有形状, 分子间已存在结合力。当物体受外力作用而变形时, 为了抵抗外力引起的变形, 结合力发生了变化, 这种由于外力作用而引起的内力的改变量, 称为附加内力, 简称内力。内力随外力的增减而发生变化, 当内力增大到某一极限时, 构件就会发生破坏, 所以内力与构件的强度、刚度和稳定性等密切相关。在研究强度等问题时, 必须首先求出内力。

要求某一截面 $m-m$ 上的内力, 可假想沿该截面截开, 将杆分成左、右两段, 任取其中一段作为研究对象, 而将另一段对该段的作用以内力 F_N 来代替。因为构件整体是平衡的, 所以构件的任何部分也必须是平衡的, 列出平衡方程即可求出截面上内力的大小和方向。这种方法称为**截面法**。

为了显示图 2-4a 所示的轴向拉杆横截面上的内力, 可以取 $m-m$ 截面左段进行研究, 其受力分析如图 2-4b 所示, 由平衡条件

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad F_N - F = 0$$

可得

$$F_N = F$$

若取右段为研究对象 (图 2-4c), 同样可得 $F'_N = F$ 。由于轴向拉伸与压缩引起的内力也与杆的轴线一致, 故称为**轴向内力**, 简称**轴力**。一般规定: 拉伸引起的轴力为正值, 指向背离横截面; 压缩引起的轴力为负值, 指向向着横截面。按这种符号规定, 无论是取杆件左段或右段进行研究, 同一截面两侧上的内力不但数值相等, 而且符号也相同。

用截面法确定内力的过程可归纳为:

(1) 截开。在需要求内力的截面处, 用一个截面将构件假想地截开。

(2) 代替。任取一部分 (一般取受力情况比较简单的部分) 作为研究对象, 移去部分对留下部分的作用以杆在截面上的内力 (力或力偶) 代替。

(3) 平衡。建立留下部分的平衡方程, 根据已知外力计算杆在截面处的未知

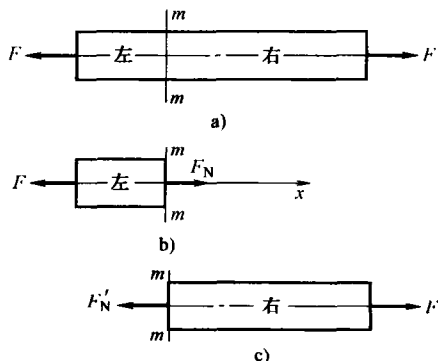


图 2-4 截面法

内力。

二、轴力图

实际问题中,杆件上一般有多个轴向外力作用在不同位置,如某厂房立柱(图 2-5)承受屋架压力 F_1 和吊车梁压力 F_2 ,这样杆件各段的轴力是不同的,应当分段应用截面法确定各段内的轴力。为了表示整个杆件各横截面轴力的变化情况,用平行于杆轴线的坐标表示横截面的位置,用垂直于杆轴线的坐标表示对应横截面轴力的正负及大小。这种表示轴力沿轴线方向变化的图形称为轴力图。



图 2-5 厂房立柱

例 2-1 直杆在 A 、 B 、 C 、 D 面中心处受到外力 6kN 、 10kN 、 8kN 、 4kN 的作用,方向如图 2-6a 所示,求此杆各段的轴力,并作轴力图。

解: 分段计算各段内的轴力:

(1) AB 段。用截面 1—1 假想将杆截开,取左段进行研究,设截面上的轴力 F_{N1} 为正方向,受力如图 2-6b 所示,由平衡条件 $\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$ 得

$$F_{N1} - 6\text{kN} = 0, \quad F_{N1} = 6\text{kN} (\text{拉力})$$

(2) BC 段。用截面 2—2 假想将杆截开,取截面左段进行研究,设 F_{N2} 为正方向,受力如图

2-6c 所示,由平衡条件 $\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$ 得

$$F_{N2} + 10\text{kN} - 6\text{kN} = 0, \quad F_{N2} = -4\text{kN} (\text{压力})$$

所得结果为负值,表示所设 F_{N2} 的方向与实际方向相反,即 F_{N2} 为压力。

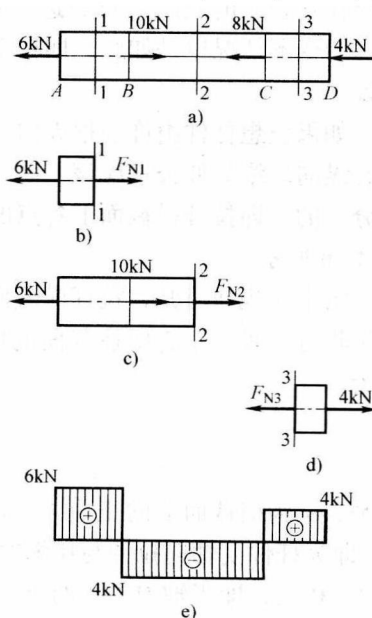


图 2-6 例 2-1 图

(3) CD 段。用截面 3—3 假想将杆截开, 取截面右段进行研究, 设 F_{N3} 为正, 受力如图 2-6d 所示, 由平衡条件 $\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$ 得

$$4\text{kN} - F_{N3} = 0, \quad F_{N3} = 4\text{kN}(\text{拉力})$$

由以上结果, 可绘出轴力图 (图 2-6e)。

三、拉压杆横截面上的应力

在确定了拉压杆的轴力以后, 还不能单凭它来判断是否会因强度不够而破坏, 如两根由相同材料制成的直径不同的两根直杆, 若在相同拉力作用下, 两杆横截面上的轴力是相同的; 若逐渐将拉力增大, 则细杆先被拉断, 这说明拉杆的强度不仅与内力有关, 还与横截面面积有关。当两杆轴力相同时, 细杆内力分布的密集程度比粗杆要大一些, 可见内力的密集程度才是影响强度的主要原因, 为此引入应力的概念。

为了确定拉压杆横截面上的应力, 首先必须知道横截面上内力的分布规律, 为此作如下试验: 取一根等直杆, 先在杆的表面画上两条垂直于轴线的横向线 ab 和 cd , 如图 2-7a 所示。当杆的两端受到一对轴向拉力 F 作用后, 可以观察到如下现象: 直线 ab 和 cd 仍垂直于轴线, 但分别平移到 $a'b'$ 和 $c'd'$ 位置。这一现象是杆的变形在其表面的反映。我们进一步假设杆内部的变形情况也是如此, 即杆变形后各横截面仍保持为平面, 这个假设称为平面假设。

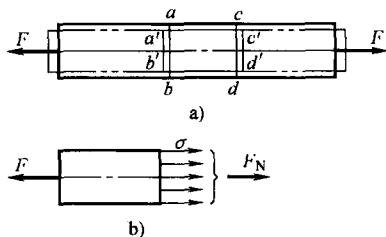


图 2-7 拉伸试验

如果设想杆件由许多根纵向纤维所组成, 根据平面假设可以推断出两平面之间所有纵向纤维的伸长量应该相同。由于材料是均匀连续的, 故横截面上的轴力是均匀分布的, 即拉杆横截面上各点的应力是均匀分布的, 其方向与纵向变形一致, 如图 2-7b 所示。

由上述规律可知, 拉杆横截面上各点处的应力都相等, 其方向垂直于横截面。通常将方向垂直于它所在截面的应力称为正应力, 并以 σ 表示。正应力的计算公式为

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (2-1)$$

式中, σ 为横截面上的正应力; F_N 为横截面上的轴力; A 为横截面面积。式 (2-1) 即为杆件受轴向拉伸与压缩时横截面上正应力的计算公式。 σ 的符号规定与轴力 F_N 相同, 即当轴力为正时 (拉力), σ 为拉应力, 取正号; 当轴力为负时 (压力), σ 为压应力, 取负号。应力的量纲为 $L^{-1}MT^{-2}$, 在国际单位制中, 采用的应

力单位是 Pa, $1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$, 由于此单位较小, 在计算中也常用 kPa、MPa、GPa, 其中 $1\text{kPa} = 10^3\text{Pa}$, $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}$, $1\text{GPa} = 10^9\text{Pa}$ 。

例 2-2 一阶梯轴载荷如图 2-8a 所示, AB 段直径 $d_1 = 8\text{mm}$, BC 段直径 $d_2 = 10\text{mm}$, 试求阶梯轴各段横截面上的正应力。

解: (1) 计算轴各段内的轴力。由截面法求出轴 AB 段、BC 段的轴力分别为

$$F_{N1} = 8\text{kN}(\text{拉力}), F_{N2} = -15\text{kN}(\text{压力})$$

画轴力图, 如图 2-8b 所示。

(2) 确定正应力 σ 。AB 段横截面面积为 $A_1 = \frac{\pi}{4}d_1^2$, BC 段横截面面积为 $A_2 = \frac{\pi}{4}d_2^2$, 根据式 (2-1), AB 段横截面上的正应力为

$$\sigma_1 = \frac{F_{N1}}{A_1} = \frac{8 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 0.008^2} \text{Pa} = 159\text{MPa}(\text{拉应力})$$

BC 段横截面上的正应力为

$$\sigma_2 = \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{-15 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 0.010^2} \text{Pa} = -191\text{MPa}(\text{压应力})$$

四、圣维南原理

当作用在杆端的轴向外力沿横截面非均匀分布时, 外力作用点附近各截面的应力也为非均匀分布。圣维南 (图 2-9) 原理指出, 力作用于杆端的分布方式, 只影响杆端局部范围内的应力分布 (影响区域的轴向范围为 1~2 个杆端的横向尺寸), 只要外力合力的作用线沿杆件轴线, 在离外力作用面稍远处, 横截面上的应力分布均可视为均匀的。至于外力作用处的应力分析, 则需另行讨论。

圣维南原理是弹性力学的基础性原理, 作用在物体边界上一小块表面上的外力系可以用静力等效并且作用于同一小块表面上的外力系替换, 这种替换造成的区别仅在该小块表面的附近是显著的, 而在较远处影响可以忽略不计。对连续体而言, 替换所造成显著影响的区域深度与此小块表面的直径有关。

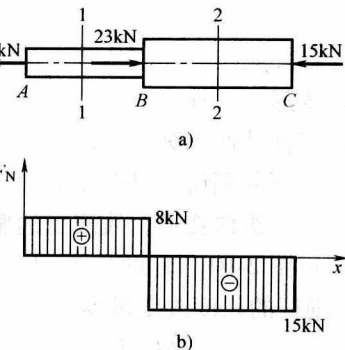


图 2-8 例 2-2 图

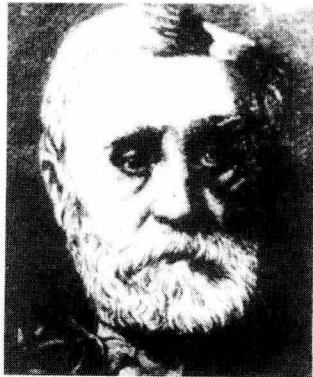


图 2-9 法国科学家
圣维南 (1797—1886)