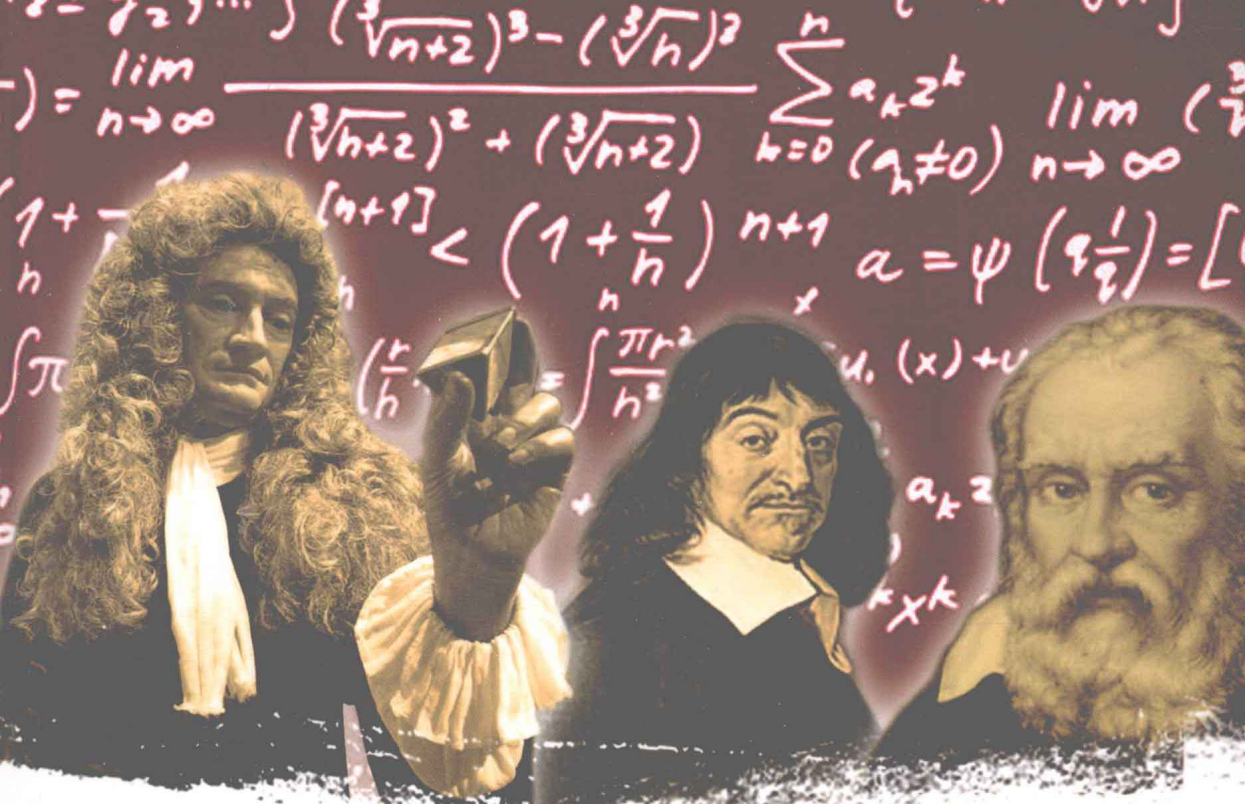




科学的进程

盛文林◎主编

人类 在数学上的发现

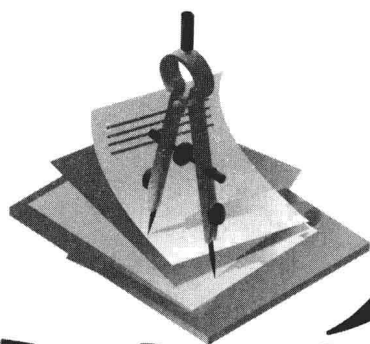
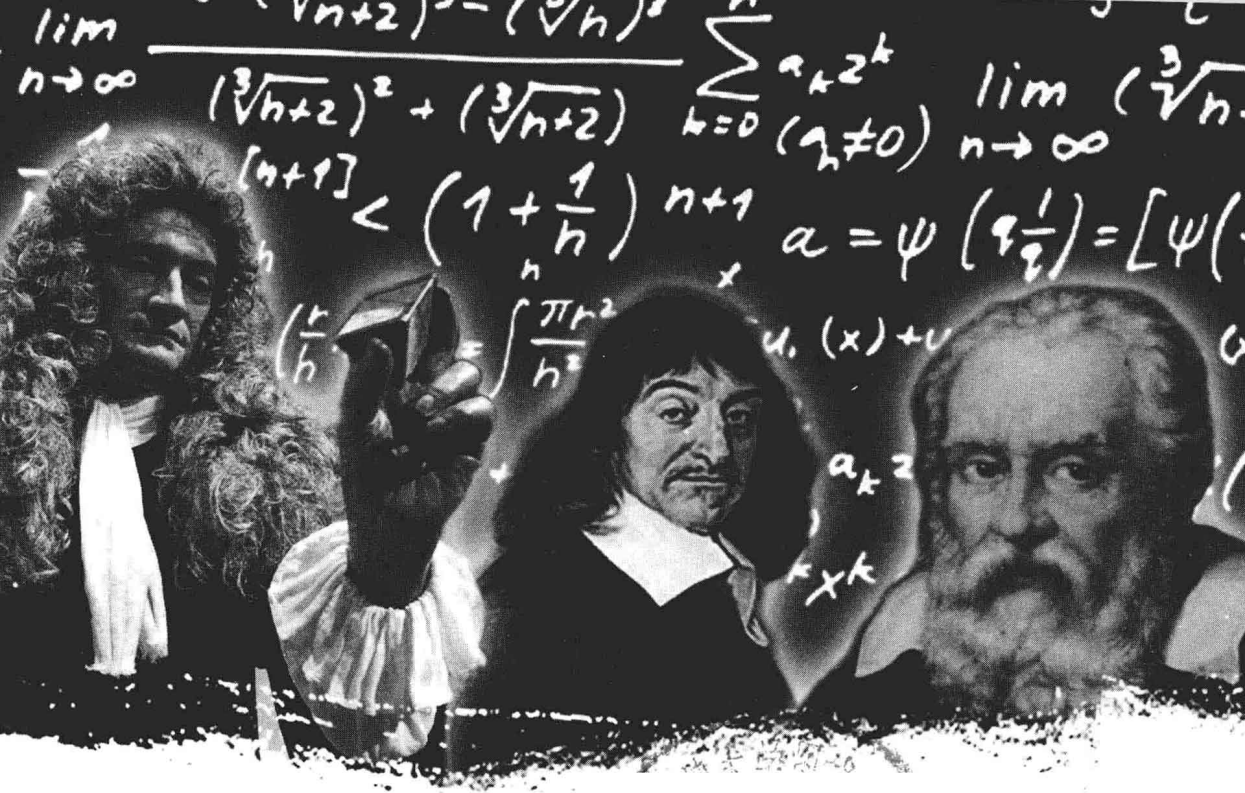
打开数学世界的大门，探索神奇的数学发现

智者的游戏，神奇的数字

带给您完美的体验

品味历史，品味数学，品味科学之美

北京工业大学出版社



科学的进程

盛文林◎主编

人类 在数学上的发现

北京工业大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

人类在数学上的发现 / 盛文林主编. —北京:
北京工业大学出版社, 2011. 10
(科学的进程)
ISBN 978-7-5639-2857-6

I. ①人… II. ①盛… III. ①数学—普及读物 IV.
①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 200639 号

科学的进程

人类在数学上的发现

主 编: 盛文林

责任编辑: 张姗姗

封面设计: 兰旗设计

出版发行: 北京工业大学出版社

(北京市朝阳区平乐园 100 号 100124)

010-67391722 (传真) hgdcbbs@sina.com

出 版 人: 郝 勇

经销单位: 全国各地新华书店

承印单位: 北京高岭印刷有限公司

开 本: 787mm × 1092mm 1/16

印 张: 17

字 数: 227 千字

版 次: 2011 年 11 月第 1 版

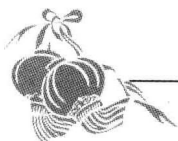
印 次: 2011 年 11 月第 1 次印刷

标准书号: ISBN 978-7-5639-2857-6

定 价: 28.00 元

版权所有 翻印必究

(如发现印装质量问题, 请寄本社发行部调换 010-67391106)



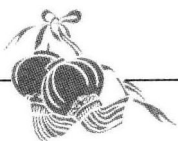
前言

数学是研究事物的数量关系和空间形式的一门科学，它的发现也是始终围绕着数和形这两个概念展开的。

在原始社会，由于生活和劳动上的需求，人们逐渐知道简单的计数，后来从用手指或实物计数发展到用数字计数。早期数学的发现，就是建立在实践的基础之上的。随着社会的发展和演变，人们计算产品数量、丈量土地活动的增加，逐渐产生了数的概念和记数法。在中国，很早就出现用十进制数字表示大数的方法。在《九章算术》中，记载了开平方、开立方的计算法则，并载有分数的各种运算以及解线性联立方程组的方法，还引入了负数的概念。16世纪以来，由于解高次方程又出现了复数。在近代，数的概念进一步抽象化，并依据数的不同运算规律，对一般的数系统进行了独立的理论探讨，发现了数学中的若干不同分支。

形的研究属于几何学的范畴。古代民族都具有形的简单概念，并往往用图画来表示，而图形之所以成为数学对象是由于工具的制作与测量的要求促成的。规矩以作圆方，中国古代夏禹治水时即已有规、矩、准、绳等测量工具。中国几何学以测量和计算面积、体积的量度为中心任务，而古希腊的传统则是重视形的性质与各种性质间的相互关系。欧几里得的《几何原本》，发现了用定义、公理、定理、证明构成的演绎体系，影响了近代数学公理化的发展，导致了19世纪非欧几何的发现。

17世纪中叶，由于科学与技术上的要求促使数学家们研究运动与变化，包括量的变化与形的变换（如投影），还发现了函数概念和无穷小分析，即现在的微积分，使数学从此进入了一个研究变量的新时代。



欧洲自文艺复兴时期起通过对绘画的透视关系的研究,发现了射影几何。18 世纪,蒙日应用分析方法对形进行研究,开微分几何学的先河。19 世纪,康托尔的点集理论,扩大了形的范围;庞加莱发现拓扑学,使形的连续性成为几何研究的对象。这些发现都使几何学面目一新。19~20 世纪之交,庞加莱创立了拓扑学之后,对客观世界中随机现象的分析,产生了概率论。

20 世纪出现各种崭新的技术,产生了新的技术革命,特别是计算机的出现,使数学又面临一个新时代。由于计算机研制与应用的需要,离散数学、组合数学等又逐渐被数学家们发现。

进入 21 世纪,数学进入了黄金时代,数学开始与工程、科学密切联系并相互作用。这种相互作用使科学得到了新视野,也促使数学发生了根本性的进步。

总之,数学从古至今便一直不断地发展,不停地产生新的发现,并且直至今日也未停止发现的脚步。

古代希腊数学

古代希腊数学概况	1
泰勒斯与命题证明思想	4
相似三角形定理的发现	5
毕达哥拉斯定理	6
黄金分割律的发现	9
芝诺悖论	11
柏拉图对多面体的研究	13
欧多克索斯的发现	17
欧几里得的几何发现	18
欧几里得对数论的发现	20
阿基米德的数学发现	23
阿波罗尼奥斯与《圆锥曲线论》	26
希波克拉底发现新月形面积的求法	27
两倍立方体问题的发现	30
丢番图和不定方程	32
《数学汇编》与帕普斯定理的发现	34
希帕蒂娅的数学发现	36

古代印度及古代中亚地区的数学

《绳法经》与圆周率	39
零和印度数字	41
古印度的欧几里得算法	43

婆罗摩笈多发现“瓦格布拉蒂”	44
马哈维拉的数学发现	46
婆罗摩笈多-婆什迦罗法则的发现	48
花拉子密与代数求解的发现	51
欧玛尔·海亚姆与三次方程解法	53
纳西尔丁的数学发现	55
卡西与圆周率	56

古代中国的数学

古代中国数学概述	58
八卦与二进制	62
算筹与十进制	64
珠 算	66
负数的发现	70
《周髀算经》与商高定理	72
《九章算术》	74
方程术	75
《海岛算经》与重差测算	78
出入相补原理	80
刘徽与割圆术	82
祖冲之与祖率	84
祖暅原理的发现	86
中国的剩余定理	89
隙积术与会圆术	91
《缉古算经》与三次方程	94
开方作法的本源	95
增乘开方法	97
纵横图	99
天元术	102
朱世杰和四元术	104
盈不足术	106
招差术与垛积术	109
尖锥术	111

文艺复兴时期的数学

文艺复兴时期数学概述	114
求解一元三次方程	115
卡尔达诺公式	118
四次方程的解法	121
韦达与代数符号	123
方程的三角解法	125
雷蒂库斯与三角函数	127
对数	130
开普勒与微积分	133
不可分元与卡瓦列利原理	135
沃利斯与虚数	138

近代数学

近代数学概述	140
平面直角坐标系与解析几何	141
费马的数学发现	144
亲和数	146
梅森素数	149
计算器的发现	151
惠更斯与概率论	154
德扎格与射影几何的发现	160
流数法与微积分	164
莱布尼茨的微积分法和微积分符号	167
莱布尼茨与“莱布尼茨轮”	170
贝克莱悖论	172
柯西收敛准则	174
“病态函数”	176
大数学家欧拉的发现	177
哥尼斯堡问题及拓扑学	180
泊松与泊松分布	182
巴贝奇与差分机	185
代数基本定理	188

热尔曼素数	190
画法几何	193
伽罗瓦理论	196
非欧几何	200
阿贝尔与椭圆函数	204
四色猜想	206
复变函数论	209
黎曼猜想	210
康托尔与集合论	213
皮亚诺公理体系	215
实变函数	216

现代数学

现代数学概述	219
希尔伯特公理体系	220
希尔伯特问题	223
数的几何发现	227
布劳威尔的数学发现	229
维纳的数学发现	232
诺特与抽象数学	236
庞加莱猜想及证明	238
罗素悖论及公理化集合系统	241
模糊数学	244
冯·诺依曼的数学发现	247
哈特莱对数	250
哥德尔定理	252
可计算性理论与图灵机	253
苏步青的数学发现	255
哥德巴赫猜想和陈氏定理	258
NP 完全问题	260
突变理论	262



—→ 古代希腊数学 ←—

古代希腊数学概况

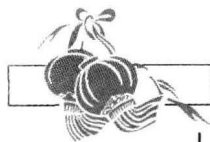
大约在公元前7世纪，在今天的意大利南部、希腊和小亚细亚一带兴起了希腊文明，古代希腊从地理疆域上讲，包括巴尔干半岛南部、小亚细亚半岛西部、意大利半岛南部、西西里岛及爱琴海诸岛等地区。这里长期以来由许多大小奴隶制城邦国组成，直到约公元前325年，亚历山大大帝征服了希腊、近东和埃及，在尼罗河口附近建立了亚历山大里亚城。

公元前323年，亚历山大大帝死后，他创建的帝国分裂为三个独立的王国，但仍处于古希腊文化的影响下，史称希腊化国家。统治了埃及的托勒密一世大力提倡学术，多方网罗人才，在亚历山大里亚建立起一座空前宏伟的博物馆和图书馆，使这里取代雅典，一跃而成为古代世界的学术文化中心，繁荣达几千年之久！



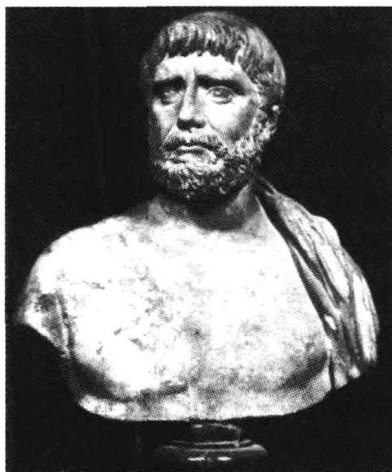
托勒密一世

古希腊人的思想毫无疑问地受到了古埃及和古巴比伦的影响，但



是他们创立的数学与前人的数学相比，却有着本质的区别，其发展可分为雅典时期和亚历山大时期两个阶段。

希腊古典时期的数学（公元前6世纪～公元前3世纪）始于泰勒斯为首的伊奥尼亚学派，其贡献在于开创了命题的证明，为建立几何的演绎体系迈出了第一步。稍后有毕达哥拉斯领导的学派，这是一个



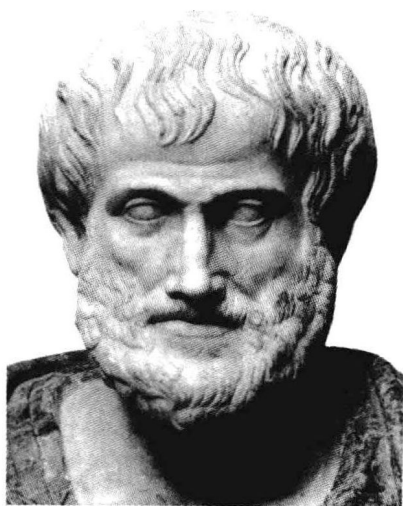
泰勒斯

带有神秘色彩的政治、宗教、哲学团体，以“万物皆数”作为信条，将数学理论从具体的事物中抽象出来，给予数学以特殊独立的地位。

公元前480年以后，雅典成为希腊的政治、文化中心，各种学术思想在雅典层出不穷，演说和辩论时有所见。在这种气氛下，数学开始从个别学派闭塞的围墙里跳了出来，到了更广阔的天地里。

埃利亚学派的芝诺提出的四个著名悖论（二分说、追龟说、飞箭静止说、运动场问题）迫使数学家深入思考无穷的问题。智人学派提出几何作图的三大问题：化圆为方、倍立方体、三等分任意角。

希腊人从理论上去解决这些问题，是几何学从实际应用向演绎体系靠拢的又一步。正因为这三大问题不能用标尺解出，往往会使研究者闯入未知的领域中，作出新的发现，圆锥曲线就是最典型的例子。“化圆为方”问题亦导致了圆周率和穷竭法的探讨。



亚里士多德

哲学家柏拉图在雅典创办著名



的柏拉图学院，培养了一大批数学家，成为早期毕氏学派和后来长期活跃的亚历山大学派之间联系的纽带。欧多克索斯是该学院最著名的人物之一，他创立了同时适用于可通约量及不可通约量的比例理论。柏拉图的学生亚里士多德是形式主义的奠基者，其逻辑思想为日后将几何学整理在严密的逻辑体系之中开辟了道路。

亚历山大时期的数学以公元前 30 年罗马帝国吞并希腊为界，分为前后两期。

亚历山大前期出现了希腊数学的黄金时期，代表人物是名垂千古的三大几何学家：欧几里得、阿基米德及阿波罗尼奥斯。

亚历山大后期是在罗马人统治下，幸好希腊的文化传统未被破坏，学者还可继续研究，然而已没有前期的那种气势了。这时期出色的数学家有海伦、托勒密、丢番图和帕普斯。丢番图的代数学在希腊数学中独树一帜，帕普斯的工作是前期学者研究成果的总结和补充。之后，希腊数学的发展状况处于停滞状态。

公元 415 年，女数学家希帕蒂娅遭到基督徒的野蛮杀害。她的死标志着希腊文明的衰弱，亚历山大里亚大学有创造力的日子也随之一去不复返了。

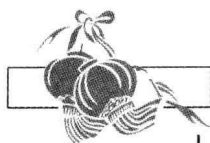
公元 529 年，东罗马帝国皇帝查士丁尼下令关闭雅典的学校，严禁研究和传播数学，数学发展再次受到致命的打击。

公元 640 年，阿拉伯人攻占亚历山大里亚城，焚毁了图书馆。希腊数学悠久灿烂的历史，至此终结。

总括而言，希腊数学的发现是极其辉煌的，不论从数量还是从质量上来衡量，都是世界上首屈一指的。更为重要的是，希腊数学产生了数学精神，即数学证明的演绎推理方法。



东罗马帝国皇帝查士丁尼



由这一精神所产生的理性、确定性、永恒的不可抗拒的规律性等一系列思想，在人类文化发展史上占据了重要的地位。数学的抽象化以及自然界依数学方式设计的信念，为数学乃至科学的发展起到了推动作用。

泰勒斯与命题证明思想

泰勒斯出生于米利都的一个奴隶主贵族阶级家庭，据说他有希伯来人或犹太人、腓尼基人等人种血统，他从小就受到了良好的教育。泰勒斯是古希腊最早的、最著名的思想家、哲学家、天文学家、数学家。他招收学生，建立学院，创立了米利都学派。

泰勒斯生活的那个时代，整个社会还处于愚昧落后的状态，人们对许多自然现象是理解不了的。但是，泰勒斯却总想着探讨自然中的真理。因为他懂得天文和数学，又是人类历史上比较早的科学家，所以人们称他为“科学之祖”。

泰勒斯早年是一个商人，曾到过东方不少国家，学习了古巴比伦观测日食、月食和测算海上船只距离等知识，知道了埃及土地丈量的方法和规则等。他还到过美索不达米亚平原，在那里学习了数学和天文学知识。在这之后，他从事政治和工程活动，并研究数学和天文学，晚年转向哲学。他几乎涉猎了当时人类的全部思想和活动领域，获得了崇高的声誉，被尊为“希腊七贤”之首。

在其他古老的国家里，数学基本上是一门实用性的学科，而在古希腊，它是着重于向理论发展的。

在埃及，人们只是在一块具体的地面上来规划、计算，以弄清人们的地产界线。因为，每年尼罗河一涨水，所有的地面痕迹都被冲毁了，人们在水退去后不得不重新进行测量计算。

埃及人很早在实践中就懂得所有直径都平分圆周；三角形有两条边相等，则其所对的角也相等，但都没有从理论上给予概括，并科学



地去证明它。

泰勒斯并不满足于仅仅向埃及人学习这些，他经过思考将这些具体的、只是实际操作的知识给予抽象化、理论化，使之概括成为科学的理论。

泰勒斯在数学方面划时代的贡献是引入了命题证明的思想。它标志着人们对客观事物的认识从经验上升到理论，这在数学史上是一次不寻常的飞跃。在数学中引入逻辑证明的重要意义在于：保证了命题的正确性；揭示了各定理之间的内在联系，使数学成为一个严密的体系，为进一步发展打下基础；使数学命题具有充分的说服力，令人深信不疑。

证明命题是希腊几何学的基本精神，而泰勒斯就是希腊几何学的先驱。他把埃及的地面几何演变成平面几何学，并发现了许多几何学的基本定理，据说他提出并证明了以下几何学基本命题：

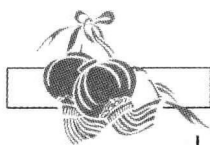
- (1) 圆被它的任一直径所平分；
- (2) 半圆的圆周角是直角；
- (3) 等腰三角形两底角相等；
- (4) 相似三角形的各对应边成比例；
- (5) 若两三角形两角和一边对应相等，则两三角形全等。

这些定理是每一个现代中学生都知道的，简单得不能再简单了。但是，就是这些简单的理论，构成了今天极其复杂而又高深的数学理论的根基。

试想，今天的球面几何学、射影几何学、非欧几何学等，有哪一门不是从这最简单的定理发生推演出来的呢？

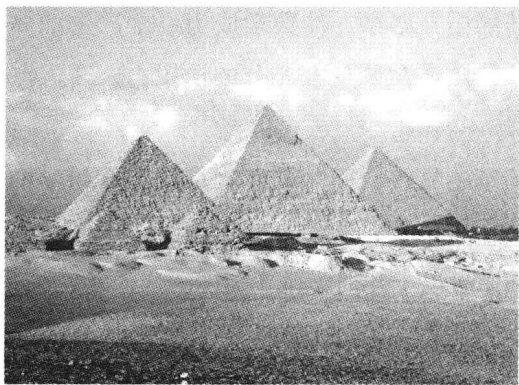
相似三角形定理的发现

据说，埃及的金字塔修成 1 000 多年后，还没有人能够准确地测出它们的高度。有不少人作过很多努力，但都没有成功。当泰勒斯来



到埃及的时候，人们想试探一下他的能力，就问他是否能解决这个难题。泰勒斯很有把握地说可以，但有一个条件——法老必须在场。

第二天，法老如约而至，金字塔周围也聚集了不少围观的老百姓。泰勒斯来到金字塔前，阳光把他的影子投在地面上。每过一会儿，他就让别人测量他影子的长度，当测量值与他的身高完全吻合时，他立刻在金字塔在地面的投影处作一记号，然后再丈量金字塔底到投影尖顶的距离。这样，他就报出了金字塔确切的高度。



埃及金字塔

在法老的请求下，泰勒斯向大家讲解了如何从“影长等于身长”推到“塔影等于塔高”的原理。这也就是今天所说的相似三角形定理。

如今，相似三角形定理表述为：

- (1) 平行于三角形一边的直线和其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相似。
- (2) 如果一个三角形的两条边和另一个三角形的两条边对应成比例，并且夹角相等，那么这两个三角形相似。
- (3) 如果一个三角形的三条边与另一个三角形的三条边对应成比例，那么这两个三角形相似。
- (4) 如果两个三角形的两个角分别对应相等（或三个角分别对应相等），则这两个三角形相似。

毕达哥拉斯定理

勾股定理，是几何学中一颗光彩夺目的明珠，被称为“几何学的基石”，而且在高等数学和其他学科中也有着极为广泛的应用。



这个定理是由希腊的著名数学家毕达哥拉斯发现的，因此，世界上许多国家都称勾股定理为“毕达哥拉斯”定理。

毕达哥拉斯，古希腊著名的数学家。证明式的演绎推论的意义上的数学，是从他开始的。数学在他的思想中是与一种特殊形式的神秘主义密切地结合在一起的。自他之后，数学对于哲学的影响一直都是深刻的。无论是解说外在物质世界，还是描写内在精神世界，都不能没有数学！他认为万事万物背后都有数学的法则在起作用。



毕达哥拉斯

约公元前 580 年，毕达哥拉斯出生于靠近小亚细亚西部海岸的萨摩斯岛（今希腊东部的小岛）——爱奥尼亚群岛的主要岛屿城市之一，此时群岛正处于极盛时期，在经济、文化等各方面都远远领先于希腊本土的各个城邦。

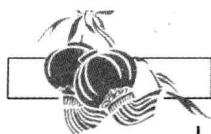
毕达哥拉斯的父亲是一个富商，9 岁时他被父亲送到提尔，在闪族叙利亚学者那里学习。在那里他接触了东方的宗教和文化。以后他又多次随父亲作商务旅行到小亚细亚。

公元前 551 年，毕达哥拉斯来到米利都、得洛斯等地，拜访了泰勒斯、阿那克西曼德和菲尔库德斯，并成了他们的学生。在此之前，毕达哥拉斯已经在萨摩斯的诗人克莱非洛斯那里学习了诗歌和音乐。

公元前 550 年，毕达哥拉斯因宣传理性神学、穿东方人服装、蓄上头发而引起当地人的反感。从此萨摩斯人一直对毕达哥拉斯有成见，认为他标新立异、鼓吹邪说。

公元前 535 年毕达哥拉斯被迫离家前往埃及，途中他在腓尼基各沿海城市停留，学习当地神话和宗教，并在提尔一神庙中静修。

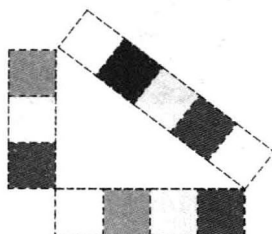
抵达埃及后，国王阿马西斯推荐他入神庙学习。公元前 535 年到公元前 525 年这 10 年中，毕达哥拉斯学习了象形文字、埃及神话历史



和宗教知识，并宣传希腊哲学。因此，他受到许多希腊人的尊敬，有不少人投到他的门下求学。

毕达哥拉斯在 49 岁时返回家乡萨摩斯，开始讲学并开办学校，但没有达到他预期的成效。公元前 520 年左右，为了摆脱当时君主的暴政，他与母亲和唯一的一个门徒离开了萨摩斯，移居西西里岛，后来定居在克罗托内。在那里他广收门徒，建立了一个宗教、政治、学术合一的团体。

毕达哥拉斯的最伟大的发现，是关于直角三角形的命题，即直角两夹边的平方的和等于另一边的平方。



$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

勾股定理

毕达哥拉斯有次应邀参加一位政要的宴会，这位主人家豪华宫殿般的餐厅铺着美丽的正方形大理石地砖。大餐迟迟不上桌，饥肠辘辘的贵宾们颇有怨言，唯独这位善于观察的数学家凝视着脚下这些排列规则的方形大理石砖。

毕达哥拉斯不是在欣赏大理石砖的美丽，而是想到它们和“数”之间的关系。他拿起画笔并蹲在地板上，选了一块地砖以它的对角线为边画一个正方形，他发现这个正方形面积恰好等于两块地砖的面积和。他很好奇，于是再以两块地砖拼成的矩形之对角线作另一个正方形，他发现这个正方形的面积等于 5 块地砖的面积，即是以两股为边作正方形的面积之和。

至此毕达哥拉斯作了大胆的假设：任何直角三角形，其斜边的平方恰好等于另两边平方之和。

那一顿饭，这位古希腊数学大师，视线一直都没有离开地面。

为了庆祝这一定理的发现，毕达哥拉斯学派杀了 100 头牛供奉神灵，因此，又有人把这个定理叫做“百牛定理”。