



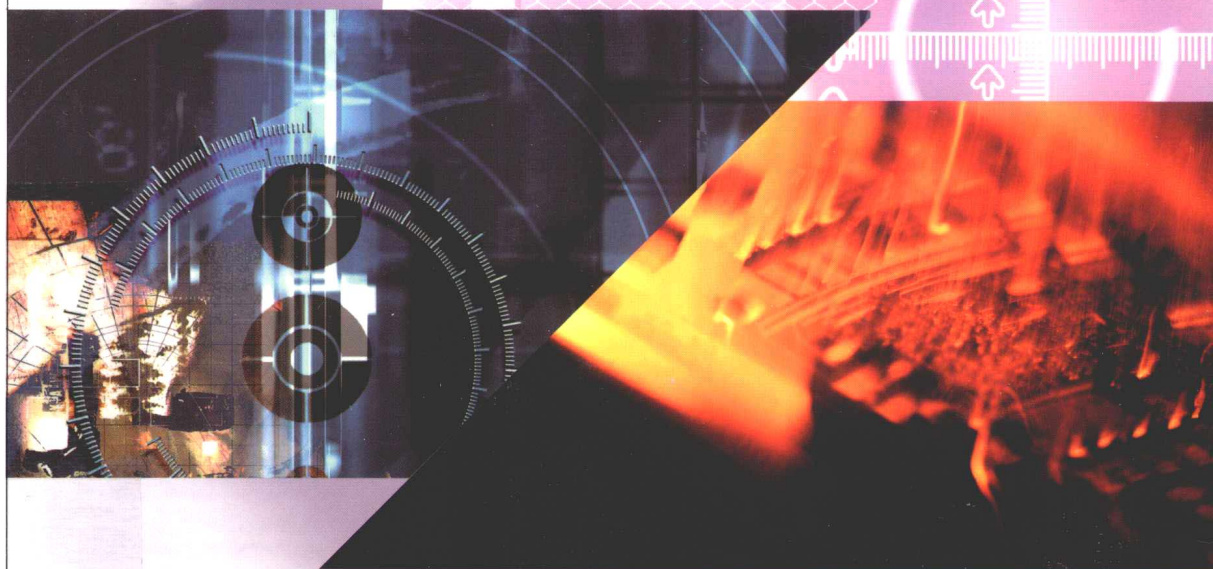
普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

数字信号处理

第二版

学习指导

吴镇扬 胡学龙 毛卫宁



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容简介

本书是吴镇扬教授编写的普通高等教育“十一五”国家级规划教材《数字信号处理》(第二版)的配套学习指导书。本书汇集了东南大学和扬州大学“数字信号处理”课程教学中的大量资料,体现了作者多年的教学经验和丰富的教学积累。东南大学“数字信号处理”为首届国家精品课程,扬州大学“数字信号处理”为江苏省高等学校精品课程。其对应的教科书《数字信号处理》(第二版)于2011年被评为普通高等教育精品教材。本书与教科书配套使用,将会起到良好的互补作用。

对应于教科书各章,本学习指导书内容包括:“学习要点和重要公式”、“题型分析与习题选解”以及“思考题”。“学习要点和重要公式”的概念叙述清楚,内容重点突出、简明扼要,可方便复习或巩固学到的知识;“题型分析与习题选解”的题目丰富,分析细腻,并注意不同类型题目的不同解法;“思考题”启发学生的深入思考。在第一版指导书的基础上,本书增加了“实验指导与实例分析”和“试题与解答”两章。“实验指导与实例分析”系统地介绍相关的 MATLAB 函数的功能、参数和使用方法,例题丰富,和所介绍的内容配合默契,便于学生自学。“试题与解答”提供了近年来作者所在学校的各类考题,供教学参考。

本书可供普通高等学校电子信息工程、通信工程、电子科学与技术等电子信息类专业以及自动化、测控技术与仪器等专业使用。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理(第二版)学习指导/吴镇扬,胡学龙,毛卫宁编.--北京:高等教育出版社,2012.5
ISBN 978-7-04-034655-8

I. ①数… II. ①吴…②胡…③毛… III. ①数字信号处理-高等学校-教学参考资料 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 063677 号

策划编辑 吴陈滨	责任编辑 吴陈滨	封面设计 赵 阳	版式设计 于 婕
插图绘制 尹文军	责任校对 刘春萍	责任印制 田 甜	

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 北京宏伟双华印刷有限公司
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 14.5
字 数 270 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2012 年 5 月第 1 版
印 次 2012 年 5 月第 1 次印刷
定 价 23.10 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 34655-00

前 言

本书系吴镇扬编写的普通高等教育“十一五”国家级规划教材《数字信号处理》(第二版)(以下简称教科书)的学习指导书,可与教科书配套使用。

本书编写的指导思想是:对知识点的描述力求简洁、明了,突出重点;对习题解答尽可能给出分析思路和多种解题方法,一些与工程实际相关的题目针对不同情况可以有多种答案;增加与 MATLAB 相关的实验内容,给出教科书中实验题的答案或结果,但不提供具体程序;为便于组织教学,适当补充一些新的实验例题并给出相应的程序和结果;提供一定数量的试题、试卷与兄弟学校交流;并可供学生作为复习资料或研究生入学考试的参考资料。

本书与教科书的内容同步,新增了第2章“信号的采样与重建”。对应于教科书的前6章,本书的第1至6章均由三部分内容组成:“学习要点和重要公式”、“题型分析与习题选解”以及“思考题”。“学习要点和重要公式”相对第一版的指导书改动较大,篇幅上有较大的压缩,内容重点突出、简明扼要,便于复习和巩固学到的知识;“题型分析与习题选解”的题目丰富,分析细腻,注意不同类型题目的不同解法;“思考题”突出重要的知识点,启发学生的深入思考。在第一版指导书的基础上,本书增加了“实验指导与实例分析”和“试题与解答”两章。“实验指导与实例分析”对教科书中的实验题和典型实验例题进行了分析和解答,帮助学生加深对重点内容的理解,提高解决实际问题的能力。“试题与解答”提供了近年来作者所在学校的各类考题,供教学参考或复习备考。

在本指导书的编写过程中,吴镇扬对第一版指导书第1至第6章中的“学习要点和重要公式”作了改写,新编了第2章,并负责全书的统稿工作,胡学龙修订了原有的习题,在此基础上三位作者共同补充了部分习题及其分析解答,新增的第7章和第8章由毛卫宁编写。

本书源自东南大学和扬州大学近十年来的教学积累,我们对两校“数字信号处理”课程组老师的热情支持表示感谢,几位研究生王刚、黄志春和陈寅等协助做了许多工作,在此一并致谢。本书由东南大学孟桥教授审阅,感谢他提出了很有价值的意见。我们还要感谢东南大学学科办对本书的出版提供了资助。

编写过程中我们作了很大的努力,但错误和不足之处在所难免,恳请读者和同行批评指正。作者的电子邮件地址是:zhenyang@seu.edu.cn。

作 者

2011 年 12 月

目 录

第 1 章 离散时间信号与系统	1
1.1 学习要点和重要公式	1
1.1.1 离散时间信号	1
1.1.2 离散时间信号的傅里叶变换与 z 变换	3
1.1.3 离散时间系统	6
1.1.4 系统的频率响应与系统函数	8
1.2 题型分析与习题选解	9
1.3 思考题	30
第 2 章 信号的采样与重建	31
2.1 学习要点和重要公式	31
2.1.1 数字信号处理系统的模拟接口	31
2.1.2 模拟信号的采样与重建	31
2.1.3 采样与重建中的模拟低通滤波器指标特性	32
2.1.4 连续时间带通信号的采样	33
2.1.5 离散时间信号的采样与插值	33
2.2 题型分析与习题选解	35
2.3 思考题	48
第 3 章 离散傅里叶变换及其快速算法	49
3.1 学习要点和重要公式	49
3.1.1 离散傅里叶变换(DFT)	49
3.1.2 利用 DFT 做连续信号的频谱分析	51
3.1.3 快速傅里叶变换(FFT)	52
3.1.4 关于 FFT 应用中的几个问题	55
3.2 题型分析与习题选解	57
3.3 思考题	78
第 4 章 IIR 滤波器的设计方法	79
4.1 学习要点和重要公式	79
4.1.1 数字滤波器的基本原理	79
4.1.2 模拟低通滤波器设计方法	80

4.1.3	根据模拟滤波器设计 IIR 滤波器	83
4.1.4	从模拟滤波器低通原型到各种数字滤波器的频率变换	85
4.1.5	从低通数字滤波器到各种数字滤波器的频率变换	86
4.1.6	IIR 滤波器的最优化设计	86
4.2	题型分析与习题选解	87
4.3	思考题	99
第 5 章	FIR 滤波器的设计方法	101
5.1	学习要点和重要公式	101
5.1.1	线性相位 FIR 滤波器的特点	101
5.1.2	窗口设计法	103
5.1.3	频率采样法	105
5.1.4	FIR 滤波器的最优化设计	106
5.1.5	IIR 与 FIR 数字滤波器的比较	106
5.2	题型分析与习题选解	107
5.3	思考题	120
第 6 章	数字信号处理系统的实现	121
6.1	学习要点和重要公式	121
6.1.1	数字滤波器的结构	121
6.1.2	量化与量化误差	125
6.1.3	数字信号处理硬件	129
6.2	题型分析与习题选解	129
6.3	思考题	147
第 7 章	实验指导与实例分析	149
7.1	实验一 熟悉 MATLAB 环境	149
7.1.1	部分实验题分析及参考答案	149
7.1.2	实例分析	154
7.1.3	与本实验相关的 MATLAB 函数	156
7.2	实验二 信号的采样与重建	157
7.2.1	部分实验题分析及参考答案	157
7.2.2	实例分析	159
7.2.3	与本实验相关的 MATLAB 函数	161
7.3	实验三 快速傅里叶变换(FFT)及其应用	162
7.3.1	部分实验题分析及参考答案	162
7.3.2	实例分析	170
7.3.3	与本实验相关的 MATLAB 函数	173

7.4 实验四 IIR 数字滤波器的设计	173
7.4.1 部分实验题分析及参考答案	173
7.4.2 实例分析	177
7.4.3 与本实验相关的 MATLAB 函数	180
7.5 实验五 FIR 数字滤波器的设计	181
7.5.1 部分实验题分析及参考答案	181
7.5.2 实例分析	186
7.5.3 与本实验相关的 MATLAB 函数	188
第 8 章 试题与解答	191
8.1 模拟试卷 1	191
8.2 模拟试卷 1 解答	193
8.3 模拟试卷 2	196
8.4 模拟试卷 2 解答	198
8.5 本科生课程考试试题	204
8.6 本科生课程考试试题解答	206
8.7 研究生入学考试试题	208
8.8 研究生入学考试试题解答	210
附录 常用术语的中英文对照表	213
参考文献	223

第 1 章 离散时间信号与系统

学习“数字信号处理”课程之前,一是要讲好绪论;二是要系统地复习离散时间信号与系统的理论。

绪论应当讲述的内容有:信号的分类,特别是连续时间信号、离散时间信号以及数字信号之间的关系和区别;数字信号处理系统的优缺点,为什么在许多的应用领域数字信号处理系统会迅速地替代模拟系统;数字信号技术的发展与应用,其发展和计算机与集成电路的发展是密切相关的,数字信号处理技术除了替代模拟技术外,又开拓出许多新的应用领域。

离散时间信号与系统的理论在“信号与线性系统”这门课程中已作了详细介绍,在复习这些内容的同时,注意将连续信号与系统的分析方法和离散信号与系统的分析方法作比照,从而进一步理解两者之间的共同点与差异之处。我们还应结合数字信号处理复习离散时间信号与系统的理论,关心以下一些问题:离散信号是如何产生的;为什么要使用归一化的数字角频率,它与物理频率之间是何种关系;离散系统在计算机中是如何实现的;在数字信号处理的过程中系统的因果稳定性还会受到哪些因素的影响;线性卷积与系统函数间的关系如何,如何计算线性卷积,涉及哪些计算,计算量如何;数字信号处理系统中哪些因素会影响系统的线性特性。

建议在复习离散时间信号与系统的理论的同时,学习使用 MATLAB,通过实例逐步掌握这一工具,为学习后续的内容打下基础。

1.1 学习要点和重要公式

1.1.1 离散时间信号

1. 几种最常用的典型序列

(1) 单位脉冲序列

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

(2) 单位阶跃序列

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

(3) 矩形序列

$$R_N(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & n < 0, n \geq N \end{cases} \quad (1.3)$$

(4) 实指数序列

$$x(n) = a^n u(n) \quad (1.4)$$

式中 a 为不等于零的任意实数, 当 $|a| < 1$ 时, 序列为收敛的; 当 $|a| > 1$ 时, 序列发散。

(5) 正弦序列

$$x(n) = \sin(n\omega_0) \quad (1.5)$$

(6) 复指数序列

$$x(n) = (re^{j\omega_0})^n = r^n [\cos(\omega_0 n) + j\sin(\omega_0 n)] \quad (1.6)$$

2. 离散周期序列

周期为 N 的离散周期序列

$$\bar{x}(n) = \bar{x}(n+kN), 0 \leq n \leq N-1, k \text{ 为任意整数} \quad (1.7)$$

3. 序列的运算

(1) 序列相加

$$z(n) = x(n) + y(n) \quad (1.8)$$

(2) 序列相乘

$$f(n) = x(n)y(n) \quad (1.9)$$

(3) 序列的移位

$$y(n) = x(n-n_0) \quad (1.10)$$

(4) 序列的能量和序列的绝对值

序列的能量定义为序列样本值的平方和

$$S = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (1.11)$$

平方可和序列

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 < \infty \quad (1.12)$$

绝对可和序列

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)| < \infty \quad (1.13)$$

有界序列

$$|x(n)| \leq B_x < \infty \quad (1.14)$$

B_x 为有限的正整数。

(5) 实序列的偶部和奇部

偶对称序列: $x_e(n) = x_e(-n)$

奇对称序列: $x_o(n) = -x_o(-n)$

一个非对称实序列 $x(n)$ 可以分解成

$$x(n) = x_e(n) + x_o(n) \quad (1.15)$$

式中 $x_e(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(-n)]$, $x_o(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(-n)]$ 。

(6) 任意序列的单位脉冲序列表示

$$x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m) \delta(n-m) \quad (1.16)$$

1.1.2 离散时间信号的傅里叶变换与 z 变换

1. 离散信号的傅里叶变换(DTFT)

序列 $x(n)$ 的 DTFT 定义为

$$X(e^{j\omega}) = \text{DTFT}[x(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n} \quad (1.17)$$

式中 ω 为数字角频率, 单位为 rad(弧度), 它是频率 f 对采样频率 f_s 作归一化后的角频率 $\omega = \frac{2\pi f}{f_s}$ 。DTFT 的级数求和不一定总是收敛的, 若 $x(n)$ 绝对可和, 则该级数绝对收敛。

离散信号的逆傅里叶变换定义为

$$x(n) = \text{IDTFT}[X(e^{j\omega})] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad (1.18)$$

$X(e^{j\omega})$ 也可以用幅度和相位表示

$$X(e^{j\omega}) = |X(e^{j\omega})| e^{j\varphi(\omega)} \quad (1.19)$$

式中 $|X(e^{j\omega})|$ 为离散序列 $x(n)$ 的幅度谱, $\varphi(\omega)$ 为离散序列 $x(n)$ 的相位谱。

2. 离散信号的傅里叶变换的性质

DTFT 的主要特性如表 1.1。

表 1.1 DTFT 的主要特性

	序列	DTFT
①	$ax(n) + by(n)$	$aX(e^{j\omega}) + bY(e^{j\omega})$
②	$x^*(n)$	$X^*(e^{-j\omega})$
③	$x^*(-n)$	$X^*(e^{j\omega})$

	序列	DTFT
④	$x(n-n_0)$	$e^{-jn_0\omega} X(e^{j\omega})$
⑤	$e^{j\omega_0 n} x(n)$	$X(e^{j(\omega-\omega_0)})$
⑥	$\text{Re}[x(n)]$	$X_e(e^{j\omega})$ [$X(e^{j\omega})$ 的共轭偶对称部分]
⑦	$\text{jIm}[x(n)]$	$X_o(e^{j\omega})$ [$X(e^{j\omega})$ 的共轭奇对称部分]
⑧	$x(n)$ 为实序列	$\begin{cases} X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega}) \\ \text{Re}[X(e^{j\omega})] = \text{Re}[X(e^{-j\omega})] \\ \text{Im}[X(e^{j\omega})] = -\text{Im}[X(e^{-j\omega})] \\ \arg[X(e^{j\omega})] = -\arg[X(e^{-j\omega})] \end{cases}$
⑨	$x_e(n)$ [实序列 $x(n)$ 的偶部]	$\text{Re}[X(e^{j\omega})]$
⑩	$x_o(n)$ [实序列 $x(n)$ 的奇部]	$\text{jIm}[X(e^{j\omega})]$

3. z 变换

(1) z 变换的定义

$$X(z) = \mathcal{Z}[x(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad R_{x-} < |z| < R_{x+} \quad (1.20)$$

式中 z 为复变量, 是一个以实部为横坐标, 虚部为纵坐标构成的 z 平面上的变量。 z 平面上使上述级数收敛的区域称为“收敛域(ROC)”。对于实数序列, 收敛域一般表示为一个以收敛半径 R_{x-} 和 R_{x+} 描述的两个圆所围成的环形区域。

(2) z 变换的收敛域

① 有限长序列的收敛域至少为 $0 < |z| < \infty$, 而且这个收敛域可能包括 $z=0$ 或 $z=\infty$ 。

② 右边序列是 $n < n_1$ 时 $x(n)=0$ 的序列, 其收敛域为 $|z| > R_{x-}$, 在 R_{x-} 为半径的圆外。

③ 左边序列是 $n > n_2$ 时 $x(n)=0$ 的序列, 其收敛域为 $|z| < R_{x+}$, 在 R_{x+} 为半径的圆内。

④ 双边序列可以看做一个左边序列与一个右边序列之和, 因此双边序列 z 变换的收敛域就是这两个序列 z 变换的公共收敛区间, 即 $R_{x-} < |z| < R_{x+}$, 当然必须满足 $R_{x-} < R_{x+}$; 若 $R_{x-} > R_{x+}$, 则没有公共收敛区域。

(3) 逆 z 变换的求解

① 长除法

长除法即幂级数展开法。根据 z 变换的定义, $X(z)$ 是 z^{-1} 的幂级数, 在收敛

域内,幂级数的系数就是 $x(n)$ 。

② 部分分式法: $X(z)$ 一般为 z 的有理分式。按照极点,将 $X(z)$ 分解成比较容易求解逆变换的简单有理分式,再将各个逆变换相加并注意收敛域,得到 $x(n)$ 。

③ 留数法:用留数定理求解围线积分

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_c X(z) z^{n-1} dz \quad (1.21)$$

(4) z 变换的性质

z 变换的主要特性如表 1.2。

表 1.2 z 变换特性表

	序列	z 变换	收敛域
①	$x(n)$	$X(z)$	$R_x^- < z < R_x^+$
②	$y(n)$	$Y(z)$	$R_y^- < z < R_y^+$
③	$ax(n) + by(n)$	$aX(z) + bY(z)$	$\max[R_x^-, R_y^-] < z < \min[R_x^+, R_y^+]$
④	$x(n+n_0)$	$z^{n_0}X(z)$	$R_x^- < z < R_x^+$
⑤	$a^n x(n)$	$X(a^{-1}z)$	$ a R_x^- < z < a R_x^+$
⑥	$nx(n)$	$-z \frac{dX(z)}{dz}$	$R_x^- < z < R_x^+$
⑦	$x^*(n)$	$X^*(z^*)$	$R_x^- < z < R_x^+$
⑧	$x(-n)$	$X(1/z)$	$(1/R_x^+) < z < (1/R_x^-)$
⑨	$x(n) * y(n)$	$X(z)Y(z)$	$\max[R_x^-, R_y^-] < z < \min[R_x^+, R_y^+]$
⑩	$x(n)y(n)$	$\frac{1}{2\pi j} \oint_c X(v)Y(z/v)v^{-1}dv$	$R_x^-R_y^- < z < R_x^+R_y^+$
⑪	$x(0) = X(\infty)$		$ z > R_x^-$
⑫	$x(\infty) = \text{Res}[X(z), 1]$		$(z-1)X(z)$ 收敛于 $ z \geq 1$

(5) z 变换与 DTFT 的关系

DTFT 是 z 变换的特例。离散序列单位圆上的 z 变换就等于该采样序列的 DTFT,即

$$X(e^{j\omega}) = X(z) \Big|_{z=e^{j\omega}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-jn\omega} \quad (1.22)$$

1.1.3 离散时间系统

1. 线性系统

对两个激励 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$, 则线性系统满足叠加原理, 即

$$T[ax_1(n) + bx_2(n)] = aT[x_1(n)] + bT[x_2(n)] \quad (1.23)$$

式中 $T[\cdot]$ 为变换算子, a, b 为任意常数。

2. 时不变系统

时不变系统的参数不随时间而变化, 即不管输入信号作用的时间先后, 输出信号响应的形状均相同, 仅是出现的时间不同。用数学表示为

$$T[x(n)] = y[n] \quad (1.24)$$

则

$$T[x(n - n_0)] = y(n - n_0) \quad (1.25)$$

3. 线性时不变系统

(1) 定义

既满足叠加原理又具有时不变特性的系统称为线性时不变 (Linear Time-Invariant System, LTI) 系统。

(2) 线性时不变系统可以用单位脉冲响应来表示。

单位脉冲响应

$$h(n) = T[\delta(n)] \quad (1.26)$$

(3) 线性时不变系统的任一输入序列 $x(n)$ 的响应 $y(n)$ 用离散卷积公式表示

$$y(n) = x(n) * h(n) \quad (1.27)$$

其中, “*” 表示离散线性卷积。

(4) 离散线性卷积的计算步骤:

- ① 折叠: $h(k)$ 围绕纵轴折叠, 得 $h(-k)$;
- ② 移位: $h(-k)$ 移位 n , 得 $h(n-k)$;
- ③ 相乘: 将对应项 $x(k)$ 和 $h(n-k)$ 相乘;
- ④ 相加: 将对应的相乘项 $x(k)h(n-k)$ 相加, 得到 $y(n)$ 。

(5) 系统函数。更一般地, 可以用单位脉冲响应 $h(n)$ 的 z 变换来描述 LTI 系统。

定义

$$H(z) = \mathcal{Z}[h(n)] = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (1.28)$$

因有

$$Y(z) = H(z)X(z) \quad (1.29)$$

4. 系统的稳定性和因果性

(1) 稳定系统:若输入序列是有界的,其输出也是有界的系统。

一个线性时不变系统具有稳定性的充要条件如下:

时域:单位脉冲响应 $h(n)$ 绝对可和;

z 域: $H(z)$ 的收敛域包含单位圆。

(2) 因果系统:系统的输出 $y(n)$ 只取决于此时,以及此时以前的输入。

① 非因果系统:如果系统的输出 $y(n)$ 不仅取决于现在和过去的输入,而且还取决于未来的输入,则它是非因果系统。

② 一个线性时不变系统具有因果性的充要条件如下:

时域:当 $n < 0$ 时, $h(n) = 0$;

z 域: $H(z)$ 的收敛域包括 ∞ 点,即 ROC: $R_x < |z| \leq \infty$ 。

(3) 因果稳定系统:同时满足因果性、稳定性的系统。

① 因果稳定系统是最常用的系统。

② 因果稳定系统 $H(z)$ 的收敛域为: $r < |z| \leq \infty$ ($r < 1$)。对于因果稳定系统的系统函数,其全部极点必须在单位圆内。

5. 系统的差分方程描述

(1) 线性常系数差分方程是线性时不变系统时域描述的数学工具。一般形式为

$$\sum_{i=0}^N b_i y(n-i) = \sum_{i=0}^M a_i x(n-i) \quad (1.30)$$

式中 a_i, b_i 为任意常数,为方便起见,通常取 $b_0 = 1$ 。因此,应用差分方程(1.30)式描述系统时,如果没有附加的制约条件,则它不能唯一地确定一个系统的输入和输出关系,一般以线性常系数差分方程式所表示的系统都是以线性时不变的因果系统作为制约条件的。

(2) 系统函数与差分方程的关系

将 z 变换应用到(1.30)式的两边,得

$$\sum_{i=0}^N b_i z^{-i} Y(z) = \sum_{i=0}^M a_i z^{-i} X(z) \quad (1.31)$$

利用关系式 $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$, 得到系统函数

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M a_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^N b_i z^{-i}} \quad (1.32)$$

1.1.4 系统的频率响应与系统函数

1. 系统的频率响应定义为

$$H(e^{j\omega}) = \text{DTFT}[h(n)] = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} \quad (1.33)$$

2. 系统的频率响应与系统函数的关系

在单位圆上 ($|z|=1$ 或 $z=e^{j\omega}$) 计算得出的系统函数就是系统的频率响应, 即

$$H(e^{j\omega}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\omega}} \quad (1.34)$$

3. 系统函数的零极点与系统的频率响应

$H(z)$ 的零极点形式为

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M a_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^N b_i z^{-i}} = A \frac{\prod_{i=1}^M (1 - c_i z^{-1})}{\prod_{i=1}^N (1 - d_i z^{-1})} = A' \frac{\prod_{i=1}^M (z - c_i)}{\prod_{i=1}^N (z - d_i)} \quad (1.35)$$

式中 $\{c_i\}$ 是 $H(z)$ 在 z 平面上的零点, $\{d_i\}$ 是 $H(z)$ 在 z 平面上的极点, $A' = A \cdot z^{-(M-N)}$ 。

用极点和零点来表示系统函数的优点之一是: 它引导出一个获得系统频率响应的实用的几何方法。系统的频响为

$$H(e^{j\omega}) = A' \frac{\prod_{i=1}^M (e^{j\omega} - c_i)}{\prod_{i=1}^N (e^{j\omega} - d_i)} \quad (1.36)$$

这样频率响应的模函数就可以从各零极点指向 $e^{j\omega}$ 点的向量的幅度来决定, 而频响的相位函数则由这些向量的幅角来确定。当频率 ω 由 0 到 2π 时, 这些向量的终端点沿单位圆逆时针方向旋转一圈, 从而可以估算出整个系统的频率响应。

4. IIR 系统

数字滤波器分为 IIR 与 FIR 系统两大类。令式(1.32)中的 $b_0=1$, 有

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M a_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N b_i z^{-i}} \quad (1.37)$$

只要 b_i 中有一个系数不为零, 在有限 z 平面上就会出现极点。该系统的单位脉冲响应其长度是无限的, 这一类系统称为“无限长单位脉冲响应 (Infinite Impulse Response) 系统”, 简称为 IIR 系统。

5. FIR 系统

全部系数 $b_i=0, i=1, \dots, N, H(z)$ 不能在有限 z 平面上有极点, 即

$$H(z) = \sum_{i=0}^M a_i z^{-i} \quad (1.38)$$

该系统的单位脉冲响应是一个有限长序列, 这种系统称为“有限长单位脉冲响应 (Finite Impulse Response) 系统”, 简称为 FIR 系统。

1.2 题型分析与习题选解

1. 编写 MATLAB 程序, 实现 $\delta(n-n_0) = \begin{cases} 1 & n=n_0 \\ 0 & n \neq n_0 \end{cases}$ 。

分析: 设 $x(n) = \delta(n-n_0)$, 说明 $x(n)$ 除了在 n_0 处有一个单位脉冲外, 其他均为零。在数学表达式上, 对 n 没有加以限制, 理论上从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 。为便于计算机程序实现, 应对 n 的范围加以限制。

解: 假设序号 n 的变化范围为 $n_1 \sim n_2$, 则实现信号 $x(n)$ 的 `impseq` 函数如下:

```
function [x,n]=impseq(n0,n1,n2)
```

```
n=[n1;n2];
```

```
x=[(n-n0)==0];
```

若序号 n 的变化范围为 $0 \sim 10, n_0=5$, 则下面的程序可以画出 $x(n) = \delta(n-5)$ 的波形。

```
[x,n]=impseq(5,0,9);
```

```
stem(n,x);grid;
```

```
xlabel('n');ylabel('x(n)');
```

运行结果如图 1.1 所示。

思考: 仿照上述的程序, 用函数 `stepseq` 实现 $u(n-n_0) = \begin{cases} 1 & n \geq n_0 \\ 0 & n < n_0 \end{cases}$, 并执行

`stepseq(2,1,10)`。

2. 在随机信号处理中, 随机信号的产生是个基本问题。MATLAB 提供了 `randn(1,N)` 函数产生均值为 0, 方差为 1, 长度为 N 的高斯随机序列。试画出长度为 80 的高斯随机序列。

解: 程序如下:

```
N=80;
```

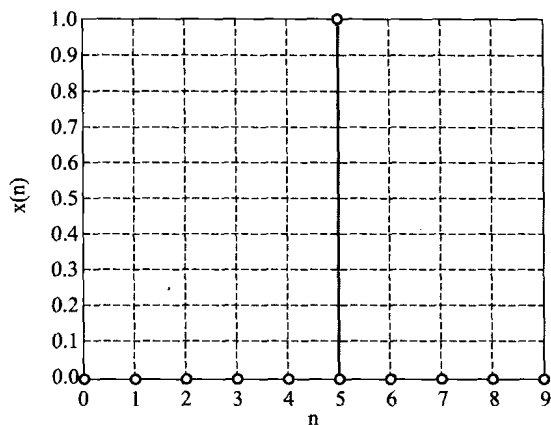


图 1.1 $x(n) = \delta(n-n_0)$ 的实例

```
x=randn(1,N);
n=[0:N-1];
stem(n,x);
xlabel('n');ylabel('x(n)');
```

运行结果如图 1.2 所示。

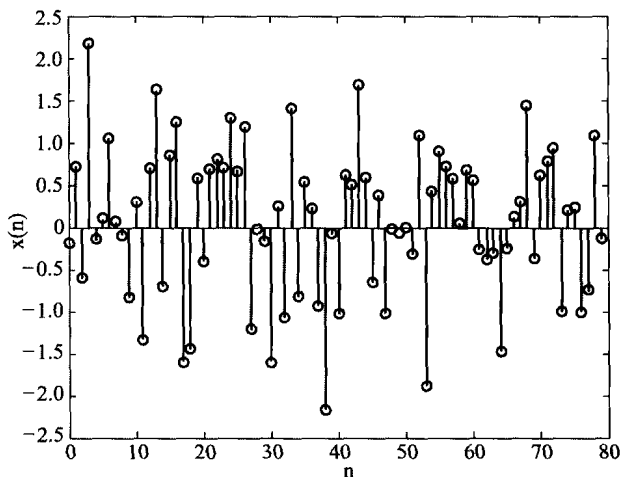


图 1.2 高斯随机序列

思考:如何通过上述随机数的变换产生均值为 a , 方差为 b 的高斯随机序列?