实用管理数学基础

主编 唐和祥 常韵琴

中共中央党校出版社

实用管理数学基础

实用管理数学基础

主　编　唐和祥　常韵琴

中共中央党校出版社

责任编辑　盛　乐
封面设计　张志明
版式设计　尹　植

图书在版编目（CIP）数据

实用管理数学基础/唐和祥，常韵琴主编。—北京：中共中央党校出版社，1994.5
ISBN　7-5035-1092-7

Ⅰ.实…
Ⅱ.①唐…　②常…
Ⅲ.管理学-经济数学-成人教育：高等教育-教材
Ⅳ.C931.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字（94）第 09783 号

中共中央党校出版社出版发行
（北京海淀区大有庄 100 号）
沈铁锦州印刷厂印刷
1996 年 10 月第 2 版　2000 年 5 月第 5 次印刷
开本：850×1168 毫米　1/32　印张：9.625
字数：249 千字　印数：201001－274500 册
定价：12.80 元

出版说明

中共中央党校函授学院自1985年创办以来，按照学院培养目标，开设了不同层次和不同专业的系列课程，并组织中央党校和部分兄弟单位的教授、学者、专家编写了一整套具有党校函授特点的教材。这套教材，紧紧围绕党的建设有中国特色社会主义理论和基本路线，大致分为三类：马克思主义基本理论、文化科学知识和领导、管理的专业知识。在编写这套教材的过程中，力求做到学科体系严密，理论内容完整，叙述层次分明，密切结合实际，文字深入浅出。在使用中，大家反映这套教材具有科学性、时代性、系统性、通俗性的特点，因而受到了广大党员和教员的普遍欢迎。这些教材经过试用、修订和补充，现在正式陆续出版，供党校函授学员使用，也可供担任党政、经管领导工作的同志和有志于从事这方面工作的干部自学选用。

出版这套函授教材，希望能得到广大党校教育工作者和函授教育工作者的支持，请大家提出宝贵的意见，对不当之处给予指正，帮助我们进一步把这项工作做好，使这套函授教材的出版，能为党校函授教育的发展发挥积极作用。

中共中央党校出版社

中共中央党校函授学院

1994年6月

前 言

为了使管理工作科学化、现代化，不仅要求广大行政管理干部掌握经济管理知识，而且必须具备一定的管理数学知识。中央党校函授学院开设《实用管理数学基础》这门课程，目的为了使学员获得一些管理数学的常用的知识和方法，并且能在工作中加以运用，解决管理的一些实际问题。

《实用管理数学基础》力求按照学员实际水平和实践的需要来编写。内容突出实用性，对数学概念的介绍也多用具体实际例子加以说明，并着重于介绍数学方法和应用，涉及到一些经济、管理方面的内容不追求其完整性、系统性。

《实用管理数学基础》由唐和祥、常韵琴主编。“函数及其应用”、“数列及其应用”由常韵琴编写；“统计方法”、“概率初步”由邢慧芳编写；“线性代数”、“线性规划”、“图和网络方法”、“决策方法”由唐和祥编写。在编写过程中参考了一些有关书籍、资料的内容。本书在决定正式出版时，请作者进行了认真修订，但还会有缺点、错误，希望使用本书的教员和学员批评、指正。

中共中央党校函授学院

1994 年 4 月

目　录

第一章　函数及其应用

本章简要介绍函数的一般概念及其性质，以及一些初等函数的应用。

第一节　集　　合

集合是自然科学和社会科学中一个基本的概念，集合广泛地渗透到自然科学的许多领域，集合概念及其理论也是近代数学最基本的内容之一。

一、集合的概念

1. 集合　具有某种属性的一些对象或事物的全体称为集合（简称集）。例如：

自然数的全体；

某单位所有的职工；

某工厂所有的车床；

在同一平面内到一个定点距离相等的点。

2. 元素　集合里的所有个体称为集合的元素。如地球是太阳系行星集合中的一个元素，2是自然数集合中的一个元素。

同一集合中的元素具有某种共同的性质，人们就根据这共同的性质，来判定某一讨论范围内的事物是否属于该集合。这个讨论范围叫做论域。通常用大写字母 U、E 等来表示。论域中的每个对象也叫元素，通常用小写字母 a、b、c、x、y 等来表示。

给定一个论域 U，U 中的某一部分元素的全体，叫做 U 中的一个集合，通常用大写的 A、B、C 等来表示。例如，“人”是讨

论的一个“论域”，“男人”、“学生”就是这个论域中的两个集合。

在U中任意给一个元素a，并且任意给定一个集合A，当a属于A时，记作$a\in A$或$A\ni a$，读作“a属于A”或“A包含a”；当a不属于A时，记作$a\notin A$。a要么属于A，要么不属于A，二者必居其一，且仅居其一。

3. 子集　如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，就把集合A叫做集合B的子集。记作$A\subseteq B$或（$B\supseteq A$），读作“A包含于B”（或“B包含A”）。如果A是B的子集，并且B中至少有一个元素不属于A，那么就把A叫做B的真子集。记作$A\subset B$或$B\supset A$。（“$\supset$”读作“真包含”，“$\subset$”读作真包含于）任一集合是其本身的子集。

由子集的定义可知，自然数集是整数集的子集，整数集是有理数集的子集，有理数集是实数集的子集。通常我们用N表示自然数集合，Z表示整数的集合，Q表示有理数集合，R表示实数集合。

二、集合的种类

集合可按它所包含的元素的个数分为下列几种：

1. 有限集合　含有有限个元素的集合称为有限集合，如某工厂车床的全体组成的集合。特别地，只含有一个元素的集合，叫做单元素集合。

2. 无限集合　含有无限个元素的集合，叫做无限集合，如平面内所有的圆组成的集合。

3. 空集合　不含任何元素的集合叫做空集合。用符号Φ表示。如方程$x^2+x+1=0$的实根组成的集合就是一个空集。

我们规定空集是任何集合的子集。显然，空集是任何非空集合的真子集。

三、集合的表示法

1. 列举法　把集合中的元素不重复、不遗漏、不记次序地列

出，放在集合符合“{}”里，这样表示集合的方法叫做列举法。

例如，由数 5、2、4、9、0 组成的集合可以写成 {5，2，4，9，0} 或 {2，5，4，9，0} 或 {0，5，4，9，2} 等，但不可以写成 {5，2，2，4，9，0} 或 {5，5，2，4，9，0} 等。

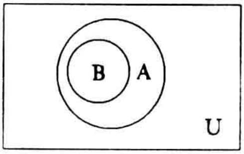
2. 描述法　在集合符号内，先写出该集合中元素的代表符号，再划一条竖线“|”，右边用数学语言描述出该集合中元素的特征。在需要多层次描述时，要用关联词“且”、“或”联结。有时“且”也可用“,”表示。例如：

$A=\{x|x$ 是百货大楼所有商品$\}$；

$B=\{x|x>0$ 且 $x\neq 2\}$；

$C=\{x|x<10，x\neq -1\}$。

3. 图象法　在同一平面内，用一条封闭的曲线所围成的图形表示集合（图形的形状与集合的性质无关）。如：



$B\subset A\subset U$

四、集合的相等

设有两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则称集合 A 与 B 相等。记作　$A=B$.

即 A 的每个元素，都是 B 的元素，而且 B 的每个元素都是 A 的元素。

例如，$A=\{x|x^2+2x-3=0\}$，$B=\{1，-3\}$，则

$A=B$

显然，以下的定理是成立的。

定理 1　　若 $A=B$ 且 $B=C$，则 $A=C$。

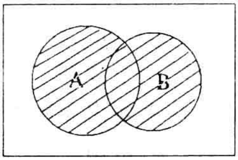
定理 2　　若 $A\subseteq B$ 则 $B\supseteq A$，反之亦成立。

定理 3　　若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$。

五、集合的运算

1. 并集：由属于 A 或属于 B 的一切元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$　即

$A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$



$A\cup B$

例 1. 设有一部书，全部共 10 卷，小王购买了一、二、三、四卷，小李购买了三、四、五、六卷，问他俩一共有哪几卷？虽然他们购买了 8 卷，但其中有两卷重复，实际上他们只有一至六共 6 卷。假令小王的书为 A 集，小李的书为 B 集，即

$A=\{$一，二，三，四$\}$

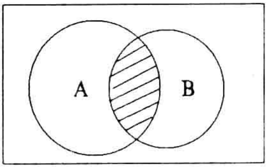
$B=\{$三，四，五，六$\}$

$A\cup B=\{$一，二，三，四，五，六$\}$

2. 交集：由同时属于 A 和 B 的元素所组成的集合，叫做集合 A 和 B 的交集，记作 $A\cap B$。

即 $A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$

上例中，问两个人都有的是哪几卷？回答是第三、四卷。即



$A\cap B=\{$三、四$\}$

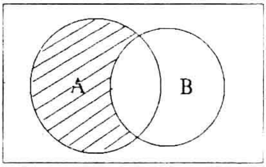
$A\cap B$

如果 A、B 两集合没有共同的元素，就称这两个集合不相交。即

$A\cap B=\Phi$

3. 差集：属于 A 但不属于 B 的所有元素组成的集合，叫做集合 A 与 B 的差集，记作 $A-B$。

即 $A-B=\{x|x\in A$ 且 $x\notin B\}$



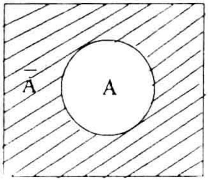
$A-B$

上例中，如问小王的书中哪几卷是小李没有的？回答是第一、二卷。或问小李的书中哪几卷是小王没有的？回答是第五、六卷。

A－B＝｛一、二｝

B－A＝｛五、六｝

4．补集：论域或全集为U，A⊆U，由U中所有不属于A的元素所组成的集合，叫做集合A的补集，记作$\overline{A}$。



$\overline{A}$

$\overline{A}=\{x|x\in \cup$ 且 $x\notin A\}$

上例中，如问小王还差哪几卷就齐了？回答是小王差五、六、七、八、九、十卷。或问小李还差哪几卷就齐了？回答是小李差第一、二、七、八、九、十卷。

即　$\overline{A}$＝｛五，六，七，八，九，十｝，

　　$\overline{B}$＝｛一，二，七，八，九，十｝。

第二节　函数概念及其性质

一、函数的一般概念

在某一变化过程中，有两个变量x和y，如对于x在其变化范围内的每一个确定的值，y按照给定的法则，都有确定的值和它对应，则变量y称为变量x的**函数**，x叫做自变量，y叫做因变量。

自变量的变化范围叫函数的**定义域**，因变量的变化范围叫函数的**值域**

函数的记号是y＝f(x)，x表示自变量，y表示因变量，“f”表示　x、y的对应关系，也叫对应法则。

如果要确定一个函数，就必须将其定义域、值域与对应法则都确定下来，这个函数才算确定。

二、求函数的定义域

一个函数的定义域从以下几个方面考虑：

1. 整式所表示的函数关系，其定义域为一切实数。

例 1. 求下列函数的定义域：

(1) $y=2x+3$；　　(2) $y=6x^2-2$；

(3) $y=ax^2+bx+c$.

解：因为 x 取任何实数时，以上各函数都有意义，所以它们的定义域均为一切实数。

2. 用分式表示的函数关系，其定义域是使分母不为零的实数。

例 2. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\frac{3}{x-1}$；　　(2) $y=\frac{1}{x^2-5x+6}$.

解：(1) ∵ 当 $x-1\neq0$，即 $x\neq1$ 时，y 有意义。

∴ 函数 $y=\frac{3}{x-1}$ 的定义域为 $x\neq1$ 的一切实数。

(2) ∵ 当 $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)\neq0$ 时，y 有意义。

∴ 函数 $y=\frac{1}{x^2-5x+6}$ 的定义域为 $x\neq2$，且 $x\neq3$ 的一切实数。

3. 用偶次根式所表示的函数关系，其定义域是使根号内所含式子的值为非负实数；而用奇次根式所表示的函数关系，其定义域是一切实数。

例 3. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{x-1}$；　　(2) $y=\sqrt{4-x^2}$；

(3) $y=\sqrt[3]{x-5}$；　　(4) $y=\frac{\sqrt{x}}{x-1}$.

解：(1) ∵ 当 $x-1\geqslant0$，即当 $x\geqslant1$ 时，y 有意义，

$\therefore$ 函数 $y=\sqrt{x-1}$的定义域是 $x\geqslant 1$ 的一切实数。

(2) $\because$ 当 $4-x^2\geqslant 0$ 时，即 $x^2\leqslant 4$，

$-2\leqslant x\leqslant 2$ 时，y 有意义，

$\therefore$ 函数 $y=\sqrt{4-x^2}$的定义域是 $-2\leqslant x\leqslant 2$ 的一切实数。

(3) 函数 $y=\sqrt[3]{x-5}$的定义域为一切实数。

(4) $\because \begin{cases} x\geqslant 0 \\ x\neq 1 \end{cases}$ 时，y 有意义。

$\therefore$ 函数 $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$的定义域为 $x\geqslant 0$ 且 $x\neq 1$ 的实数。

4. 用对数所表示的函数关系，其定义域是使真数大于零，底数大于零且不等于 1 的一切实数。

例 4. 求函数 $y=\lg(3x+2)$ 的定义域

解：$\because$ 当 $3x+2>0$ 时，即 $x>-\dfrac{2}{3}$时，y 有意义。

$\therefore$ 函数 $y=\lg(3x+2)$的定义域是 $x>-\dfrac{2}{3}$.

5. 用三角函数所表示的函数关系，其定义域要根据三角函数的定义域来考虑。

在实际问题中，函数的定义域不能只以运算是否有意义为根据，还要考虑问题的实际意义，如涉及到人数，就不能用分数和小数。

三、函数的一些基本性质

在这里我们不想全面讨论函数的基本性质，只是抽出本章用到的函数基本性质，介绍如下：

1. 单调性：设函数 $y=f(x)$在区间$[a,b]$上有定义，若对于$[a,b]$上任意两个 x 值 x_1、x_2，且 $x_1<x_2$，都有

$f(x_1)<f(x_2)$（或 $f(x_1)>f(x_2)$），

则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上称单调增函数（或单调减函数），而称区间 $[a, b]$ 为单调递增（或递减）区间。

例 5. 判定下列函数的单调性：

(1) $f(x) = -2x$；　　(2) $\varphi(x) = x^2$，$x \in R^+$.

解：(1) 在这函数的定义域 R 内任给 x 两个值 x_1，x_2，且 $x_1 < x_2$，

故 $x_2 - x_1 > 0$.

而 $f(x_1) - f(x_2) = -2x_1 - (-2x_2)$

$= 2(x_2 - x_1) > 0$，

则 $f(x_1) > f(x_2)$

故 函数 $f(x) = -2x$ 是单调递减。

(2)在 $x \in R^+$ 内任取两个值 x_1、x_2，且 $x_1 < x_2$，

故 $x_1 - x_2 < 0$. 而

$\varphi(x_1) - \varphi(x_2) = x_1^2 - x_2^2$

$= (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) < 0$，

则 $\varphi(x_1) < \varphi(x_2)$

故 函数 $\varphi(x) = x^2$，$x \in R^+$ 是单调递增。

我们判定函数的单调性，也可不用其定义，而观察函数图象就可以得到。凡曲线是从左下方到右上方的方向，函数是单调递增；如曲线是从左上方到右下方的方向，函数是单调递减。

2. 有界性：设函数 $f(x)$ 在某区间上有定义，如果能找到正数 M，使

$|f(x)| \leqslant M$，成立，则称函数 $f(x)$ 在这区间上为有界函数或说是有界的。若 M 不存在，就称函数 $f(x)$ 在这区间上是无界函数或说是无界的。

例 6. 判定下列函数的有界性：

(1) $y = 2x + 1$，$x \in [0, 2]$；　　(2) $y = \sqrt{x}$.

解：(1) 因 $x \in [0, 2]$，可以求出这函数的值域

$y \in [1, 5]$

y 有上下界，就认为满足定义，