

DIANCIXUE
DIANDONGLIXUE



苏 州 大 学 教 材 出 版 基 金

电磁学·电动力学

• 宋为基 过祥龙 编著



苏州大学出版社

548559

0441/80

电磁学·电动力学

宋为基 过祥龙 编著

0441/80

85

徐州师大图书馆



23174265

苏州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

电磁学·电动力学/宋为基,过祥龙编著. —苏州:
苏州大学出版社,2001.1

ISBN 7-81037-744-2

I. 电… II. ①宋…②过… III. ①电磁学-高等
学校-教材②电动力学-高等学校-教材 IV. O44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 56125 号

电磁学·电动力学

宋为基 过祥龙 编著

责任编辑 陈兴昌

苏州大学出版社出版发行

(地址:苏州市十梓街1号 邮编:215006)

丹阳市教育印刷厂印装

(地址:丹阳市西门外 邮编:212300)

开本 787×1092 1/16 印张 22.25 字数 556 千

2001 年 1 月第 1 版 2001 年 1 月第 1 次印刷

印数 1-1550 册

ISBN 7-81037-744-2/O·33(课) 定价:32.00 元

苏州大学版图书若有印装错误,本社负责调换

苏州大学出版社发行科 电话:0512-5236943

序

1959年,江苏师范学院(苏州大学前身之一)物理系凌德洪教授曾主编了一本把普通物理的电磁学与电动力学打通的教材《电磁学讲义》(高等教育出版社,1959年12月第一版).在当时来说,编写打通教材是一种大胆的尝试与探索.作者作为当年的学生有幸首学这本打通教材.那时我们感到,采用打通的办法可以避免电磁学与电动力学之间不必要的重复与脱节现象,能使学生对电磁理论有一个一体化的深刻的认识.后来,作者自己当了教师,亲自讲授电磁学与电动力学,这种感觉更为强烈.在大力提倡对教材进行改革的今天,作者重写一本电磁学与电动力学打通教材的欲望日趋炽烈.前两年,国内有些同行对我们重提“打通”旧话,加速了我们编写这本教材的进程.

在编写中我们充分注意到了数学工具与物理内容的匹配问题.为此,我们采取了下列措施:在应用到有关数学知识时,尽可能把起点放低,叙述清楚,使学生易于入门;有关数学知识的较系统的叙述放在附录中以便学生查看.在编写中我们兼顾到不同学校的不同要求,把某些问题的进一步讨论以及某些扩大知识面的内容打上“*”号,讲授时可以删去,这不会影响本书自成的体系.

我们对原来的《电磁学讲义》作了大幅度的变动.首先,补充了作为电磁理论必不可少的“狭义相对论”.其次,在基本理论与应用方面作了较大的补充.例如,在基本理论方面,补充了矢势的基本意义与物理效应的论述,介绍并剖析了诸如阿哈朗诺夫——玻姆效应(AB效应)方面的内容;在应用方面,我们主要补充了在近代科学技术中有重要意义和较大影响的内容.第三,将高斯制改为国际单位制.第四,给出更多的例题与过去没有的习题.

本书共八章.建议基本内容的教学用110~120学时.学时的减少也是打通教材的优点之一.

当然,我们所作的种种努力充其量只是一种尝试,目的旨在抛砖引玉.如果本书对读者特别是执教的教师有所启发和裨益的话,那是我们最大的欣慰.

本书的编写得到了苏州大学教材基金的全额支持,苏州大学出版社为本书的出版给予了很大的帮助,苏州大学物理系、扬州大学物理系以及其他兄弟院校的同行对本书提出了不少有益的建议和意见,作者在此一并致谢.

鉴于我们的水平有限与时间匆迫,内容难免有所疏漏甚至差错,取材和编排也还有那样那样的问题,乞望读者和专家不吝指正.

作者谨识

2000年9月于苏州大学

目 录

第一章 静电场

§ 1.1 静电的基本现象与基本规律	(1)
§ 1.2 电场 电场强度 电势	(6)
§ 1.3 静电场的基本定理	(36)
习 题	(44)

第二章 静电场中的导体和电介质

§ 2.1 静电场中的导体	(50)
§ 2.2 静电场中的电介质	(67)
§ 2.3 介质中静电场的基本定理	(78)
习 题	(105)

第三章 恒定电流

§ 3.1 电 流	(115)
§ 3.2 电流的连续性方程 基尔霍夫第一定律	(117)
§ 3.3 欧姆定律 电阻	(118)
§ 3.4 电流的功	(122)
§ 3.5 电动势	(122)
§ 3.6 基尔霍夫第二定理	(124)
§ 3.7 RC 电路的暂态过程	(131)
§ 3.8 金属的经典电子论	(133)
§ 3.9 逸出功 接触电势差	(136)
§ 3.10 温差电现象	(138)
习 题	(140)

第四章 恒定磁场

§ 4.1 磁感强度	(146)
§ 4.2 电流的磁场	(148)
§ 4.3 磁场的基本定理	(154)
§ 4.4 磁场对带电粒子的作用	(161)
§ 4.5 磁场对电流的作用	(168)
习 题	(173)

第五章 磁介质

§ 5.1 磁介质的磁化	(180)
§ 5.2 磁化强度 磁化电流	(183)
§ 5.3 磁场强度	(185)
§ 5.4 介质的磁化规律	(186)
§ 5.5 磁 路	(192)

§ 5.6 永久磁体 地磁场	(195)
§ 5.7 磁场的边界条件	(199)
§ 5.8 磁场的矢势	(200)
§ 5.9 磁标势法	(205)
习 题	(207)
第六章 电磁感应 似稳电磁场	
§ 6.1 电磁感应定律	(211)
§ 6.2 动生电动势 感生电场	(212)
§ 6.3 自感现象和互感现象	(217)
§ 6.4 似稳电磁场	(221)
§ 6.5 磁场的能量	(227)
§ 6.6 涡电流	(232)
§ 6.7 感应圈	(234)
习 题	(235)
第七章 迅变电磁场与电磁波	
§ 7.1 位移电流 麦克斯韦方程组	(241)
§ 7.2 电磁场的能量与动量	(245)
§ 7.3 电磁波	(250)
§ 7.4 电磁场的动量密度与动量流密度	(253)
§ 7.5 电磁波的传播理论	(257)
§ 7.6 电磁波的辐射理论	(280)
习 题	(295)
第八章 狭义相对论	
§ 8.1 伽利略相对性原理 伽利略变换	(301)
§ 8.2 相对论的实验基础	(302)
§ 8.3 相对论的基本原理 洛伦兹变换	(304)
§ 8.4 相对论时空理论	(308)
§ 8.5 相对论力学	(317)
§ 8.6 相对论电动力学	(320)
习 题	(325)
参考答案	
.....	(331)
附 录	
.....	(347)

第一章 静 电 场

§ 1.1 静电的基本现象与基本规律

1.1.1 电荷 起电

电磁的相互作用是通过电磁场来实现的. 但作为场源的电荷, 不论是静止或在运动, 都明显地体现有粒子性. 本章主要讨论相对于观测者静止的电荷所生的场——静电场. 我们先从实验事实阐明电荷的粒子性, 再从静电场与电荷的作用来论证静电场的基本定律, 建立与求解相应的场方程, 并给出处理静电场问题的不同方法.

首先对静电的基本现象加以扼要的讨论. 众所周知, 用丝绢或毛皮摩擦过的玻璃、火漆与硬橡胶等都能吸引轻小物体. 这表明它们在被摩擦后进入一种特殊的状态, 我们把处于这种状态的物体称为带电体, 并说它们带有电荷. 若把用丝绢摩擦过的玻璃棒用丝线悬挂起来, 如图 1.1.1 所示, 取另一根同样用丝绢摩擦过的玻璃棒靠近它时, 它们将互相排斥; 但是, 若换用一根用毛皮摩擦过的胶木棒靠近它时, 它们将互相吸引. 这个实验表明: 用丝绢摩擦过的玻璃棒的带电性质与毛皮摩擦过的胶木棒的带电性质不相同. 同时也表明: 同种电荷互相排斥, 异种电荷相互吸引. 我们把用丝绢摩擦过的玻璃棒所带的电荷叫做正电荷; 用毛皮摩擦过的胶木棒所带的电荷叫做负电荷. 这里要说明的一点是, 电荷的正负本来是相对的, 把两种电荷中的哪一种叫做“正”, 哪一种叫做“负”, 是带有一定的随意性. 上述命名法历史上是由美国物理学家富兰克林(B. Franklin 1706~1790)在 18 世纪初首先提出来的, 国际上一直沿用到今天. 正负电荷互相完全抵消的状态叫做中和, 或电中性. 处于中和状态的物体对外界不呈现电性.

使物体带电叫做起电. 用摩擦方法使物体带电叫做摩擦起电, 用接触方法使物体带电叫做接触起电. 实验表明, 摩擦起电有一个重要特点: 相互摩擦的两个物体总是同时带有等量异号电荷.

为什么利用接触或摩擦方法可以使物体带电呢? 这可根据电子论加以说明. 众所周知, 组成物体的原子都是由带正电的原子核和绕核旋转的负电子(简称为电子)所组成. 一般情况下, 原子核所带的正电荷和核外电子所带的负电荷的总和是等量异号的, 所以通常的物质就不呈电性; 但当两种物质互相接触时, 一种物质会失去一些电子而带正电, 另一种物质将会获得这些电子而带负电, 故二者带有等量异号的电荷. 若仅仅把它们两种物质紧密接触后分开, 还不足以使它们带有多量的电荷, 摩擦的作用不仅使接触的面积增大, 而且还可以使

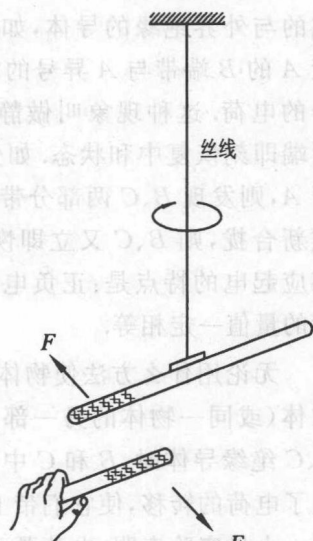


图 1.1.1

接触的温度升高,因而电子的动能也增大,以致在两物体相接触部分的电子更易转移,从而使带电现象显著.

物体所带电荷数量的多少叫做电量. 检验物体是否带电与带电量多少的最简单的仪器是验电器,其构造如图 1.1.2(a)所示.

验电器的主要部分是一根上端带有导体小球的导体棒,棒的下端悬挂着两层金箔(或铝箔),棒的下半部及金箔用一玻璃匣子包围起来,以免受空气影响. 当带电体与导体小球接触时,金箔便得到同种电荷而张开. 所带电荷越多,张角就越大. 为了便于定量地测定电荷的多少,还可



(a) 验电器

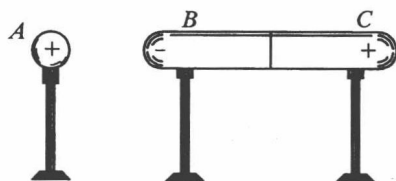
(b) 静电计

图 1.1.2

用静电计测量. 静电计是在金属外壳中绝缘地安装一根金属杆,在金属杆上安装一根可以偏转的金属指针,再在杆的下端装一个弧型标度尺来显示指针偏转的角度,如图 1.1.2(b)所示. 其实,静电计是测量电势的仪器. 为了定量地测量电量,需在静电计的金属杆上接一金属圆筒(叫做法拉弟圆筒). 要测量的带电体,应与圆筒内壁接触. 其测量原理要用到第二章的知识.

除接触起电、摩擦起电可使物体带电外,利用静电感应现象也可使物体带电,这种起电方法称为感应起电.

如果把带电体 A 移近一个由 B 、 C 两部分合拢组成的与外界绝缘的导体,如图 1.1.3 所示,则发现靠近 A 的 B 端带与 A 异号的电荷,而 C 端则带与 A 同号的电荷. 这种现象叫做静电感应. 若移走 A , B 、 C 两端即刻恢复中和状态. 如先将 B 、 C 分开,然后再移开 A ,则发现 B 、 C 两部分带等量异号电荷;再把 B 、 C 重新合拢,则 B 、 C 又立即恢复中和状态. 由此可见,感应起电的特点是:正负电荷同时出现,且这两种电荷的量值一定相等.



将带电体 A 移近 B 、 C

图 1.1.3

无论用什么方法使物体带电,其实都是电荷从一个物体(或物体的一部分)转移到另一物体(或同一物体的另一部分)的过程. 例如,感应起电时,把带电体 A 靠近合拢在一起的 B 、 C 绝缘导体时, B 和 C 中与 A 同号的电荷被排斥,异号电荷被吸引,于是在 B 、 C 之间发生了电荷的转移,使它们带上了等量的异号电荷.

大量实验表明:电荷既不能被创造,也不能被消灭,它们只能从一个物体(或物体的一部分)转移到另一个物体(或物体的另一部分),也即在任何物理过程中,电荷的代数和是守恒的. 这个定律叫做电荷守恒定律. 电荷守恒定律是物理学中普遍的基本定律之一. 这一定律不仅在一切宏观过程中成立,在一切微观过程中也成立;不仅在低速情形下成立,在高速情形下也成立.

电荷的另一重要特征是它的“量子性”,即任何带电体的电荷量只能是某基本单位的整数倍. 这个基本单位就是一个电子所带的电量,叫做基元电荷,记做 e .

近代物理从理论上预言,有一种电量为 $\pm \frac{1}{3}e$ 或 $\pm \frac{2}{3}e$ 的基本粒子(称为夸克)存在,并认为质子和中子等许多粒子(称为强子)都由夸克组成. 不过,夸克至今尚未为实验发现.

1.1.2 导体、绝缘体和半导体

所有物质按它们的导电性质,大致可分为导体和绝缘体(或称为电介质)两类.电荷在导体中能作较自由的运动,而在绝缘体中不能作自由运动,电荷几乎只能停留在产生的地方.

导体又可以分为两类:第一类导体和第二类导体.金属是第一类导体,其特征是,电荷(电子)的迁移并不引起在导体中任何化学性质的变化.这是由于所有的金属中的电子是一样的,电子的移动不会使金属的化学组成发生任何变化.此外,由于电子质量很小,电子的迁移也不会发生显著的物质迁移.酸、碱和盐的水溶液是第二类导体,其特征是,电荷的迁移总伴随着化学变化.在这一类导体中,自由移动的电荷并不是电子而是正负离子.在电力的作用下,正负离子的运动方向相反,化学变化的进行使构成物质的成分在液体与其他导体接触处析出.

在电介质中,组成物质的异号电荷结合得十分牢固,它们或者形成中性分子(如未电离的气体中的分子及未离解的液体中的分子);或者形成离子的结晶点阵(如岩盐晶体).在电介质中,电荷一般不能自由运动.可如果用摩擦起电的方法使电介质带电,则电荷将处在某一局部位置,而不会散布开来;电介质中的电荷在电力的作用下,可以稍稍偏离它的平衡位置,或者成对的异号电荷可以改变取向(两电荷连线在空间的取向),当电力不存在时,一般电介质中成对的异号电荷的取向是无规则的,因此就整体而言,它是中性的.

值得指出的是,在良好的电介质中,并非绝对没有自由电荷.在通常情况下,只不过是量极少罢了.如果电力极强,电介质中的分子可被破坏,使其中的自由电荷的数量大大增加,这时电介质就变成了导体.这种现象称为电介质的击穿.从这一意义上说,导体与电介质的界线不是绝对的,而是相对的.

导电性质介于导体和电介质之间的尚有一种被称为半导体的物质,如钛、硒、碳化硅、氧化亚铜和锗等.在半导体中导电的粒子——载流子,除带负电的电子外,还有带正电的“空穴”.当半导体中多数载流子是电子时,称为N型半导体,如硅;当多数载流子是“空穴”时,称为P型半导体,如锗.

将N型半导体和P型半导体结合起来,可以制成各种半导体器材.由于半导体对温度、光照、杂质、压力与电磁场等外加条件极为敏感,因此在现代电子技术中有着广泛的应用.

1.1.3 库仑定律 叠加原理

带电体上所带电荷的多少叫做电荷量,简称电量,通常用字母 q 来表示.由于带电体之间有电力的相互作用,所以可以用这种相互作用来定量地确定带电体上的电量.最早进行两带电体间电力相互作用定量研究的人是18世纪末法国科学家库仑(C. A. Coulomb 1736~1806). 1784~1785年间,库仑首先从扭秤实验(图1.1.4)中发现了带电体之间相互作用力的规律,这就是著名的库仑定律,它是静电学的基础.

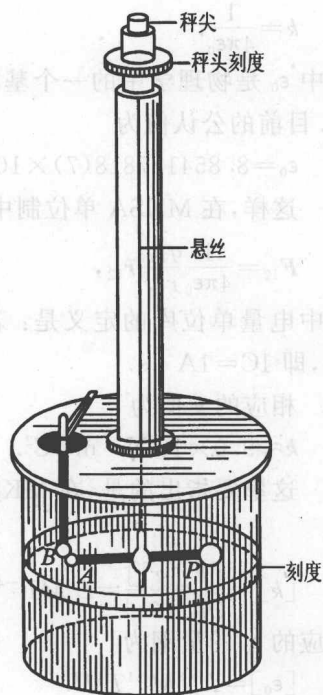


图 1.1.4 库仑扭秤

本规律之一.

库仑定律表述如下:

在真空中两个静止的带电量分别为 q_1 和 q_2 的点电荷之间相互作用力的大小与 q_1 和 q_2 乘积成正比,与它们之间距离 r 的平方成反比;作用力的方向沿着它们的连线,同号电荷相斥,异号电荷相吸.

所谓点电荷是实际带电体的抽象模型,即当带电体本身的几何线度比起它到其他带电体的距离小得多时,这种带电体的形状和电荷在其中的分布已无关紧要,此时,就可把这种带电体抽象成为一个带电的几何点.必须指出,点电荷是相对的,在一定条件下,带电体可以看作点电荷;但在另外的条件下,同样的带电体未必能看成点电荷.

如图 1.1.5 所示,点电荷 Q_1 和 Q_2 带电量分别为 q_1, q_2 , 令 F_{12} 表示 Q_1 施于 Q_2 的力, $\hat{r}_{12}$ 代表由 Q_1 到 Q_2 方向的单位矢量,即 $\hat{r}_{12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}$, 则

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}. \quad (1.1.1)$$

式中 k 是比例常量,它的数值与量纲取决于采用的单位制.

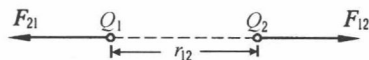


图 1.1.5

本书采用的单位制是 MKSA 单位制,它是目前公认的国际单位制(SI)的一部分.在 MKSA 单位制中,有四个基本量:长度、质量、时间和电流;长度以米(m)为单位,质量以千克(kg)为单位,时间以秒(s)为单位,电流以安(A)为单位,其他的物理量的单位都是由这些基本单位导出的.例如,力的单位为牛(N)=千克·米/秒²,电量的单位是库(C)=安·秒.

在 MKSA 制中,(1.1.1)式中的比例常量 k 的数值要通过实验测定,我们可将其写成

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

式中 ϵ_0 是物理学中的一个基本物理常数,称为真空的电容率(或介电常数),其值由实验测定.目前的公认值为

$$\epsilon_0 = 8.854187818(7) \times 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}.$$

这样,在 MKSA 单位制中,库仑定律的数学式(1.1.1)为

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}, \quad (1.1.2)$$

其中电量单位库的定义是:若导线中通过 1A 的电流,则 1s 内通过导线横截面的电量为 1C,即 $1\text{C} = 1\text{A} \cdot \text{s}$.

相应的 k 值为

$$k \approx 9.0 \times 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2.$$

这里要指出的是,在 MKSA 单位制中, k 是一个有量纲的比例常量,不难推得 k 的量纲为

$$[k] = \frac{[F][r^2]}{[q_1][q_2]} = L^3 M T^{-4} I^{-2}.$$

相应的 ϵ_0 的量纲为

$$[\epsilon_0] = L^{-3} M^{-1} T^4 I^2.$$

其中 L 代表长度, M 代表质量, T 代表时间, I 代表电流.

我们从库仑扭秤实验中总结出库仑定律,并定义了电量单位.但必须指出,(1.1.1)式给

出的库仑定律仅对两个点电荷成立. 当空间有两个以上的点电荷时, 就必须补充另一实验事实——作用于每一点电荷的总静电力等于其他点电荷单独存在时作用于该点电荷的静电力的矢量和. 这称为叠加原理. 叠加原理不仅可直接用实验来证明, 而且还被大量的间接实验所证实. 所谓用间接实验来证实某一说法, 是指由这一说法推出的各种结论与实验事实相符. 这是物理学中的一个重要方法. 今后说到一个物理规律可由实验证实时, 可能是指直接实验, 也可能是指间接实验.

根据库仑定律和叠加原理, 原则上可解决静电学中的全部问题. 例如, 库仑定律和叠加原理相配合, 就可求算两个任意带电体 Q_1 和 Q_2 (带电量分别为 q_1, q_2) 间的静电力 (图 1.1.6). 此时, 把两个带电体分成许多电荷元, 使每个电荷元满足点电荷的条件, 则带电体 Q_2 的电荷元 dq_2 受到带电体 Q_1 的电荷元 dq_1 的作用力 dF_{12} . 根据库仑定律有

$$dF_{12} = k \frac{dq_1 dq_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}, \quad (1.1.3)$$

其中 $\hat{r}_{12}$ 为电荷元 dq_1 到 dq_2 方向的单位矢量. 带电体 Q_2 受到带电体 Q_1 的作用力为

$$F_{12} = \iint_{q_1 q_2} k \frac{dq_1 dq_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}. \quad (1.1.4)$$

这里要强调指出的是, (1.1.4) 式的积分是矢量积分. 其次, 库仑所作的所有测定, 实际上都是在空气中进行的. 但是严格地讲, 库仑定律仅当电荷处于真空中才成立. 后来许多人用精密的实验证实了库仑定律中作用力与距离平方成反比的关系. 麦克斯韦曾证明: 力随距离而消灭的幂次与 2 的偏差不会大于 $\frac{1}{21600}$. 1936 年, 普林顿和劳顿曾用放大器和电流计证明了力随距离而消灭的幂次与 2 的偏差不会大于 10^{-9} . 1971 年, 威廉斯等人的实验结果表明: 库仑定律中的指数与 2 的偏差不超过 $(2.7 \pm 3.1) \times 10^{-16}$. 因此, 通常假定这个指数恰是 2.

再次, 所有上述验证库仑定律电荷间距离都在厘米到米范围内, 因此有必要追问, 在其他尺度范围内库仑定律是否成立? 让我们先考虑原子范围内的情形. 在原子尺度内, 电子的行为遵循量子力学规律, 但决定电子行为的力主要是静电力. 1947 年, 兰姆等人对氢原子能级的相对位置作了非常仔细的测量, 所得结果表明, 氢原子内电子与核间的静电力遵循库仑定律, 指数与 2 的偏差的数量级为十亿分之一. 也就是说, 当距离为 10^{-10}m 时, 库仑定律依然很好地成立; 核物理测量表明, 当距离为 10^{-15}m 时, 库仑定律仍然近似成立; 但是, 高能粒子散射实验表明, 当距离小于 10^{-16}m 时, 库仑定律不再成立. 此时力比预计的小 10 倍. 还有, 对非常大的距离, 如由地理上的距离到天文上的距离这个范围, 尚未对库仑定律做过实验验证. 从直接观测知道, 无线电短波与可见光以同样的速度在真空中传播, 其实验精度至少可达百万分之一. 由电磁场量子理论可以证明, 至少在几千米范围内库仑定律是足够准确的. 总之, 我们有理由相信, 库仑定律在 10^{-15}m 至若干千米范围内都是可靠的.

另外, 库仑定律仅当点电荷处于真空中才正确成立. 当点电荷处于媒质中时, 电荷和媒质中电子及原子核所带的电荷也有相互作用, 这种相互作用将使电荷之间的相互作用较 (1.1.1) 式所确定的作用复杂得多.

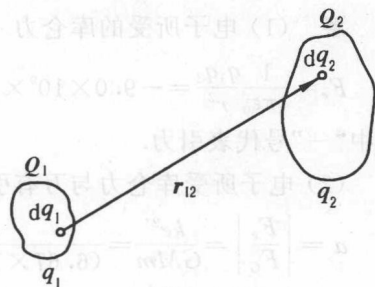


图 1.1.6

[例题] 氢原子由一个质子(即氢原子核)和一个电子组成. 根据经典模型, 在正常状态下, 电子绕核作圆周运动, 轨道半径是 $5.29 \times 10^{-11} \text{m}$. 已知质子质量 $M = 1.67 \times 10^{-27} \text{kg}$, 电子质量 $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{kg}$, 电荷分别为 $\pm e = \pm 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$. 万有引力常数 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.

(1) 求电子所受的库仑力;

(2) 库仑力是万有引力的多少倍?

解 (1) 电子所受的库仑力

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = -9.0 \times 10^9 \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.29 \times 10^{-11})^2} \text{N} = -8.23 \times 10^{-8} \text{N}.$$

其中“-”号代表引力.

(2) 电子所受库仑力与万有引力之比为

$$\alpha = \left| \frac{F_e}{F_G} \right| = \frac{ke^2}{GMm} = \frac{(9 \times 10^9) \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{(6.67 \times 10^{-11}) \times 1.67 \times 10^{-27} \times 9.1 \times 10^{-31}} \\ = 2.27 \times 10^{39} \gg 1.$$

由此可见, 在氢原子(或其他一切原子)中静电引力远比万有引力大. 因此在考虑原子内部结构时, 可不必考虑万有引力.

§ 1.2 电场 电场强度 电势

1.2.1 电场

库仑定律仅说明了电荷间相互作用力的大小与方向, 并没有说明电荷通过怎样的机制施力于另一电荷. 围绕这个问题, 历史上曾有过长期的争论. 近代电磁理论与相对论的诞生, 为这个问题的解决找到了明确的答案: 电荷在其周围要激发电磁场. 电磁场是一种特殊的物质, 它会施力于其他电荷. 具体地讲, 如果空间存在两个电荷, 电荷 1 在其周围空间激发一个电磁场, 电荷 2 也在其周围激发一个电磁场, 电荷 2 所受的力是由电荷 1 产生的场施与的; 电荷 1 所受的力则是电荷 2 所产生的场施与的. 简言之, 电荷是通过电磁场发生相互作用的. 本章研究的静电场则是普遍电磁场的一个特例, 它是相对于观测者为静止的电荷激发的静电场.

1.2.2 电场强度

电场的一个重要性质是它对放入电场的电荷施加作用力, 我们就以这个性质来定量描述电场. 我们可利用试验电荷来作测定. 试验电荷必须满足以下两个条件: ① 它的线度必须小到被看做点电荷, 以便观察确定电场中每点的性质; ② 它的电量要足够小, 以致不因它的置入而引起场源电荷的重新分布, 否则, 测出来的将是重新分布后的电荷所激发的电场.

把带电量 q_0 的试验电荷置于不均匀场中不同点时, 我们发现它所受的静电力的大小和方向是逐渐变化的. 若把它放在场中某一场点时, 它所受的静电力大小和方向是一定的. 如果改变 q_0 的数值, 则它所受的力方向不变, 但大小改变. q_0 取不同值时, 所受力 F 的量值与相应 q_0 的比值 $\frac{F}{q_0}$ 对每一确定的场点来说是个定值. 这表明, 该比值 $\frac{F}{q_0}$ 和 F 的方向仅与该场

点的性质有关,而与试验电荷 q_0 的大小无关. 我们把 $\frac{\mathbf{F}}{q_0}$ 作为描述静电场中考察场点客观性质的一个物理量,称之为电场强度. 它是一个矢量,用 $\mathbf{E}$ 表示,即

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r})}{q_0}. \quad (1.2.1)$$

如果在上式中令 q_0 等于一个单位正电荷,则 $\mathbf{E} = \mathbf{F}$. 由此可见,电场中某点的电场强度在数值上等于放在该点的单位正电荷所受的力,场强的方向与力的方向一致. 但必须指出,即便如此, $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{F}$ 仍有物理本质的差别: $\mathbf{E}$ 仅与静电场本身有关,而与试验电荷的正负、电量的多少及存在与否无关;而 $\mathbf{F}$ 则是静电场与放在该点的单位正电荷共同作用的结果.

在 MKSA 单位制中,电场强度的单位是牛/库. 它的量纲是

$$[E] = \frac{[F]}{[q_0]} = \frac{MLT^{-2}}{M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}} = M^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}T^{-1}.$$

[例题 1] 求静止点电荷 Q 所产生的电场中各点的电场强度.

解 如例题附图所示,点电荷 Q 所在处设为原点 O ,另取一任意点 P (称为场点), $OP = r$. 设想把一正试探点电荷 q_0 放在 P 点. 由库仑定律知, q_0 所受的力为

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r^2} \hat{\mathbf{r}}.$$

式中 $\hat{\mathbf{r}}$ 是沿 OP 方向的单位矢量. 根据电场强度的定义(1.2.1)式, P 点的电场强度为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}. \quad (*)$$

所得结果对源电荷 Q 是正是负都适用. 若 $Q > 0$, $\mathbf{E}$ 沿 $\mathbf{r}$ 方向;若 $Q < 0$,则 $\mathbf{E}$ 沿 $-\mathbf{r}$ 方向.

由(*)式可知,点电荷 Q 产生的静电场在空间的分布有三个特点:① $\mathbf{E}$ 的方向处处沿源电荷 Q 为中心的矢径方向($Q > 0$),或其反方向($Q < 0$);② $\mathbf{E}$ 的大小仅与场点离源点的距离 r 有关,具有球对称性,即以 Q 为中心,每个球面上的场强的大小相等;③ $\mathbf{E}$ 与 r^2 成反比,当 $r \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{E} \rightarrow 0$.

设有一系列的点电荷 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ 分布于真空中, $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ 到空间中某点 P 的矢径分别为 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \dots, \mathbf{r}_n$,求 P 点的电场强度. 为此,可在 P 点放一个试验电荷 q_0 ,根据力的叠加原理可知, q_0 所受的力等于各点电荷单独对 q_0 所施作用力的矢量叠加,即

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 Q_1}{r_1^2} \hat{\mathbf{r}}_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 Q_2}{r_2^2} \hat{\mathbf{r}}_2 + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 Q_n}{r_n^2} \hat{\mathbf{r}}_n,$$

故 P 点的电场强度为

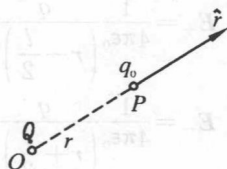
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r_1^2} \hat{\mathbf{r}}_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r_2^2} \hat{\mathbf{r}}_2 + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_n}{r_n^2} \hat{\mathbf{r}}_n.$$

上式右边各项分别为 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ 等点电荷单独在 P 点产生的电场强度 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \dots, \mathbf{E}_n$,所以,可把上式写成

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \dots + \mathbf{E}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i \quad (1.2.2),$$

其中 $\mathbf{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$ 为第 i 个点电荷在 P 点单独产生的电场强度.

这个结果表明,空间任意点的电场强度等于各个电荷单独激发的场强的矢量和. 这个规



例题 1 图

律称为电场强度叠加原理.它是力的叠加原理的必然结果.

实验证明,电场强度叠加原理不仅对点电荷系的场成立,而且对任意带电系所建立的电场也成立.

[例题 2] 设有一对等量异号的点电荷 $\pm q$, 其间距为 l , 如仅研究离这两个点电荷很远处的电场, 则通常称这一对点电荷为电偶极子. 从负电荷到正电荷的矢径 l 称为电偶极子臂, 电荷 q 与 l 的乘积 $ql = p$ 称为电偶极矩(简称电矩). 试求两点电荷延长线上的一点 P 和中垂面上一点 P' 的电场强度. 设 P 和 P' 到两点电荷连线中点 O 的距离都是 r , 且 $r \gg l$.

解 为计算方便起见, 先建立坐标, 选 O 点为坐标原点, x 轴与 $\pm q$ 连线平行, 方向向右; y 轴沿它们的中垂线, 方向向上(见例题附图).

(1) P 点的场强 E_P .

由于 P 到 $\pm q$ 的距离分别为 $r \mp \frac{l}{2}$, 故 $\pm q$ 在 P 点产生的场强分别为

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} e_x,$$

$$E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} (-e_x).$$

式中 e_x 为 x 方向的单位矢量.

因此, P 点的总场强为

$$E_P = E_+ + E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] e_x,$$

方向向右. 考虑到 $r \gg l$, 则

$$\begin{aligned} \frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} &= \frac{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2 - \left(r - \frac{l}{2}\right)^2}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2 \left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \\ &= \frac{2lr}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2} \approx \frac{2l}{r^3}, \end{aligned}$$

故

$$E_P \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2ql}{r^3} e_x = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2p}{r^3}.$$

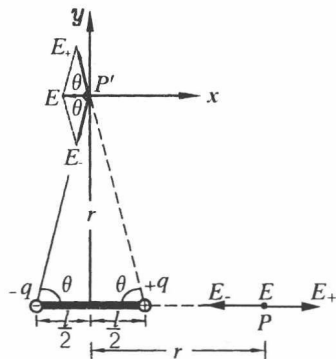
(2) P' 点的场强.

此时, P' 到 $\pm q$ 的距离均为 $\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}$, 因此, $\pm q$ 在 P' 点产生的场强大小相等, 即

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \frac{l^2}{4}}.$$

由对称性可知, E_+ 、 E_- 的 x 分量大小相等, 方向相同, 沿 x 轴的负方向; y 分量大小相等, 方向相反, 从而

$$E_{P'} = E_+ + E_- = 2E_+ \cos\theta (-e_x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \frac{l^2}{4}} \frac{l}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}} (-e_x) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$



例题 2 图

上式表明, E_P 沿 x 轴负方向, 即与电偶极矩 p 反向. 同样考虑到 $r \gg l$ 的条件, 有

$$\frac{1}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} \approx \frac{1}{r^3},$$

所以

$$E_P \approx -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}.$$

结果表明: ① 电偶极子的场强与距离 r 的三次方成反比, 它比点电荷的场强随 r 的消减速度快得多; ② 电偶极子的场强只与电偶极矩 p 有关, 即只和 q 与 l 的乘积有关, 不单独依赖 q .

顺便指出, 电偶极子的实例是很多的. 例如, 在第二章中我们将看到, 在外电场作用下, 电介质的原子或分子内的正、负电荷将产生微小的相对位移, 形成电偶极子; 又如, 在第七章中我们也将看到发射天线里电子作周期性运动, 使得天线两端交替带正负电荷, 形成振荡电偶极子.

利用电场强度的叠加原理, 原则上可以计算任意带电体所产生的场强. 为此, 我们把带电体携带的电荷看成许多极小电荷元 dq 的组合, 每一电荷元 dq 在距离为 r 的场点 P 所产生的场强为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^3} \mathbf{r},$$

其中 $\mathbf{r}$ 是由电荷元所在处指向场点 P 的矢径 (图 1.2.1). 于是, 整个带电体在场点 P 所产生的场强为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^3} \mathbf{r}. \quad (1.2.3)$$



图 1.2.1

过去, 我们曾引入点电荷这个辅助概念, 它是实际带电体在特殊条件下的抽象, 即当带电体的线度比起所考虑的距离小很多时, 带电体才可当作点电荷处理. 严格地讲, 点电荷在客观现实中是不存在的. 实际上, 带电体都有一定的大小及形状, 而电荷分布于整个体积中, 这样分布的电荷称为体电荷. 一般说来, 电荷分布是不均匀的, 为了表征某一点附近电荷的分布, 可引入体电荷密度的概念. 考虑一个体积为 V 的带电体上的电荷分布, 在体积为 V 中的任意一点 O 的附近取一个体积元 ΔV (图 1.2.2), 其中所含的电量为 Δq , 则比值

$$\bar{\rho} = \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

定义为在 O 点的平均体电荷密度.

如果 ΔV 取得足够小, 则其中所含的电量 Δq 也一定很小. 但

$\frac{\Delta q}{\Delta V}$ 却有一定的极限值. 当 $\Delta V \rightarrow 0$ 时, 平均体电荷密度 $\bar{\rho}$ 就趋近于

O 点的体电荷密度 ρ , 即

$$\bar{\rho} = \rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}.$$



图 1.2.2

现在我们稍微详尽地阐明一下 $\Delta V \rightarrow 0$ 的物理意义. 这里必须区别数学上的无穷小和物理上的无穷小. 数学上的 ΔV 可以无限地趋于零, 但在物理上一方面 ΔV 必须是宏观上足够小, 使得在某一点的体电荷密度具有确切的意义; 另一方面 ΔV 必须微观足够大, 使其中含

有足够数量的电荷,这样才能使体电荷密度的讨论具有实际意义. 如果 ΔV 真正趋于 0, 其中将不会含有任何电荷, 此时讨论体电荷密度就毫无意义.

有时我们会遇到电荷分布在表面上的情形. 例如, 当导体带电达到稳态时, 电荷只分布在导体外表面上. 当然, 严格地说, 电荷是实物, 它总占有一定的体积. 因此, 总是体电荷分布, 不能集中在无限薄的面上. 但当电荷分布在薄层中且薄层的厚度比考虑的距离小很多时, 则近似地看作面电荷分布. 此时, 我们可引入面电荷密度这个概念来表征电荷在面上某点附近的分布情形.

用 σ 表示面电荷密度, ΔS 表示在面上某点附近的面积元, Δq 为 ΔS 所含的电荷元, 则 σ 定义为

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}.$$

如果电荷分布在截面积积极小的细长的棒上, 则可定义线电荷密度为

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl},$$

式中 Δl 是棒上某点附近的线段元, Δq 为 Δl 内所含的电荷元.

[例题 3] 求均匀带电棒中垂面上的场强分布. 设棒长为 $2l$, 带电总量为 q .

解 选细棒中点 O 为坐标原点, 沿棒向为 x 轴, 方向向右, y 轴正方向为垂直棒向上. 鉴于细棒具轴对称性, 即在包含 y 轴的每一平面内情况都相同, 我们就选例题附图中的纸面为代表. 细棒的中垂面与纸面的交线为中垂线 OP .

以 y 轴为对称轴, 整个带电细棒可分割成许多成对的线电荷元, 其中每对线电荷元 λdx 、 $\lambda dx'$ (λ 为线电荷密度, dx' 在图中未画出) 在中垂线上任一点 P 所产生的场强 dE 与 dE' 也对中垂线对称, 即 x 分量互相抵消. 合矢量 $dE + dE'$ 沿 y 轴正方向 (若 $q < 0$, 则逆 y 轴正方向), 其大小为 $2dE \cos \theta$.

这里

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2 + x^2}, \quad \cos \theta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}}.$$

式中 $r = \overline{OP}$.

因此 P 点的场强为

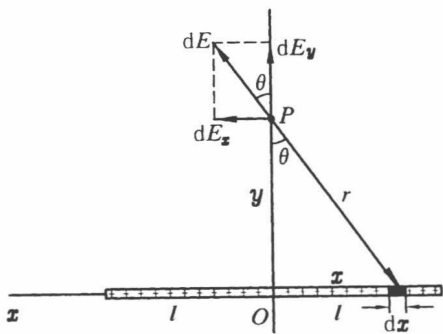
$$E = \int_0^l 2dE \cos \theta e_y = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) 2\lambda \int_0^l \frac{r dx}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} e_y = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2\lambda}{r} \frac{2l}{\sqrt{r^2 + l^2}} e_y,$$

其中 e_y 为 y 轴的单位矢量.

我们来考虑一特例: 若细棒为无限长, 则任何垂直于它的平面都可看成是中垂面, 故无限长细棒周围任意处的电场都与棒垂直. 此时, $l \rightarrow \infty$, 所以

$$E = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2\lambda}{r} e_y.$$

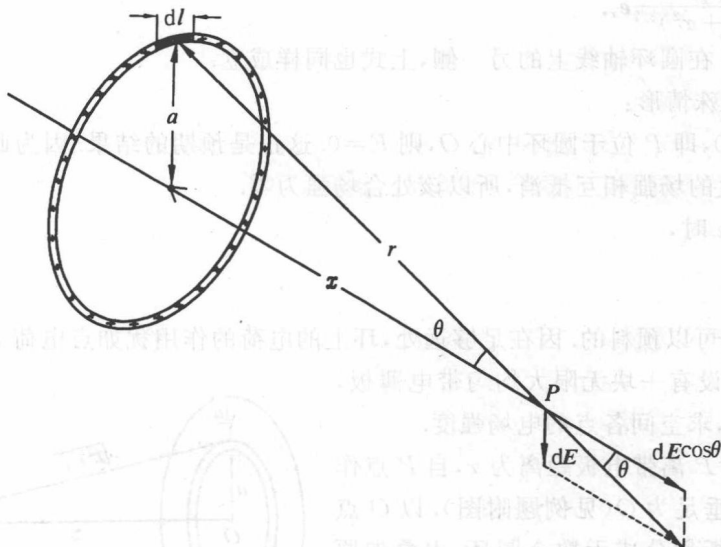
结果表明, 场强 E 与 r 成反比. 以上结果对于有限长带电细棒来说, 在靠近其中部附近



例题 3 图

的区域($r \ll l$)也近似成立.

[例题4] 如例题附图所示,电荷 q 均匀分布在半径为 a 的圆环上.试计算圆环轴线上离环中心为 x 远处的 P 点的场强 E .



例题4图

解 注意到圆环的轴线对均匀带电圆环而言是一个旋转对称轴,故可将圆环分成许多线电荷元,使线元的长度远小于 x ,因而可看作是点电荷.利用(1.2.3)式,可算出各线电荷元在 P 点激发的场强,然后再用叠加原理求出整个均匀带电圆环在 P 点激发的合场强.

在环顶取线元 dl ,其所带电量 $dq = \lambda dl$.因 $\lambda = \frac{q}{2\pi a}$,故线元 dl 上的电荷元在 P 点产生的场强为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{2\pi a} \right) \frac{dl}{r^3} \mathbf{r}.$$

其中 $\mathbf{r}$ 为线元 dl 指向 P 点的矢径.在与 dl 对称的环底取等长的线元 dl' (图中未画出),其上电荷元在 P 点的场强

$$dE' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{2\pi a} \right) \frac{dl}{r'^3} \mathbf{r}'.$$

这里, $dl' = dl, r' = r$.因此不难看出, dE' 与 dE 的合矢量必沿环的轴线.而均匀带电圆环可以看成许多如此成对线电荷元的组合,所以 P 点的合场强 E 必沿着环的轴线.这就是说, dE 的有效分量为

$$dE_x = dE \cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{2\pi a} \right) \frac{dl}{r^3} r \cos\theta.$$

其中 $\cos\theta = \frac{x}{r}, r = \sqrt{a^2 + x^2}$.因此

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{2\pi a} \right) \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} dl,$$

于是 P 点的场强 E 的大小为