

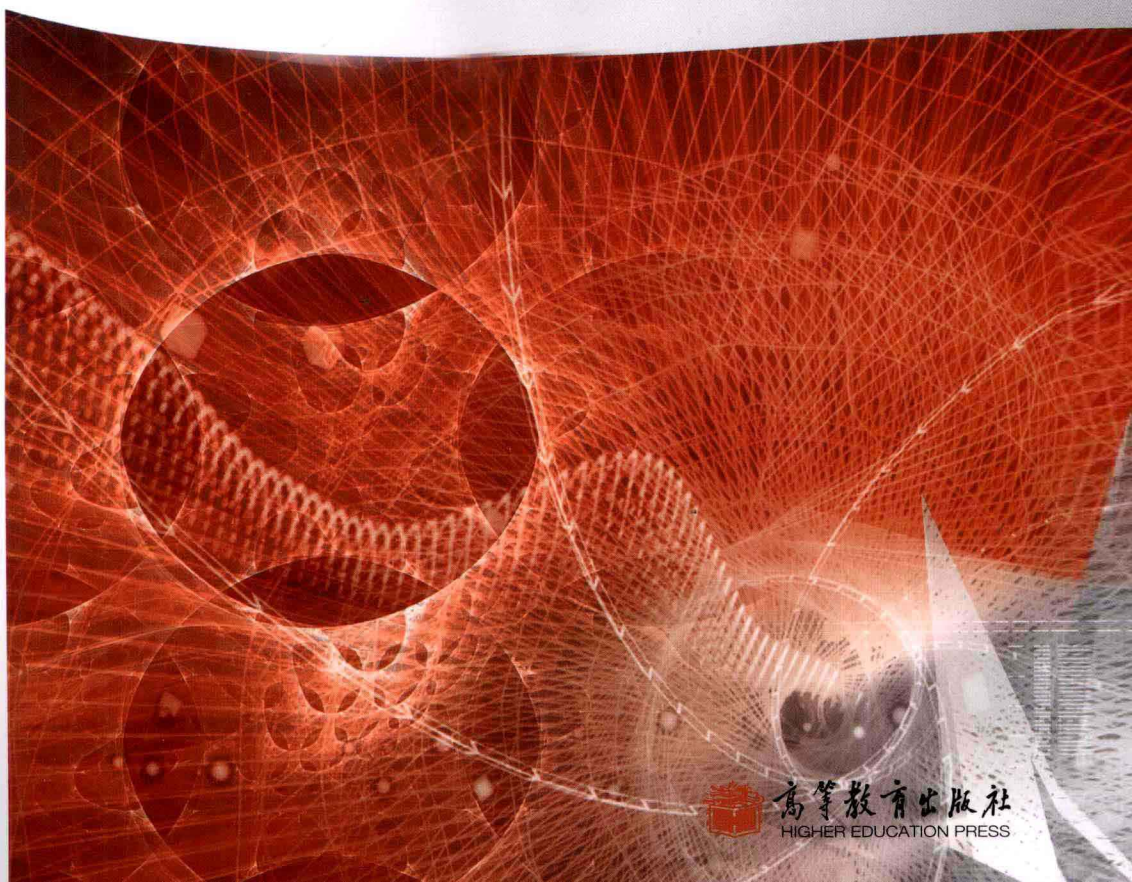
国 家 级 教 学 成 果 奖 配 套 教 材

数 据 结 构

Data Structures

陈 越 主 编

何钦铭 徐镜春 魏宝刚 杨 彬 编著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

国家级教学成果奖配套教

数 据 结 构

Shuju Jiegou

陈 越 主编

何钦铭 徐镜春 魏宝刚 杨 彬 编著



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书的主要任务是介绍并探讨有关数据组织、算法设计、时间和空间效率的概念和通用分析方法,帮助读者理解数据的组织方法和现实世界问题在计算机内部的表示方法,针对问题的具体应用背景进行分析,进而选择合适的数据结构,从而培养高级程序设计技能。

本书第1章介绍了数据结构与算法的基本概念;第2章基本上是对C语言关键内容的复习,为后续章节理解数据结构的实现作准备;第3章至第7章分别介绍了线性表、树、散列表、图、排序算法等经典数据结构与算法;最后在第8章通过对两个实际生活中提炼出的问题的解答,帮助读者更深刻体会数据结构的应用。

本书可作为高等学校计算机类专业的专业基础课“数据结构”的教材。

图书在版编目(CIP)数据

数据结构 / 陈越主编;何钦铭等编著. --北京:
高等教育出版社,2012.4

ISBN 978 - 7 - 04 - 035378 - 5

I. ①数… II. ①陈…②何… III. ①数据结构 - 高等学校 - 教材 IV. ①TP311.12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 055614 号

策划编辑 张 龙
插图绘制 尹 莉

责任编辑 张海波
责任校对 刁丽丽

封面设计 杨立新
责任印制 朱学忠

版式设计 马敬茹

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 保定市中画美凯印刷有限公司
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 19
字 数 430 千字
购书热线 010 - 58581118

咨询电话 400 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2012 年 4 月第 1 版
印 次 2012 年 4 月第 1 次印刷
定 价 28.30 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 35378 - 00

前 言

“数据结构”是计算机类专业的重要专业基础课。它所讨论的知识内容和提倡的技术方法,无论对进一步学习计算机相关领域的其他课程,还是对从事大型信息工程的开发,都有着枢纽的作用。

解决问题往往有多种方法,且不同方法之间的效率可能相差甚远。解决问题方法的效率,与数据的组织方式有关,与空间的利用效率有关,也与方法的巧妙程度有关。本书的主要任务是介绍并探讨有关数据组织、算法设计、时间和空间效率的概念和通用分析方法,帮助读者理解数据的组织方法和现实世界问题在计算机内部的表示方法,针对问题的具体应用背景进行分析,进而选择合适的数据结构,从而培养高级程序设计技能。

本书的特点是从实际应用问题出发,导出各种经典数据结构的定义、实现(存储)方法以及操作实现,并以更丰富的综合应用案例帮助读者增强对理论的感性认识,从而明白这些数据结构为什么存在以及在什么情况下可以最好地解决什么样的问题。

数据结构的思想和原理是不依赖于编程语言的,但对于每一个抽象概念的具体实现和应用则需要一种编程语言作为载体。本书根据国内多数学校计算机专业教学的实际情况,选择了C语言作为具体实现的语言,并提供了大量可以直接编译运行的源代码。这不仅使得学生在学习时容易起步,可以在现有源代码的基础上不断修改扩充,从而解决更为复杂的问题,而且也为IT专业人士提供了方便的经典代码库。

本书第1章介绍了数据结构与算法的基本概念和两者的关联,重点介绍了抽象数据类型和算法复杂度的概念;第2章基本上是对C语言关键内容的复习,为后续章节理解数据结构的实现作准备;第3章介绍了线性表以及最基本的两种应用——堆栈和队列;第4章讨论一种重要的非线性结构——树,重点介绍了二叉树和搜索树,并将查找、哈夫曼树和集合表示等作为树形结构的应用进行了讨论;第5章通过对从海量信息中高效查找关键字问题的再思考,引出对散列表和经典哈希映射技术的讨论;第6章介绍图的各种表示方法和相关算法;第7章讨论了各种经典的排序算法;最后在第8章通过对两个实际生活中提炼出的问题的求解,帮助读者更深刻体会数据结构的应用。希望读者能通过本书的学习提高实践能力,使数据结构与算法成为用计算机解决实际问题的有效工具。

本书还提供了以下丰富的学习资源:

(1) 本书全部源代码及配套电子课件可以通过中国高校计算机课程网(<http://computer.cncourse.com>)下载。

(2) 为采用本书作为教材的任课教师提供可以安装在校园网内的“数据结构上机练习测试

系统”。该测试系统附赠习题库,允许管理员(Admin)自己增删题目,并且提供选择题题库管理、考试等功能,为任课教师统一组织学生进行上机练习和考试提供了方便的工具。任课教师可以通过邮箱 jsj@pub.hep.cn 与高等教育出版社联系,免费获取。

(3) 读者可以直接登录浙江大学提供的在线系统 PAT (Programming Ability Test, 网址为 <http://pat.zju.edu.cn/ds/>)。PAT 提供了本书全部练习题的在线评判功能,同时可以接受任课教师的申请,提供在线练习、考试等功能,并提供相应的统计功能。

(4) 与本书配套的《数据结构学习与实验指导》包含了实验指导、习题指导等丰富内容,同时以光盘的形式提供测试系统的单机版,内含大量的练习题。读者可以使用测试系统随时检测自己的学习效果与编程能力。

本书由浙江大学计算机科学与技术学院教师编写,由陈越教授组织并统稿。其中,第1、8章由陈越教授编写,第2、3章由何钦铭教授编写,第4章由魏宝刚教授编写,第5、6章由徐镜春副教授编写,第7章由杨彬副教授编写。书中不当之处在所难免,敬请广大读者批评指正。

编著者

2012年3月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第 1 章 概论	1	3.2.1 线性表的定义	52
1.1 引子	1	3.2.2 线性表的顺序存储实现	53
1.2 数据结构	6	3.2.3 线性表的链式存储实现	56
1.2.1 定义	6	3.2.4 广义表与多重链表	61
1.2.2 抽象数据类型	7	3.3 堆栈	65
1.3 算法	8	3.3.1 堆栈的定义	65
1.3.1 定义	8	3.3.2 堆栈的实现	68
1.3.2 算法复杂度	9	3.3.3 堆栈应用:表达式求值	72
1.3.3 渐近表示法	10	3.4 队列	75
1.4 应用实例:最大子列和问题	14	3.4.1 队列的定义	75
本章小结	19	3.4.2 队列的实现	76
习题	20	3.5 应用实例	80
第 2 章 数据结构实现基础	21	3.5.1 多项式加法运算	80
2.1 引子	21	*3.5.2 迷宫问题	82
2.2 数据存储基础	24	本章小结	87
2.2.1 数组	24	习题	87
2.2.2 指针	25	第 4 章 树	89
2.2.3 结构	27	4.1 引子	89
2.2.4 链表	29	4.1.1 问题的提出	89
2.2.5 类型定义 typedef	33	4.1.2 查找	90
2.3 流程控制基础	34	4.2 树的定义、表示和术语	95
2.3.1 分支控制	34	4.3 二叉树	97
2.3.2 循环控制	36	4.3.1 二叉树的定义及其逻辑 表示	97
2.3.3 函数与递归	38	4.3.2 二叉树的性质	98
本章小结	47	4.3.3 二叉树的存储结构	99
习题	47	4.3.4 二叉树的操作	101
第 3 章 线性结构	49	4.4 二叉搜索树	117
3.1 引子	49	4.4.1 二叉搜索树的定义	117
3.2 线性表的定义与实现	52		

4.4.2 二叉搜索树的动态查找	117	6.4 图的遍历	205
4.4.3 二叉搜索树的插入	120	6.4.1 迷宫探索	205
4.4.4 二叉搜索树的删除	121	6.4.2 深度优先搜索	209
4.5 平衡二叉树	125	6.4.3 广度优先搜索	211
4.5.1 平衡二叉树的定义	126	6.5 最小生成树	213
4.5.2 平衡二叉树的调整	127	6.5.1 生成树的构建与最小生成树的概念	214
4.6 树的应用	133	6.5.2 构造最小生成树的 Prim 算法	216
4.6.1 堆及其操作	133	6.5.3 构造最小生成树的 Kruskal 算法	221
4.6.2 哈夫曼树	142	6.6 最短路径	225
4.6.3 集合及其运算	150	6.6.1 单源最短路径	226
本章小结	153	6.6.2 每一对顶点之间的最短路径	230
习题	154	6.7 拓扑排序	234
第5章 散列查找	156	6.8 关键路径计算	238
5.1 引子	156	6.9 应用实例	241
5.2 基本概念	160	6.9.1 六度空间理论	241
5.3 散列函数的构造方法	162	6.9.2 六度空间理论的验证	243
5.3.1 数字关键字的散列函数构造	163	本章小结	245
5.3.2 字符串关键字的散列函数构造	165	习题	247
5.4 处理冲突的方法	167	第7章 排序	251
5.4.1 开放定址法	167	7.1 引子	251
5.4.2 分离链接法	174	7.2 选择排序	252
5.5 散列表的性能分析	180	7.2.1 简单选择排序	252
5.6 应用实例	182	7.2.2 堆排序	253
本章小结	187	7.3 插入排序	256
习题	188	7.3.1 简单插入排序	256
第6章 图	190	7.3.2 希尔排序	257
6.1 引子	190	7.4 交换排序	259
6.2 图的基本概念	191	7.4.1 冒泡排序	259
6.2.1 图的定义和术语	191	7.4.2 快速排序	260
6.2.2 图的抽象数据类型	197	7.5 归并排序	263
6.3 图的存储结构	198	7.6 基数排序	266
6.3.1 邻接矩阵	199		
6.3.2 邻接表	202		

7.6.1 桶排序	266	8.1.1 单队列多窗口服务	276
7.6.2 基数排序	267	8.1.2 单队列多窗口 + VIP	
7.6.3 单关键字的基数分解	267	服务	282
*7.7 外部排序	270	8.2 畅通工程问题	287
7.8 排序的比较和应用	271	8.2.1 建设道路数量问题	287
7.8.1 排序算法的比较	271	8.2.2 最低成本建设问题	290
7.8.2 排序算法应用案例	273	本章小结	294
本章小结	274	习题	294
习题	274	参考文献	295
第 8 章 综合应用案例分析	276		
8.1 银行排队问题	276		

1.1 引子

什么是数据结构？事实上，这个问题在计算机科学界至今没有公认的、标准的定义。

如果你的好奇心足够强，不妨打开各种版本的有关“数据结构”的教材首页，会看到五花八门的描述。而在深入阅读本书之前，大多数的描述对你而言可能太过晦涩，例如，Sartaj Sahni 在其《数据结构、算法与应用》一书中称：“数据结构是数据对象，以及存在于该对象的实例和组成实例的数据元素之间的各种联系。这些联系可以通过定义相关的函数来给出。” Clifford A. Shaffer 在《数据结构与算法分析》一书中的定义是：“数据结构是 ADT (Abstract Data Type, 抽象数据类型) 的物理实现。”互联网上的中文维基百科写道：“数据结构 (Data Structure) 是计算机中存储、组织数据的方式。通常情况下，精心选择的数据结构可以带来最优效率的算法。”

作为初学者，让我们暂且把那些由专业术语组成的各种定义抛开，先尝试解决下面几个简单的问题。在解决问题的过程中，或许可以得到对于数据结构的理解。

例 1.1 书店往往是书的海洋，图 1.1 显示了著名的圣保罗 Livraria da Vila 书店一角。如果你是书店的主人，该如何摆放书店里的书，才能让读者很方便地找到这本《数据结构》？

分析 解决的办法有很多，下面只列举其中最简单的 3 种。



图 1.1 圣保罗的 Livraria da Vila 书店一角

方法 1:随便放。

这种方法使得放书非常方便,任何时候有新书进来,哪里有空就把书插到哪里。但是这种方法显然会使查找非常痛苦。最不幸的是,书店里根本没有这本书,但是却需要翻遍整个书架的每一本书,才能确定地说真的找不到。

方法 2:按照书名的拼音字母顺序排放。

这种方法使得查找方便了一些。我们可以随便抽取一本书,检查书名的拼音首字母。例如书名是以 L 开头的《离散数学》,则以 S 开头的《数据结构》一定排在 L 的后面;再从它后面随便抽取一本书,例如是以 W 开头的《网络技术基础》,那么《数据结构》一定排在 W 的前面,这样,查找范围迅速缩小到 L 和 W 之间的区域内。

但是这种方法会使新书的插入成为一件棘手而痛苦的工作。如果新书是以 Z 开头的《“做中学”程序员攻略》还好,但如果新买的书是以 A 开头的《阿 Q 正传》就惨了,为了给新书腾出空间,要把多少本书向后挪动啊!

方法 3:把书架划分成几块区域,每块区域指定摆放某种类别的图书;在每种类别内,按照书名的拼音字母顺序排放。

这种方法与方法 2 相比,无论是查找还是插入,工作量都减少很多,因为类别一旦确定,要处理的书架范围就大大缩小了。但是仍然存在问题——因为不可能事先知道每种类别的图书会有多少本,所以划分区域时最好给各类别预留足够的新书空间,这可能造成空间上的浪费。

另一方面,类别分得越细,属于同一类的书就越少,在某一类内部查找或插入的工作量就越小;但是如果类别太多,要找到某一类所在的区域又会成为一件麻烦事……你还有更好的解决方案吗?

例 1.2 编写程序实现一个函数 PrintN,使得传入一个正整数参数 N 后,能顺序打印从 1 到 N 的全部正整数。

分析 只要略有编程基础的人就可以很容易实现这个函数。代码 1.1 给出了一个用 C 语言循环语句实现的版本。

```
void PrintN ( int N )
{
    /* 打印从 1 到 N 的全部正整数 */
    int i;
    for ( i = 1; i <= N; i++ )
        printf( "%d\n", i );
    return;
}
```

代码 1.1 用 C 语言循环语句实现的 PrintN 函数

另一个用 C 语言递归语句实现的版本看上去更简洁,甚至不需要临时变量的帮助,如代码 1.2 所示。

```

void PrintN ( int N )
{
    /* 打印从 1 到 N 的全部正整数 */
    if ( !N ) return;
    PrintN( N - 1 );
    printf( " %d\n", N );
    return;
}

```

代码 1.2 用 C 语言递归语句实现的 PrintN 函数

问题看上去很简单,上述两种方法似乎都可以完成任务。然而,事实真的如此吗?下面通过运行代码 1.3,来比较一下这两种实现方法。

```

#include <stdio.h>

void PrintN ( int N );

int main ( )
{
    /* 读入整数 N,并调用 PrintN 函数 */
    int N;

    scanf( " %d", &N );
    PrintN( N );
    return 0;
}

```

代码 1.3 函数 PrintN 的测试程序

把代码 1.1 和代码 1.2 分别(不是同时)添加到代码 1.3 的尾部,并编译、运行。测试输入 N 为 100、1 000、10 000、100 000 的情况,如果还不能发现问题,那么继续测试更大的 N……终于,我们将发现,对于充分大的 N,代码 1.2 中的递归函数拒绝工作了!而此时代码 1.1 仍然正常运行。请思考其原因可能是什么。

例 1.3 多项式的标准表达式可以写为 $f(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ 。现给定一个多项式的阶数 n ,并将全体系数 $\{a_i\}_{i=0}^n$ 存放在数组 $a[]$ 里。请编写程序计算这个多项式在给定点 x 处的值。

分析 最直接的办法,是根据多项式的标准表达式 $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ 通过循环累计求和来实现这个函数。代码 1.4 给出了这个直接实现的版本。

```

double f( int n, double a[], double x )

```

```

/* 计算阶数为 n,系数为 a[0],...,a[n]的多项式在 x 点的值 */
int i;
double p = a[0];
for ( i=1; i<=n; i++ )
    p += a[i] * pow(x, i);
return p;
}

```

代码 1.4 计算多项式函数值的直接算法

然而早在 800 年前,中国南宋的数学家秦九韶就提出了一种更快的算法,他通过不断提取公因式 x 来减少乘法的运算次数,把多项式改写为

$$f(x) = a_0 + x(a_1 + x(\cdots(a_{n-1} + x(a_n))\cdots)) \quad (1.1)$$

代码 1.5 给出了按照式(1.1)实现的多项式求值算法。

```

double f( int n, double a[], double x )
{
    /* 计算阶数为 n,系数为 a[0],...,a[n]的多项式在 x 点的值 */
    int i;
    double p = a[n];
    for (i=n; i>0; i-- )
        p = a[i-1] + x * p;
    return p;
}

```

代码 1.5 计算多项式函数值的秦九韶法

看上去两个版本的程序都很简单,都只有 5 行语句。问题是,秦九韶算法究竟比简单的直接算法快了多少?要回答这个问题,需要先学习 `clock()` 工具的使用。

要获得一个程序的运行时间,常用的方法是调用头文件 `time.h`,其中提供了 `clock()` 函数,可以捕捉从程序开始运行到 `clock()` 被调用时所耗费的时间。这个时间单位是 `clock tick`,即“时钟打点”,在 C/C++ 中定义的数据类型是 `clock_t`。同时还有一个常数 `CLK_TCK`,它给出了机器时钟每秒所走的时钟打点数。代码 1.6 给出了一个常用范例。

```

#include <stdio.h>
#include <time.h>
clock_t start, stop; /* clock_t 是 clock() 函数返回的变量类型 */
double duration; /* 记录被测函数运行时间,以秒为单位 */

int main ( )
{
    /* 不在测试范围内的准备工作写在 clock() 调用之前 */
}

```

```

start = clock(); /* 开始计时 */
function(); /* 把被测函数加在这里 */
stop = clock(); /* 停止计时 */
duration = ((double)(stop - start))/CLK_TCK; /* 计算运行时间 */
/* 其他不在测试范围的处理写在后面,例如输出 duration 的值 */
return 0;
}

```

代码 1.6 测试函数 function() 的运行时间

下面,通过一个具体多项式函数值的计算,来比较秦九韶算法与直接算法的效率差别。令

$f(x) = \sum_{i=0}^9 ix^i$, 计算 $f(1.1)$ 的值。代码 1.7 给出了测试函数。

```

#include <stdio.h>
#include <time.h>
#include <math.h>

clock_t start, stop; /* clock_t 是 clock() 函数返回的变量类型 */
double duration; /* 记录被测函数运行时间,以秒为单位 */
#define MAXN 10 /* 多项式最大项数,即多项式阶数+1 */
#define MAXK 1e7 /* 被测函数最大重复调用次数 */

double f( int n, double a[], double x );

int main ( )
{
    /* 测试多项式求值函数的运行时间 */
    int i;
    double a[ MAXN ]; /* 存储多项式的系数 */
    for ( i=0; i<MAXN; i++ ) a[i] = (double)i;

    /* 给  $f(x) = \sum_{i=0}^9 ix^i$  的系数 a[] 赋值 */

    start = clock(); /* 开始计时 */
    for ( i=0; i<MAXK; i++ ) /* 重复调用函数以获得充分多的时钟打点数 */
        f( MAXN-1, a, 1.1 );
    stop = clock(); /* 停止计时 */
    duration = ((double)(stop - start))/CLK_TCK/MAXK;
    /* 计算函数单次运行的时间 */
}

```

```
printf("ticks = %f\n", (double)(stop - start));  
printf("duration = %6.2e\n", duration);  
  
return 0;  
}
```

代码 1.7 测试多项式求值函数的运行时间

注意,被测函数运行一次所花费的时间有可能小于两次时钟打点的间隔,这时有可能出现 $\text{stop} - \text{start} = 0$ 的情况,导致无法测出真正的运行时间。

解决这个问题的方法是,让被测函数重复运行充分多次,使得测出的总的时钟打点间隔充分长,最后计算被测函数平均每次运行的时间即可。在代码 1.7 中,令函数运行 10^7 次,读者可以根据自己计算机的配置来选择其他 MAXK 值。

把代码 1.4 和代码 1.5 分别添加到代码 1.7 的尾部,并编译、运行。测试结果取决于计算机的配置,在不同的计算机上运行,得到的具体数据是不一样的。但可以肯定的是,秦九韶算法的计算速度明显比直接算法快了一个数量级。请思考其原因。

通过对上面 3 个例子的研究可以发现,即使解决一个非常简单的问题,往往也有多种方法,且不同方法之间的效率可能相差甚远。解决问题方法的效率,跟数据的组织方式有关(如例 1.1),跟空间的利用效率有关(如例 1.2),也跟算法的巧妙程度有关(如例 1.3)。

本章将要介绍的就是有关数据组织、算法设计、时间和空间效率的概念以及通用分析方法,是后续所有数据结构及其相关算法的基础。

1.2 数据结构

1.2.1 定义

从例 1.1 中我们发现用不同方法摆放图书,会直接影响查找、插入等工作的效率。在计算机的世界里,“图书”就是待处理的“数据对象”,“查找”、“插入”等工作就是对数据进行的“操作”,完成这些操作所用的方法就是“算法”。

“数据结构”的定义,首先应该包含数据对象在计算机中的组织方式——这类似于图书的摆放方法。另一方面,数据对象必定与一系列施加于数据对象之上的操作相关联,就如在书架上摆放图书是为了能找到想要的书,或者是插入一本新买的书。我们讨论数据对象的各种不同的组织方式,是为了得到处理这些数据对象的最高效的算法。所以在讨论“数据结构”这个概念时,关心的不仅仅是数据对象本身以及它们在计算机中的组织方式,还要关心与它们相关联的一个操作集以及实现这些操作的最高效的算法。

关于数据对象在计算机中的组织方式,其实还包含了两个概念:一是数据对象集的逻辑结构,二是数据对象集在计算机中的物理存储结构。

例如,把一本书看成一个数据对象,如果所有的书是一本挨一本摆放的,从最左边第一本书开始向右顺序编号,每本书的位置可以由它的编号唯一确定,那么这个数据对象集的逻辑结构就被称为是“线性”(Linear)的,因为数据对象都串在一条线上,并且编号跟书是“一对一”的关系。当把这些书的信息存储到计算机中时,可以设计一个结构体来记录一本书,而书的集合可以用结构体的数组来存储,也可以用结构体的链表来存储。数组或者链表就是数据对象集在计算机中的物理存储结构。

在后面的章节中,读者还会接触更多样的数据对象逻辑结构。例如在例 1.1 的解决方法 3 中,把图书先按类别编号,在同一类中再按字母序编号,那么一个类别编号就对应多本图书,编号跟书是“一对多”的关系。这种数据对象集的逻辑结构就是“树”(Tree)状的,这将在第 4 章中讨论。如果还需要统计买书人的兴趣取向,即买了某本图书的人同时还买了哪些其他的书,那么这些图书之间就构成了一个“多对多”的关系网,这种逻辑结构被称为“图”(Graph),这是第 6 章中将要介绍的内容。而如何在计算机中有效地存储“树”和“图”这样的结构,则是这两章要讨论的另一个有趣的话题。

1.2.2 抽象数据类型

顾名思义,“抽象数据类型”(Abstract Data Type)是一种对“数据类型”的描述,这种描述是“抽象”的。

首先,“数据类型”描述两方面的内容:一是数据对象集,二是与数据集合相关联的操作集。

“抽象”的意思,是指描述数据类型的方法不依赖于具体实现,即数据对象集和操作集的描述与存储数据的计算机无关、与数据存储的物理结构无关、与实现操作的算法和编程语言均无关。简而言之,抽象数据类型只描述数据对象集和相关操作集“是什么”,并不涉及“如何做”的问题。

例 1.4 “矩阵”的抽象数据类型定义。

类型名称:矩阵(Matrix)。

数据对象集:一个 $m \times n$ 的矩阵 $A_{m \times n} = (a_{ij}) (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n)$ 由 $m \times n$ 个三元组 $\langle a, i, j \rangle$ 构成,其中 a 是矩阵元素的值, i 是元素所在的行号, j 是元素所在的列号。

操作集:对于任意矩阵 $A, B, C \in \text{Matrix}$,以及整数 i, j, M, N ,仅列出几项有代表性的操作。更多关于矩阵的操作不是我们讨论的重点,故在此略去。

① Matrix Create(int M, int N):返回一个 $M \times N$ 的空矩阵。

② int GetMaxRow(Matrix A):返回矩阵 A 的总行数。

③ int GetMaxCol(Matrix A):返回矩阵 A 的总列数。

④ ElementType GetEntry(Matrix A, int i, int j):返回矩阵 A 的第 i 行、第 j 列的元素。

⑤ Matrix Add(Matrix A, Matrix B):如果 A 和 B 的行、列数一致,则返回矩阵 $C = A + B$,否

则返回错误标志。

⑥ Matrix Multiply(Matrix A, Matrix B):如果 A 的列数等于 B 的行数,则返回矩阵 $C = AB$, 否则返回错误标志。

通过例 1.4,可以这样理解“抽象”的含义:

① 当在数据对象集中描述矩阵元素的时候,刻画了它的取值和二维位置,但是这个描述并没有规定矩阵元素是整数还是浮点数,这个元素甚至可能是一个特殊的结构体!但无论是什么类型的矩阵元素,都可以用这个数据对象集来描述。相应于数据对象的抽象描述,操作④的类型描述为 ElementType,即“元素类型”,意味着当具体实现某一种矩阵的时候,这个类型可以用相应的具体类型来替换。而其他操作如加法、乘法的具体实现也可能需要随着元素类型的不同而不同——想一想,如果矩阵元素是某种特殊的结构体,怎么定义两个结构体的加法运算?这样的描述方法,忽略元素类型这种细节问题,适用于任何一种类型的矩阵。

② 对数据对象的描述不依赖于其在计算机中具体的存储方法。例如可以用二维数组存储,也可以用一维数组存储,还可以用十字交叉的链表来存储一个矩阵。抽象数据类型的描述不涉及这样的细节,但是适用于任何具体的存储方式。

③ 在描述操作的时候,只描述了这个操作是做什么的,并不涉及操作的具体实现方法。例如矩阵相加操作,是先按行加还是先按列加?抽象数据类型的描述也不涉及这样的细节,更与实现操作的编程语言没有关系。

综上所述,抽象数据类型描述的重要特征是“抽象”。抽象是计算机求解问题的基本方式和重要手段,它使得一种设计可以应用于多种场景。而且通过抽象可以屏蔽底层的细节,使设计更加简单、理解更加方便。

抽象数据类型的描述方法与面向对象的思想是一致的,它把数据对象和相关操作封装在一起,对于需要调用这个数据类型的用户而言,无论内部的具体实现如何改变,只要对外描述的接口不变,就不影响使用。

在后面的章节中,每当我们介绍一种新的数据结构时,会首先用抽象数据类型来描述这个结构,以方便读者理解。

1.3 算法

1.3.1 定义

“算法”(Algorithm)一词是由 Algorism 衍生而来,而 Algorism 源自一本波斯数学教材,原意为“算术”。算法的设计是一门艺术。解决同一个问题,一般有多种算法,但好坏算法往往有天壤之别。

一般而言,算法是一个有限指令集,它接收一些输入(有些情况下不需要输入),产生输