

浙江教育版

新课标教材课时同步讲练

九年级数学·上

【主编】崔英发



NLIC2870678461



NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS
WWW.NENUP.COM

东北师范大学出版社

北大绿卡

BEIJING UNIVERSITY

Permanent Resident Card

浙江教育版

新课标教材课时同步讲练

九年级数学·上

【主编】崔英发



NLIC2970578461



NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS
WWW.NENUP.COM

东北师范大学出版社 长春

BEIJING UNIVERSITY

Permanent Resident Card

北大绿卡

☐总 策 划：教育分社

☐责任编辑：张 帆

☐封面设计：宋 超

☐责任校对：赵淑波

☐责任印制：张允豪

☐主 编：崔英发

☐编 者：马书权 赵胜文 崔英发 张 吉 李凤芝 李 静
秦洪国 王静茹 徐恒伟 陆 平 高艺元

图书在版编目 (CIP) 数据

北大绿卡·浙江教育版·九年级数学上/崔英发主编.
长春：东北师范大学出版社，2008.3
ISBN 978 - 7 - 5602 - 5149 - 3

I. 北… II. 崔… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 011719 号

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号 (130024)
电话：0431—85695744 85688470
传真：0431—85695734

网址：<http://www.nenup.com>

电子函件：sdcbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版
吉林省吉育印业有限公司印刷

长春市经济技术开发区深圳街 935 号 (130033)

2010 年 3 月第 1 版 2010 年 3 月第 1 次印刷

幅面尺寸：210 mm×296 mm 印张：10.25 字数：195 千

定价：19.80 元

如发现印装质量问题，影响阅读，可直接与承印厂联系调换

反比例函数

第一节 反比例函数

第一课时

知能点分类训练

●知能点1 反比例函数的定义

1. 下列各式中, y 是 x 的反比例函数的式子是().

A. $y=4x$

B. $y=\frac{x}{2}$

C. $xy=4$

D. $y+6x=1$

2. 函数 $y=\frac{1}{1+x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

规律方法应用

7. 九年级的全体师生 500 人准备用 10000 只纸鹤来表达对 2008 年北京奥运会的美好祝愿, 如果每人每天折 x 只, y 天能够完成, 求 y 关于 x 的函数关系式.

开放探索创新

9. 一定质量的氧气, 它的密度 $\rho(\text{kg/m}^3)$ 是它的体积 $V(\text{m}^3)$ 的反比例函数, 当 $V=10\text{m}^3$ 时, $\rho=1.43\text{kg/m}^3$.

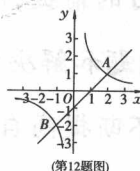
(1) 求 ρ 与 V 的函数关系式;

(2) 求当 $V=2\text{m}^3$ 时, 氧气的密度 ρ .

中考真题实战

11. (无锡) 反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图像经过点 $(-1, 2)$, 则 a 的值为_____.

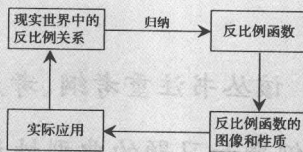
12. (株洲) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像相交于 A, B 两点. 若已知一个交点为 $A(2, 1)$, 则另一个交点 B 的坐标为().
A. $(2, -1)$ B. $(-2, -1)$
C. $(-1, -2)$ D. $(1, 2)$



(第12题图)

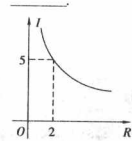
本章小结

单元体系总览

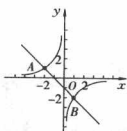


中考试题演练

1. (南平) 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(2, -3)$, 则 $k=$ _____.



(第2题图)



(第3题图)

2. (贺州) 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像的一个分支如图所示, 则另一个分支在第_____象限.

3. (新疆) 如图, 一次函数 $y_1=-x-1$ 与反比例函数 $y_2=\frac{2}{x}$ 的图像交于点 $A(-2, 1)$, $B(1, -2)$, 则使 $y_1 > y_2$ 的 x 的取值范围是_____.

围绕重点, 突破难点, 解读知识点. 总结规律, 点拨方法, 警示误区, 把握精髓, 注重能力培养. 形式新颖, 内容设置灵活, 实用高效.

通过框图或表格等多种形式串联单元诸多知识点, 构建知识网络, 让你从整体上驾驭知识.

针对各知能点精心选取典型习题, 题型新颖, 全面, 注重基础, 助你透彻理解并掌握教材.

超越基础, 体现综合, 注重应用, 全面提高.

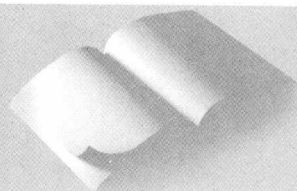
开放探索, 注重实践, 激发创新热情, 彰显新教育理念.

极限链接, 精选近年中考真题, 即时自我评价, 综合提升应试能力.

综合演练中考真题, 实现由知识到能力的飞跃.



目 录 CONTENTS



第 1 章 反比例函数/1

第一节 反比例函数/1

第一课时/1

第二课时/3

第二节 反比例函数的图像和性质/6

第一课时/6

第二课时/9

第三节 反比例函数的应用/13

→本章小结← /18

→本章综合测试← /20

第 2 章 二次函数/23

第一节 二次函数/23

第二节 二次函数的图像/26

第一课时/26

第二课时/29

第三课时/31

第三节 二次函数的性质/35

第四节 二次函数的应用/39

第一课时/39

第二课时/42

第三课时/46

→本章小结← /51

→本章综合测试← /53

期中测试/56

第 3 章 圆/59

第一节 圆/59

第一课时/59

第二课时/62

第二节 圆的轴对称性/64

第一课时/64

第二课时/66

第三节 圆心角/70

第一课时/70

第二课时/72

第四节 圆周角/75

第一课时/75

第二课时/77

第五节 弧长及扇形的面积/81

第一课时/81

第二课时/84

第六节 圆锥的侧面积和全面积/86

→本章小结← /89

→本章综合测试← /90

第 4 章 相似三角形/94

第一节 比例线段/94

第一课时/94

第二课时/96

第三课时/98

第二节 相似三角形/100

第三节 两个三角形相似的判定/102

第一课时/102

第二课时/105

第四节 相似三角形的性质及其应用/109

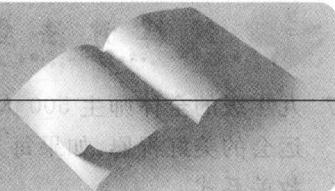
第五节 相似多边形/113

第六节 图形的位似/115

→本章小结← /118

→本章综合测试← /121

期末测试/124



第一节 反比例函数

第一课时



知能点分类训练

●知能点1 反比例函数的定义

- 下列各式中, y 是 x 的反比例函数的式子是().
A. $y=4x$ B. $y=\frac{x}{2}$ C. $xy=4$ D. $y+6x=1$
- 函数 $y=\frac{1}{1+x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.
- 下列说法中正确的是().
A. 圆面积公式 $S=\pi r^2$ 中, S 与 r 成正比例关系
B. 三角形面积公式 $S=\frac{1}{2}ah$ 中, 当 S 是常量时, a 与 h 成反比例关系
C. $y=\frac{1}{x}+1$ 中, y 与 x 成反比例关系
D. $y=\frac{x-1}{2}$ 中, y 与 x 成正比例关系
- 矩形面积是 40, 设它的一边长为 x , 则矩形的另一边长 y 与 x 的函数关系是().
A. $y=20-\frac{1}{2}x$ B. $y=40x$ C. $y=\frac{40}{x}$ D. $y=\frac{x}{40}$
- 若函数 $y=(m-1)x^{m^2-2}$ 是反比例函数, 则 m 的值等于_____.

●知能点2 生活中的反比例函数

- 用函数关系式表示下列问题中两个变量之间的关系:
(1) 一个面积为 6400 m^2 的长方形栅栏的长 $a(\text{m})$ 与宽 $b(\text{m})$ 的函数关系;
(2) 某银行为资助某社会福利厂, 向该厂提供了 20 万元的无息贷款, 该厂的平均年还款额 $y(\text{万元})$ 与还款年限 $x(\text{年})$ 的函数关系;
(3) 游泳池的容积为 5000 m^3 , 向池内注水, 注满水所需时间 $t(\text{h})$ 与注水速度 $v(\text{m}^3/\text{h})$ 的函数关系;
(4) 一个物体重 120 N , 物体对地面的压强 $p(\text{N}/\text{m}^2)$ 与该物体和地面的接触面积 $S(\text{m}^2)$ 的函数关系.

名师点津



提醒

一般地, 函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 叫做反比例函数, 其中自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ 的一切实数, y 的取值范围是 $y \neq 0$ 的一切实数. 一般形式: $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$), 也可以写成 $y=kx^{-1}$.

提醒

在识别反比例函数时必须严格按反比例函数的定义, 应注意:

- k 是常数, $k \neq 0$.
- 分母必须为只含一个字母 x , 并且 x 是指数为 1 的单项式.



提醒

反比例函数在实际生活中的应用极其广泛, 用反比例函数解决实际问题, 培养同学们的创新能力和密切联系实际的能力, 也是新课程标准的重要目标之一.



规律方法应用

7. 九年级的全体师生 500 人准备用 10000 只纸鹤来表达对 2008 年北京奥运会的美好祝愿,如果每人每天折 x 只, y 天能够完成,求 y 关于 x 的函数关系式.

8. 两个整数 x 与 y 的积为 10.

(1)求 y 关于 x 的函数关系式;(2)写出比例系数;(3)写出自变量 x 的取值范围.



开放探索创新

9. 一定质量的氧气,它的密度 $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$ 是它的体积 $V(\text{m}^3)$ 的反比例函数,当 $V=10 \text{ m}^3$ 时, $\rho=1.43 \text{ kg}/\text{m}^3$.

(1)求 ρ 与 V 的函数关系式;

(2)求当 $V=2 \text{ m}^3$ 时,氧气的密度 ρ .

10. 某工厂生产化肥的总任务一定时,每天生产化肥 $y(\text{t})$ 和生产天数 $x(\text{天})$ 之间成反比例关系,如果每天生产化肥 125 t,那么完成总任务需要 7 天.

(1)求 y 关于 x 的函数关系式,并指出比例系数;

(2)若要 5 天完成总任务,那么每天需要生产化肥多少吨?



中考真题实战

11. (无锡)反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图像经过点 $(-1,2)$,则 a 的值为 -2.

12. (株洲)如图,一次函数 $y=x+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像相交于 A, B 两点,若已知一个交点为

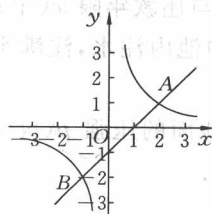
$A(2,1)$,则另一个交点 B 的坐标为(C).

A. $(2,-1)$

B. $(-2,-1)$

C. $(-1,-2)$

D. $(1,2)$



(第 12 题图)



提醒

注意自变量 x 的实际意义, $x \neq 0$.

提醒

注意 x 与 y 为整数的条件,理解整除的含义.



提醒

本题与物理学中的知识有关,须借助物理知识,建立数学模型,从而使问题获解.

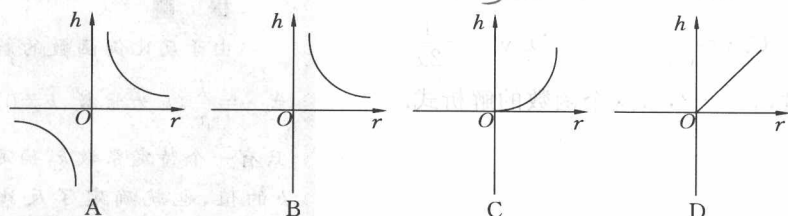
提醒

本题应先从“如果每天生产化肥 125 t,那么完成总任务需要 7 天”中得出总工作量为 $125 \times 7 = 875(\text{t})$.

成长记录



13. (佛山)若 r 为圆柱底面的半径, h 为圆柱的高. 当圆柱的侧面积一定时, 则 h 与 r 之间函数关系的图像大致是(B).



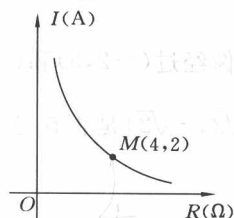
14. (郴州)某闭合电路中,电源电压不变,电流 $I(A)$ 与电阻 $R(\Omega)$ 成反比例,右图表示的是该电路中电流 I 与电阻 R 之间函数关系的图像,则用电阻 R 表示电流 I 的函数解析式为(A).

A. $I = \frac{8}{R}$

B. $I = -\frac{8}{R}$

C. $I = \frac{4}{R}$

D. $I = \frac{2}{R}$



(第14题图)

成长记录

第二课时



知能点分类训练

● 知能点 1 待定系数法

1. 已知变量 y 与 x 成反比例, 且当 $x=2$ 时, $y=9$, 写出 y 与 x 之间的函数解析式和自变量的取值范围.

$$y = \frac{18}{x} \quad (x \neq 0)$$

2. 已知 y 是关于 x 的反比例函数, 当 $x = -\frac{3}{4}$ 时, $y=2$, 求这个函数的解析式和自变量的取值范围.

$$y = -\frac{15}{x} \quad (x \neq 0)$$

3. 求下列函数解析式:

(1) 已知变量 y 与 $(x-5)$ 成反比例, 且当 $x=2$ 时, $y=9$, 写出 y 与 x 之间的函数解析式.

(2) 已知变量 $(y-1)$ 与 x 成反比例, 且当 $x=2$ 时, $y=9$, 写出 y 与 x 之间的函数解析式.

解: (1) $y = \frac{27}{x-5}$

(2) $y = \frac{16}{x} + 1$

名师点津



知识·贴士

待定系数法是求反比例函数解析式的基本方法, 其步骤为: 先设出两个变量的函数关系式为 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$), 再把一组满足函数解析式的已知自变量和函数值代入 $y = \frac{k}{x}$, 从而得到关于比例系数 k 的一元一次方程, 通过解一元一次方程得出 k 值, 从而求出反比例函数的解析式.



● 知识点 2 确定反比例函数解析式

4. 某反比例函数的图像过点 $M(-2, 1)$, 则此反比例函数表达式为().

- A. $y = \frac{2}{x}$ B. $y = -\frac{2}{x}$ C. $y = \frac{1}{2x}$ D. $y = -\frac{1}{2x}$

5. 已知 y 与 x 成反比例, 且当 $x=2$ 时, $y=-3$, 求这个函数的解析式.

6. 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像经过 $(-2, 5)$ 和 $(\sqrt{2}, n)$.

(1) 求 n 的值; (2) 判断点 $B(4\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ 是否在这个函数图像上, 并说明理由.

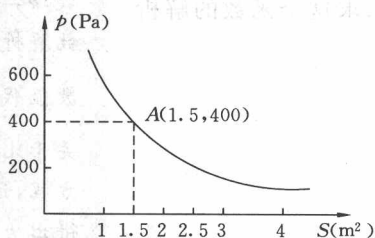
7. 已知函数 $y = y_1 - y_2$, 其中 y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 且当 $x=1$ 时, $y=1$; $x=3$ 时, $y=5$.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式; (2) 当 $x=2$ 时, 求 y 的值.



规律方法应用

8. 某校科技小组进行野外考察, 途中遇到一片十几米宽的烂泥湿地. 为了安全、迅速地通过这片湿地, 他们沿着前进路线铺了若干块木板, 构筑成一条临时近道. 木板对地面的压强 $p(\text{Pa})$ 是木板面积 $S(\text{m}^2)$ 的反比例函数, 其图像如下图所示.



(第8题图)

- (1) 请直接写出这一函数表达式和自变量的取值范围;
- (2) 当木板面积为 0.2 m^2 时, 压强是多少?
- (3) 如果要求压强不超过 6000 Pa , 木板的面积至少要多大?



提醒

由于反比例函数的解析式 $y = \frac{k}{x} (k \text{ 为常数, } k \neq 0)$ 中只有一个待定系数 k , 确定了 k 的值, 也就确定了反比例函数的解析式. 因此, 只需给出一组 x, y 的对应值或图像上一点的坐标, 代入 $y = \frac{k}{x}$ 求出 k , 即可确定反比例函数的解析式.



提醒

本题考查反比例函数的意义和应用, 培养学生如何在生活中利用反比例函数建立模型解决实际问题的能力.

方法总结

反比例函数的画法:

(1) 在原点两侧取 3 对 (或 3 对以上) 互为相反数的 x 值, 计算出相应的 y 值;

(2) 描出一侧的点后, 另一侧由中心对称可快速描出;

(3) 按由左至右的顺序, 用平滑的曲线连接各点并延伸, 注意延伸部分不能与坐标轴相交.



开放探索创新

9. 某学校食堂为方便学生就餐,同时又节约成本,常根据学生多少决定开放售饭窗口的个数,假定每个窗口平均每分钟可以售给3名学生,开放10个窗口时,需1 h才能使全部学生打餐完毕.

- (1)共有多少学生就餐?
- (2)设开放 x (个)窗口时,需要 y (h)才能使当天就餐的同学全部吃上饭,试求出 y 与 x 之间的函数解析式.
- (3)已知该学校最多可以同时开放20个窗口,那么最少多长时间可以使当天就餐的学生全部就餐.

10. 实践探究题:

某函数 y 与自变量 x 满足以下关系:

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$

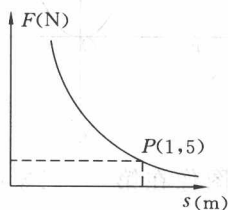
- (1)试求出 y 与 x 之间的函数关系式.
- (2)将 $x = \frac{2}{3}$ 代入上述函数中,所得函数值记为 y_1 ,又将 $x = y_1 + 1$ 代入函数中,所得函数值记为 y_2 ,再将 $x = y_2 + 1$ 代入函数中,所得函数值记为 y_3 ,……如此继续下去,试求出 y_1, y_2, y_3, y_4 的值.
- (3)根据(2)中的规律,试直接写出 y_{2008} .



中考真题实战

11. (芜湖)在对物体做功一定的情况下,力 F (N)与此物体在力的方向上移动的距离 s (m)成反比例函数关系,其图像如图所示, $P(5, 1)$ 在图像上,则当力达到10 N时,物体在力的方向上移动的距离是

0.5 m.



(第11题图)

提醒

(1)可先计算出每分钟10个窗口可就餐的学生数,再乘以打餐所需的时间即当天就餐的人数;(2)由(1)已经确定,每分钟可以售给的学生人数也是固定的;(3)将 $x=20$ 代入(2)中解析式,可算出多长时间使当天就餐的学生全部就餐.

规律技巧

在初中范畴内,由表格方式给出两个变量的关系时,要判断它们满足哪种函数关系式,应先看各组数据有无特殊规律,如商或积一定,可由此判断其为正比例函数还是反比例函数,否则要根据函数的增减性来判断是一次函数还是二次函数,再利用待定系数法求出相应的函数解析式.

成长记录



12. (贵阳)平面直角坐标系中有六个点 $A(1,5)$, $B(-3, -\frac{5}{3})$, $C(-5, -1)$,

$D(-2, \frac{5}{2})$, $E(3, \frac{5}{3})$, $F(\frac{5}{2}, 2)$, 其中有五个点在同一反比例函数图像上, 不在这个反比例函数图像上的点是 (B).

- A. 点 C B. 点 D
C. 点 E D. 点 F

13. (连云港)小明家离学校 1.5 km, 小明步行上学需 $x(\text{min})$, 那么小明步行

速度 $y(\text{m/min})$ 可以表示为 $y = \frac{1500}{x}$; 水平地面上重 1500 N 的物体,

与地面的接触面积为 $x(\text{m}^2)$, 那么该物体对地面压强 $y(\text{N/m}^2)$ 可以表示

为 $y = \frac{1500}{x}$; 函数关系式 $y = \frac{1500}{x}$ 还可以表示许多不同情境中变

量之间的关系, 请你再列举一例: 有一变阻器电压为 3V, 电流为 $x\text{A}$, 电阻为 $y\Omega$, 可表示为 $y = \frac{3}{x}$.



第二节 反比例函数的图像和性质



第一课时

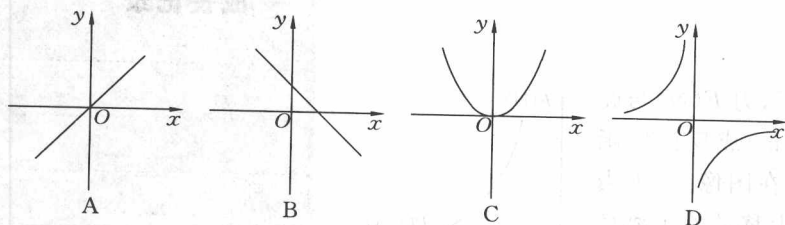


知能点分类训练

● 知能点 1 反比例函数的图像及画法

1. 画出反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 和 $y = -\frac{3}{x}$ 的图像.

2. 下列图像中, 是反比例函数图像的是 ().



3. 已知反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图像在第一、三象限内, 则 k 的值可以是 _____. (写出满足条件的一个 k 值即可)

4. 在平面直角坐标系中, 若一点的横坐标与纵坐标互为倒数, 则这点一定在函数 _____ 的图像上. (填函数关系式)

名师点津



提醒

通过列表、描点、连线的方法画反比例函数的图像,

$y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图

像是双曲线. 当 $k > 0$ 时, 双曲线的两支分别位于第一、三象限; 当 $k < 0$ 时, 双曲线的两支分别位于第二、四象限.

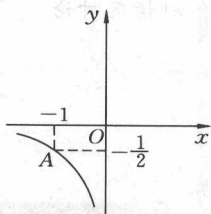
提醒

要注意反比例函数的自变量 $x \neq 0$, 所以其图像的两个分支是断开的, 和坐标轴没有交点.

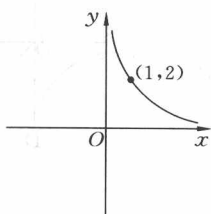


● 知识点 2 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的性质

5. 如图, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像过点 A , 则该函数的解析式为_____.



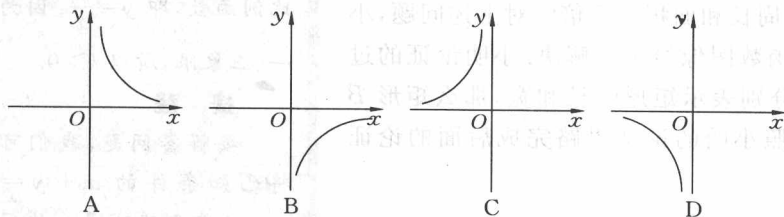
(第5题图)



(第6题图)

6. 已知 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像的一部分如图所示, 则 k _____ 0. (填“>”、“<”或“=”)

7. 如图, 当 $x < 0$ 时, 下列图像中, 有可能表示 $y = -\frac{2}{x}$ 的图像的是().



8. 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$, $y = -\frac{2}{x}$, $y = \frac{1}{4x}$ 的共同点是().

- A. 图像位于同样的象限
- B. 自变量取值范围是全体实数
- C. 图像关于平面直角坐标系的原点成中心对称
- D. y 随 x 的增大而增大



规律方法应用

9. 反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图像在每个象限内, y 随 x 的增大而减小, 则 k 的值可为().

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. 2

10. 如果两点 $P_1(1, y_1)$ 和 $P_2(2, y_2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像上, 那么().

- A. $y_2 < y_1 < 0$
- B. $y_1 < y_2 < 0$
- C. $y_2 > y_1 > 0$
- D. $y_1 > y_2 > 0$

11. 若反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图像经过点 (a, a) , 则 a 的值为().

- A. ± 3
- B. $\pm \sqrt{3}$
- C. $\sqrt{3}$
- D. $-\sqrt{3}$



知识·贴士

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的性质:

(1) 当 $k > 0$ 时, 双曲线的两支分别位于第一、三象限, 在每个象限内, y 值随 x 值的增大而减小, 曲线从左向右下降.

(2) 当 $k < 0$ 时, 双曲线的两支分别位于第二、四象限, 在每个象限内, y 值随 x 值的增大而增大, 曲线从左向右上升.

(3) 图像的两个分支都无限地接近坐标轴, 但永远不与坐标轴相交.



提醒

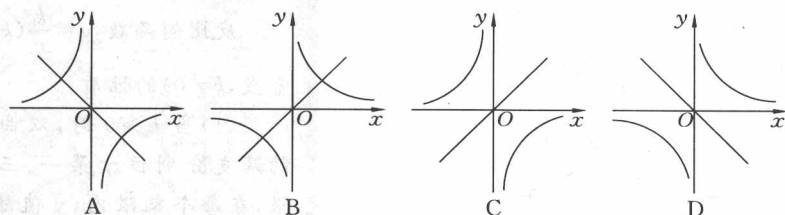
由反比例函数的图像性质, 在每个象限内, y 随 x 的增大而减小, 则有 $k-1 > 0$, 问题得以解决.

提醒

根据已知反比例函数确定系数 k , 进一步确定反比例函数图像的增减性, 使问题得以解决.



12. 如图, 正比例函数 $y=2kx$ 与反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 在同一坐标系中的图像不可能是().



开放探索创新

13. 老师给出一个函数, 甲、乙各指出了这个函数的一个性质:

甲: 第一、三象限有它的图像;

乙: 在每个象限内, y 随 x 的增大而减小.

请你写一个满足上述性质的函数_____.

14. (1) 已知矩形 A 的长和宽分别是 2 和 1, 那么是否存在另一个矩形 B , 它的周长和面积分别是矩形 A 的周长和面积的 2 倍? 对上述问题, 小明同学从“图形”的角度, 利用函数图像给予了解决. 小明论证的过程开始是这样的: 如果用 x, y 分别表示矩形的长和宽, 那么矩形 B 满足 $x+y=6, xy=4$. 请你按照小明的论证思路完成后面的论证过程.

- (2) 已知矩形 A 的长和宽分别是 2 和 1, 那么是否存在一个矩形 C , 它的周长和面积分别是矩形 A 的周长和面积的一半? 小明认为这个问题是肯定的, 你同意小明的观点吗? 为什么?



中考真题实战

15. (南昌) 对于反比例函数 $y=\frac{2}{x}$, 下列说法不正确的是().

- A. 点 $(-2, -1)$ 在它的图像上
B. 它的图像在第一、三象限
C. 当 $x>0$ 时, y 随 x 的增大而增大
D. 当 $x<0$ 时, y 随 x 的增大而减小

提醒

由于两个函数关系式中的 k 表示同一个常数, 因此可分 $k<0, 0<k<1, k>1$ 三种情况讨论.



提醒

由甲指出的性质可知此函数有可能是正比例函数、一次函数、反比例函数, 由乙指出的性质可知此函数是反比例函数, 即 $y=\frac{k}{x}$. 因为在一、三象限, 所以 $k>0$.

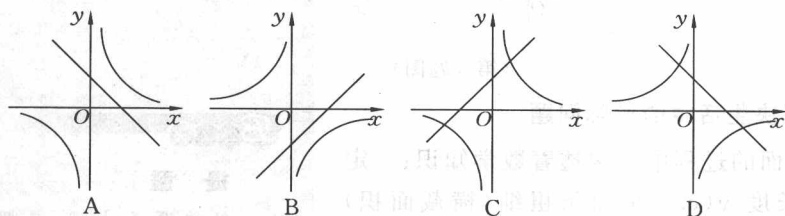
提醒

要解答问题, 我们可以将已知条件的 $x+y=6, xy=4$ 分别看成是一次函数和反比例函数, 再通过画图即可探索问题是否存在. 第(2)问方法与第(1)问相同.

成长记录



16. (泰安)已知三点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(1, -2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上,若 $x_1 < 0, x_2 > 0$,则下列式子正确的是().
- A. $y_1 < y_2 < 0$ B. $y_1 < 0 < y_2$ C. $y_1 > y_2 > 0$ D. $y_1 > 0 > y_2$
17. (临沂)已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像在第二、四象限内,函数图像上有两点 $A(2\sqrt{7}, y_1), B(5, y_2)$,则与的大小关系为().
- A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 = y_2$ C. $y_1 > y_2$ D. 无法确定
18. (深圳)在同一平面直角坐标系中,函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与 $y = kx + k (k \neq 0)$ 的图像大致是().

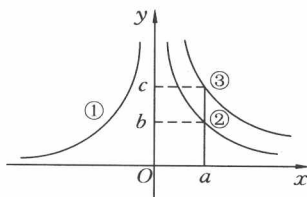


第二课时

● 知能点 1 利用反比例函数的性质求其函数解析式

1. 老师在黑板上写了这样一道题:“已知点 $(2, 5)$ 在反比例函数 $y = \frac{?}{x}$ 的图像上,试判断点 $(-5, -2)$ 是否也在此图像上.”题中的“?”是被一个同学不小心擦掉的一个数字,请你分析一下“?”代表什么数,并解答此题目.

2. 三个反比例函数:① $y = \frac{k_1}{x}$; ② $y = \frac{k_2}{x}$; ③ $y = \frac{k_3}{x}$ 在 x 轴上方的图像如图所示,由此推出 k_1, k_2, k_3 的大小关系.



(第2题图)

名师点津



提醒

点 $(2, 5)$ 在反比例函数图像上,其坐标满足函数解析式.

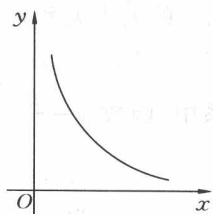
提醒

由图像所在的象限可知, $k_1 < 0, k_2 > 0, k_3 > 0$; 在 ② ③ 中,为了比较 k_2 与 k_3 的大小,可取 $x = a > 0$,作直线 $x = a$,与两图像相交,进而判断 k_2, k_3 的大小.



3. 下图是反比例函数 $y = \frac{2-m}{x}$ 的图像的一支.

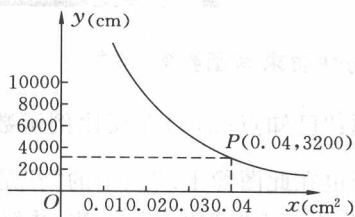
- (1) 函数图像的另一支在第几象限?
- (2) 求常数 m 的取值范围.
- (3) 点 $A(-3, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 都在这个反比例函数的图像上, 比较 y_1, y_2, y_3 的大小.



(第3题图)

● 知识点 2 利用反比例函数性质解决生活中的实际问题

4. 你吃过兰州拉面吗? 实际上在做拉面的过程中就渗透着数学知识: 一定体积的面团做成拉面, 面条的总长度 $y(\text{cm})$ 是面条粗细(横截面积) $x(\text{cm}^2)$ 成反比例函数. 假如它的图像如图所示, 则 y 与 x 的函数关系式为_____.



(第4题图)

5. 2006年义乌市经济继续保持平稳较快的增长态势, 全市实现生产总值 3.5206×10^{10} 元, 已知全市生产总值 = 全市户籍人口 $\times$ 全市人均生产产值, 设义乌市2006年户籍人口为 x (人), 人均生产产值为 y (元).

- (1) 求 y 关于 x 的函数关系式;
- (2) 2006年义乌市户籍人口为 706684 人, 求 2006年义乌市人均生产产值(单位: 元, 结果精确到个位). 若按 2006 年全年美元对人民币的平均汇率计(1 美元 = 7.96 元人民币), 义乌市 2006 年人均生产产值是否已跨越 6000 美元大关?

方法总结

本题综合应用反比例函数的图像与性质. 对问题(3)的解决有如下几种方法: 代入法, 即代入到解析式中求解后进行比较; 图像法, 利用图像观察、比较得出; 增减性法, 利用反比例函数图像的增减性在每个分支上进行分析、解决.

B 综合应用

提醒

数学源于生活, 又服务于生活, 实际问题可以提高同学们学习数学的热情, 增强求知的欲望. 通过观察分析图像, 如 4 题我们可以设出反比例函数的解析式, 进而将点 P 的坐标代入求解.

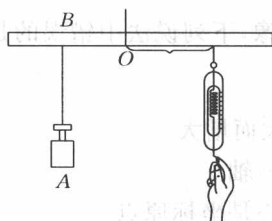
提醒

由于人均生产产值等于生产总值除以人口总数, 于是即可求出 y 关于 x 的函数关系式, 进而由户籍人口为 706684 人可以进一步求解. 应用反比例函数解决实际问题, 需要明确题目所给的信息, 建立反比例函数模型.



规律方法应用

6. 如图,小华设计了一个探究杠杆平衡条件的实验:在一根匀质的木杆中点 O 左侧固定位置 B 处悬挂重物 A ,在中点 O 右侧用一个弹簧秤向下拉,改变弹簧秤与点 O 的距离 x (cm),观察弹簧秤的示数 y (N) 的变化情况. 实验数据记录如下:



(第6题图)

x (cm)	...	10	15	20	25	30	...
y (N)	...	30	20	15	12	10	...

- 把上表中 (x, y) 的各组对应值作为点的坐标,在坐标系中描出相应的点,用平滑曲线连接这些点并观察所得的图像,猜测 y 与 x 之间的函数关系,并求出函数解析式;
- 当弹簧秤的示数为 24 N 时,弹簧秤与点 O 的距离是多少厘米? 随着弹簧秤与点 O 的距离不断减小,弹簧秤上的示数将发生怎样的变化?

提醒

通过对表中的数据描点画图可以猜想图像是双曲线,这样我们就可以设出反比例函数的解析式求解.

开放探索创新

7. 某厂从 2004 年起开始投入技术改进资金,经技术改进后,其产品的生产成本不断降低,具体数据如下表:

年 度	2004	2005	2006	2007
投入技改资金 x (万元)	2.5	3	4	4.5
产品成本 y (万元/件)	7.2	6	4.5	4

- 请你认真分析表中数据,从你所学习过的一次函数、二次函数和反比例函数中确定哪种函数能表示其变化规律,说明确定是这种函数而不是其他函数的理由,并求出它的解析式;
- 按照这种变化规律,若 2008 年已投入技改资金 5 万元.
 - 预计生产成本每件比 2007 年降低多少万元?
 - 如果打算在 2008 年把每件产品成本降低到 3.2 万元,则还需投入技改资金多少万元? (结果精确到 0.01 万元)

方法技巧

观察表格发现“投入技改资金 x ”与“产品成本 y ”的积不变,故表中数据满足反比例函数关系. 本题没有直接给出函数的解析式,而是让学生从表中获取信息,来探索与其变化规律相符的函数,并应用于具体实际的问题之中. 较好地考查了学生的思维能力、推理探索能力、建模能力和解决实际问题的能力.