



高等学校理工类课程学习辅导丛书



普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

大学物理教程 (第二版)

学习指导书

廖耀发 主 编
陈义万 李云宝 副主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



高等学校理工类课程学习辅导丛书



普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

大学物理教程 (第二版)

Daxue Wuli Jiaocheng

学习指导书

Xuexi Zhidaoshu

廖耀发 主 编

陈义万 李云宝 副主编



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书为廖耀发主编的《大学物理教程》(第二版)配套的学习指导书。其章节顺序与主教材完全一致,以方便读者使用。

本书共分为30章,每章均安排了目的要求(根据2010年版《理工科类大学物理课程教学基本要求》而提出)、内容提要(对全章内容,分点择要概述)、重点难点(指出全章的重点难点及其理解、消化方法)、方法技巧(通过实例阐述解题方法技巧)、习题选解(对问答题以外的全部习题进行了解答)、自我检测(安排了一定的题目,让读者自行检测本章的学习效果)等内容。

本书可作为选用《大学物理教程》(第二版)作为主教材的学校选作教学参考书,也可为使用其他大学物理教材或自学大学物理的读者参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理教程(第二版)学习指导书/廖耀发主编.
—北京:高等教育出版社,2012.1
ISBN 978-7-04-034232-1

I. ①大… II. ①廖… III. ①物理学—高等学校—教
学参考资料 IV. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第273321号

策划编辑 高建

责任编辑 高建

封面设计 赵阳

版式设计 杜微言

插图绘制 尹文军

责任校对 张小镛

责任印制 尤静

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 大厂益利印刷有限公司
开本 787mm×960mm 1/16
印张 25
字数 470千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版次 2012年2月第1版
印次 2012年2月第1次印刷
定价 33.80元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 34232-00

前 言

本书为廖耀发主编的《大学物理教程》(第二版)的配套辅助教材。随着教学形势的变化,《大学物理教程》已于2011年作了改版,因此,本书亦必随之作出相应的修订。

本次修订主要作了如下几个方面的工作:

1. 根据主教材章节的变化,本书亦作了相应的结构调整:将原书第16、第17章合并成一章,将原书的几何光学一章改名为光的直线传播,并置于光的偏振之后;
2. 适当地纠正了部分欠妥的概念表述及解题方法;
3. 改正了原书中的印刷错误;
4. 突出了解题思路及方法的介绍;
5. 修改了原书中的部分插图。

本书由廖耀发任主编,陈义万、李云宝任副主编。参加改编的学校及老师有湖北工业大学的廖耀发、陈义万、别业广、阎旭东、徐国旺、陈之宜、邓罡、裴玲、闵锐;武汉科技大学的李云宝、李钰、周怡、李新;武汉工业学院的董长纓。

由于水平有限,本书虽为改版,但错误与不妥仍在所难免,敬请读者批评指正,不胜感激。

编 者
2011年9月

目 录

第一章	质点运动学	1
第二章	牛顿运动定律	17
第三章	机械能守恒定律	31
第四章	动量守恒定律	45
第五章	刚体的定轴转动	61
*第六章	液体的运动	82
第七章	狭义相对论基础	89
第八章	真空中的静电场	102
第九章	静电场与导体和电介质的相互作用	122
第十章	恒定电流的磁场	143
第十一章	磁场对电流和运动电荷的作用	164
第十二章	磁场与介质的相互作用	179
第十三章	电磁感应	187
第十四章	电磁场与电磁波	208
*第十五章	电路	216
第十六章	气体动理论	224
第十七章	热力学第一定律	239
第十八章	热力学第二定律	257
第十九章	机械振动	265

第二十章 机械波	286
第二十一章 光的干涉	305
第二十二章 光的衍射	323
第二十三章 光的偏振	336
*第二十四章 光的直线传播	348
第二十五章 量子力学的实验基础	357
第二十六章 量子力学初步	370
第二十七章 原子结构的量子理论	380
*第二十八章 分子与固体	386
*第二十九章 核物理学与粒子物理学	389
*第三十章 广义相对论与宇宙学	392

第一章 质点运动学

一 目的要求

1. 了解质点及参考系的概念.
2. 掌握位矢 (运动学方程)、位移、速度、加速度的概念, 能熟练地计算质点作一维、二维运动时的速度与加速度.
3. 理解相对运动的概念, 能分析、计算一般的相对运动问题.

二 内容提要

1. **质点** 形状和大小均可忽略的物体称为质点, 它是一种理想的模型.
2. **参考系** 被选作参考的物体称为参考系, 亦称参考物, 其选取依据讨论问题的方便而定.
3. **位置矢量与运动学方程** 描述质点方向位置的物理量称为位置矢量, 其定义为从坐标系原点 O 引向质点所在位置点 P 的有向线段 $\overrightarrow{OP}$. 位置矢量简称位矢, 常用 $\boldsymbol{r}$ 表示, 它随时间 t 而变化, 即 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$. 这一等式又称质点运动学方程.
4. **位移与路程** 描述质点位置移动大小及方向的物理量称为位移, 用 $\Delta \boldsymbol{r}$ 或 $d\boldsymbol{r}$ 表示. 其定义为起始位置指向终了位置的有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}$. 质点运动轨迹的长度称为路程, 用 S 或 dS 表示. 位移是矢量, 路程是标量, 只有当质点作一维

单向直线运动时, 两者的大小才相等.

5. 速度与速率 描述质点运动快慢及方向的物理量称为速度, 它是一个矢量, 用 $\mathbf{v}$ 表示, 其定义为位矢对时间的一阶导数, 即 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$. 其方向与位移 $d\mathbf{r}$ 的方向 (由位置起始点指向位置终了点) 相同. 速度的大小称为速率, 用 v 表示, 即 $v = |\mathbf{v}| = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|$.

6. 加速度、切向加速度与法向加速度 反映质点速度变化快慢及方向的物理量称为加速度, 用 $\mathbf{a}$ 表示, 其定义为速度对时间的一阶导数或位矢对时间的二阶导数, 即 $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$.

速度大小对时间的一阶导数称为切向加速度, 用 a_t 表示, 其方向恒在质点运动轨迹的切线方向上, 即 $a_t = \frac{dv}{dt}$, $\mathbf{a}_t = \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_t$.

速度平方与曲率半径之比称为法向加速度, 用 a_n 表示, 其方向恒在质点运动轨迹的法线方向上, 即 $a_n = \frac{v^2}{\rho}$, $\mathbf{a}_n = a_n \mathbf{e}_n = \frac{v^2}{\rho} \mathbf{e}_n$.

切向加速度与法向加速度在描述质点的平面 (二维) 曲线运动中使用较为方便.

7. 相对运动、运动合成定理 质点相对于运动参考系的运动称为相对运动. 处理相对运动的问题往往需要将运动参考系与不动参考系之间的相关参量进行变换, 其关系式常称运动合成定理, 对于位矢, 有 $\mathbf{r}_{\text{绝}} = \mathbf{r}_{\text{相}} + \mathbf{r}_{\text{牵}}$ 称为位矢合成定理; 对于速度, 有 $\mathbf{v}_{\text{绝}} = \mathbf{v}_{\text{相}} + \mathbf{v}_{\text{牵}}$ 称为速度合成定理; 对于加速度, 有 $\mathbf{a}_{\text{绝}} = \mathbf{a}_{\text{相}} + \mathbf{a}_{\text{牵}}$ 称为加速度合成定理.

三 重点难点

本章的重点是掌握位矢、速度、加速度的概念及其分析计算方法, 特别是要着重掌握位矢的概念及其表述. 有了位矢 $\mathbf{r}$, 对它求导一次即得速度 $\mathbf{v}$, 求导二次即得加速度 $\mathbf{a}$.

本章的难点有三: 一是难以区别相对运动与绝对运动; 二是如何较为熟练地将微积分应用于分析处理物理问题; 三是对矢量的分析与计算不太熟悉. 这些问题, 学习时必须引起特别的注意.

四 方法技巧

本章的学习, 一是要注意处理好矢量的表述及其运算. 特别要注意将文字表

述与图形有机地结合起来,千万不要忽略图形.因为好的图形不仅能给人以形象、直观的认识,而且还可清楚地表示出某些物理量之间的几何关系.若无图形,则会使有些问题(特别是有几何关系的问题)的求解思路受阻,甚至无法求解.

二是必须很好地注意处理物理与数学的关系.一般地说,物理离不开数学,但数学绝不能代替或掩盖物理的思维.物理学中的每个概念、每个公式都有明确的物理意义,因此,学习时千万不要仅仅停留在它们的数学表示上,更重要的是要看它们的物理意义(实质).例如,速度 $v = \frac{dr}{dt}$, 在数学上,它仅仅是一种求导(微商)运算;而在物理上,它却代表着质点运动的状态位矢变化的快慢,只有从本质上认清了物理知识的内涵,才能真正学会和学懂.

本章习题侧重在对描述质点运动的三个物理量 r 、 v 及 a 的计算,因此根据题意,分析判定问题的属性非常重要:对于第一类问题,用求导法解答;对于第二类问题则用积分法,这时要注意分离变量,并注意初始条件.

对于相对运动问题,其关键是要根据题意作出简图,简图一出,问题的一大半就已解决.

例 1-1 已知质点沿 x 轴作直线运动,其运动学方程为 $x = 2 + 6t^2 - 2t^3$ (SI 单位),求:

- (1) 质点在运动开始后 4.0 s 内位移的大小;
- (2) 质点在该时间内所通过的路程.

解 位移和路程是两个完全不同的概念,只有当质点作单向直线运动时,位移大小才和路程相等.本题为一变方向运动.其位移与路程大小不相等.

- (1) 质点在 4.0 s 内位移的大小

$$\Delta x = x_4 - x_0 = (2 + 6 \times 4^2 - 2 \times 4^3 - 2) \text{ m} = -32 \text{ m}$$

- (2) 由 $\frac{dx}{dt} = 12t - 6t^2 = 0$ 可以解得,质点运动方向发生变化的时刻为

$$t = 2 \text{ s} \quad (t = 0 \text{ 不合题意})$$

故

$$\Delta x_1 = x_2 - x_0 = (2 + 6 \times 2^2 - 2 \times 2^3 - 2) \text{ m} = 8.0 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = x_4 - x_2 = [2 + 6 \times 4^2 - 2 \times 4^3 - (2 + 6 \times 2^2 - 2 \times 2^3)] \text{ m} = -40 \text{ m}$$

所以,质点在 4.0 s 时间间隔内的路程为

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 48 \text{ m}$$

例 1-2 已知质点的运动学方程

$$\boldsymbol{r} = R(\cos kt^2 \boldsymbol{i} + \sin kt^2 \boldsymbol{j})$$

式中 R 、 k 均为常量, 求:

- (1) 质点运动的速度及加速度的表达式;
- (2) 质点的切向加速度和法向加速度的大小.

解 本题知位矢求速度、加速度, 属运动学中的第一类问题, 应先对位矢求导数 (得速度), 再对速度求导数 (得加速度).

- (1) 据定义, 质点运动的速度

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 2ktR(-\sin kt^2\mathbf{i} + \cos kt^2\mathbf{j})$$

加速度

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} = 2kR(-\sin kt^2\mathbf{i} + \cos kt^2\mathbf{j}) - 4k^2t^2R(\cos kt^2\mathbf{i} + \sin kt^2\mathbf{j}) \\ &= -2kR(2kt^2\cos kt^2 + \sin kt^2)\mathbf{i} + 2kR(\cos kt^2 - 2kt^2\sin kt^2)\mathbf{j}\end{aligned}$$

- (2) 由题意知

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{R^2(\cos^2 kt^2 + \sin^2 kt^2)} = R$$

即质点作圆周运动, 其速率

$$v = 2kRt$$

其切向加速度的大小

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 2kR$$

法向加速度的大小

$$a_n = \frac{v^2}{R} = 4k^2Rt^2$$

例 1-3 某质点沿 x 轴运动, 其加速度的大小 $a = -4x \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. 设质点位于 $x = 0$ 处时的速率 $v_0 = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 求质点速度的大小与位置坐标的关系式.

解 本题知加速度求速度及位置坐标, 属于运动学中的第二类问题, 应用积分方法来解决. 由加速度的定义式可得

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} = -4x$$

对上式分离变量后积分, 得

$$\int_{v_0}^v v dv = \int_0^x -4x dx$$

解之得

$$v^2 = v_0^2 - 4x^2$$

即

$$v = \sqrt{v_0^2 - 4x^2} = \sqrt{36 - 4x^2} = 2\sqrt{9 - x^2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

显然, 质点只能在 $-3 \text{ m} \leq x \leq 3 \text{ m}$ 的范围内运动.

五 习题选解

1-5 一质点作平面运动, 其位矢为 $\mathbf{r}(x, y)$, 则其速度大小为 ().

- A. $\frac{dr}{dt}$ B. $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$ C. $\frac{d|\mathbf{r}|}{dt}$ D. $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

解 由题给条件知, 质点的速度为

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j}$$

其大小为

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

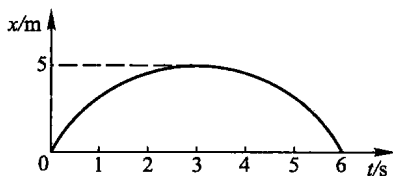
故选 D.

1-6 下列涉及加速度概念的说法中正确的是 ().

- A. 一切圆周运动的加速度均指向圆心
B. 匀速圆周运动的加速度为常量
C. 作直线运动的物体一定没有法向加速度
D. 只有法向加速度的物体一定作圆周运动

解 由于直线的曲率半径 $R = \infty$, 因此其法向加速度的大小 $a_n = \frac{v^2}{R} \rightarrow 0$, 即没有法向加速度, 故选 C.

1-7 一质点作直线运动, 其坐标与时间的关系如解图 1-7 所示, 则该质点在第_____秒时, 其速度为零; 在第_____秒至第_____区间, 其速度与加速度同方向.



解图 1-7

解 从 $x-t$ 图上可以看出, 在 $t = 3\text{s}$ 处, 其速度 $\frac{dx}{dt}$ 为零; 在 $3 \sim 6\text{s}$ 区间, $dx < 0, dv < 0$, 对应的速度及加速度均为负, 即同方向. 故第一空填“3”, 第二、第三空分别填“3”及“6”.

1-8 一质点沿 x 轴运动, 其加速度的大小 $a = 3 + 2t$. 如果初始时刻 $v_0 = 5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $t = 3\text{s}$ 时, 则质点的速度大小为_____.

解 由加速度定义式 $a = \frac{dv}{dt}$ 得

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt$$

对上式两边积分, 得

$$v - v_0 = \int_0^3 (3 + 2t) dt = 3t \Big|_0^3 + \frac{1}{2} \times 2t^2 \Big|_0^3 = 18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

解之, 得

$$v = v_0 + 18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 23 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

故空填 $23 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1-9 质点运动学方程为 $\mathbf{r} = t\mathbf{i} + 0.5t^2\mathbf{j}$, 当 $t = 1 \text{ s}$ 时, 此质点的切向加速度大小为_____.

解 求切向加速度的关键在于求解速度大小. 据速度的定义式得

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{i} + t\mathbf{j}$$

故速度的大小

$$v = |\mathbf{v}| = \sqrt{1 + t^2}$$

切向加速度的大小

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\sqrt{1+t^2})}{dt} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} = 0.707 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

即空填 $0.707 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

1-10 一质点在 $x-y$ 平面内运动, 其运动学方程为 $x = 2t, y = 19 - 2t^2$ (SI 单位). 求:

- (1) 质点的轨迹方程;
- (2) 2 s 末的位矢;
- (3) 2 s 末的速度和加速度.

解 (1) 由 $x = 2t, y = 19 - 2t^2$ 消去参数 t , 得轨迹方程

$$y = 19 - 0.5x^2$$

(2) 将 $t = 2 \text{ s}$ 代入位矢方程, 得

$$\mathbf{r}(2) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = 2t\mathbf{i} + (19 - 2t^2)\mathbf{j} = (4\mathbf{i} + 11\mathbf{j})(\text{m})$$

(3) 据定义, $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 2\mathbf{i} - 4t\mathbf{j}$, $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -4\mathbf{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. 故

$$\mathbf{v}(2) = (2\mathbf{i} - 8\mathbf{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\mathbf{a}(2) = -4\mathbf{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

1-11 一质点沿 y 轴作直线运动, 其运动学方程为 $y = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI 单位), 求:

- (1) $1 \sim 2 \text{ s}$ 期间的平均速度;
- (2) 1 s 及 2 s 末的速度与加速度;
- (3) 第二秒内通过的路程.

解 (1) 由 $\bar{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ 得

$$\bar{v} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y(2) - y(1)}{2 - 1} = \frac{[4.5 \times 2^2 - 2 \times 2^3] - [4.5 \times 1^2 - 2 \times 1^3]}{1} = -0.5 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

(2) 由 $v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(4.5t^2 - 2t^3) = 9t - 6t^2$ 得

$$v(1) = (9 \times 1 - 6 \times 1^2) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$v(2) = (9 \times 2 - 6 \times 4) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = -6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

由 $a = \frac{dv}{dt} = 9 - 12t$ 得

$$a(1) = (9 - 12 \times 1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = -3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$

$$a(2) = (9 - 12 \times 2) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = -15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

(3) 由 $v = 9t - 6t^2 = 0$ 可知, 质点在 $t = 1.5 \text{ s}$ 时将反向运动. 故第 2 秒内通过的路程

$$S = |y(2) - y(1.5)| + |y(1.5) - y(1)| = (0.875 + |-1.375|) = 2.25 (\text{m})$$

1-12 一质点的运动学方程为 $x = 2t, y = (19 - 2t^2)$ (SI 单位).

- (1) 求质点的速度和加速度;
- (2) 问 t 为何值时质点的位矢恰好与速度垂直?

解 (1) 由题意知, 运动学方程的矢量形式为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = 2t\mathbf{i} + (19 - 2t^2)\mathbf{j}$$

故

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = (2\mathbf{i} - 4t\mathbf{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -4\mathbf{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

(2) 欲使 $\mathbf{r} \perp \mathbf{v}$ (即 $\theta = \pi/2$), 则必有 $\mathbf{r} \cdot \mathbf{v} = rv \cos \frac{\pi}{2} = 0$, 即

$$[2t\mathbf{i} + (19 - 2t^2)\mathbf{j}] \cdot [2\mathbf{i} - 4t\mathbf{j}] = 0$$

解之, 得

$$t = 3 \text{ s}$$

1-13 如解图 1-13 所示, 一质点从某时刻开始以初速度 $\mathbf{v}_0$ 沿曲线运动, 经过 Δt 时间后又回到了出发点, 其末速度为 $\mathbf{v}$. 已知 $\mathbf{v}_0$ 与 $\mathbf{v}$ 大小相等, 夹角为 θ .

(1) 求 Δt 时间内的平均速度;

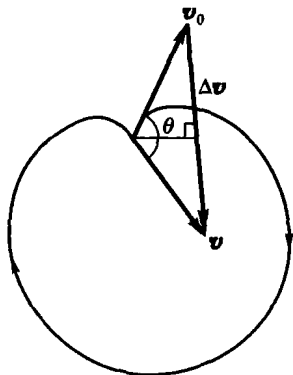
(2) 在图上画出 Δt 时间内的速度增量.

解 (1) 由题意知 $\Delta \mathbf{r} = 0$, 故平均速度

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = 0$$

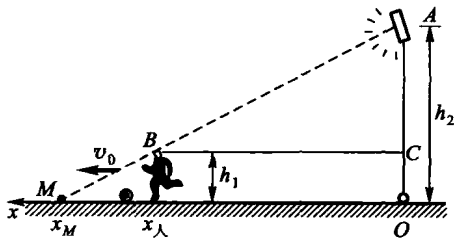
(2) Δt 时间内速度的增量如图所示, 其大小

$$|\Delta \mathbf{v}| = 2v_0 \sin \frac{\theta}{2}$$



解图 1-13

1-14 如解图 1-14 所示, 一高为 h_1 的足球运动员, 背向某照明灯以匀速度 v_0 带球, 灯离地面的高度为 h_2 , 求人影顶端 M 点沿地面移动的速度及影长增长的速率.



解图 1-14

解 (1) 求解本题的关键是要找到影端坐标及影长表达式. 作辅助图如解图 1-14 所示. 图中 x_M 、 x_A 分别为影端及人的坐标. 因 $\triangle AMO \sim \triangle ABC$, 所以有

$$\frac{x_M}{x_A} = \frac{h_2}{h_2 - h_1}$$

解之, 得 M 点的坐标

$$x_M = \frac{h_2 x_A}{h_2 - h_1}$$

故 M 点的速度大小 $v_M = \frac{dx_M}{dt} = \frac{h_2}{h_2 - h_1} \frac{dx_\lambda}{dt} = \frac{h_2}{h_2 - h_1} v_0$, 速度的方向沿人前进方向.

(2) 由图可见, 影长

$$L = x_M - x_\lambda = \frac{h_2}{h_2 - h_1} x_\lambda - x_\lambda = \frac{h_1}{h_2 - h_1} x_\lambda$$

两边对时间 t 求导, 得影长增长的速率

$$\frac{dL}{dt} = \frac{h_1}{h_2 - h_1} \frac{dx_\lambda}{dt} = \frac{h_1}{h_2 - h_1} v_0$$

1-15 某质点沿 x 轴作变速直线运动, 其加速度 $a = a_0 + bt$ (a_0 及 b 为常量). 设 $t = 0$ 时的速度为 v_0 . 求 t 时刻质点的速度.

解 本题知加速度求速度, 属于第二类基本问题, 需用积分来求解.

由题给条件 $a = a_0 + bt = \frac{dv}{dt}$ 分离变量积分, 得

$$\int_0^t (a_0 + bt) dt = \int_{v_0}^v dv$$

解之, 得 t 时刻质点的速度:

$$v = v_0 + a_0 t + \frac{1}{2} b t^2$$

1-16 某船停机后的速率按 $v = 12e^{-\frac{t}{4}}$ 的规律衰减. 求该船停机后所能滑行的最大距离.

解 本题知速率 (一维运动) 求距离 (坐标), 仍属第二类基本问题, 可用积分法来求解.

由已知条件 $v = 12e^{-\frac{t}{4}} = \frac{dx}{dt}$ 分离变量积分, 得

$$\int_0^x dx = \int_0^t 12e^{-\frac{t}{4}} dt$$

解之, 得

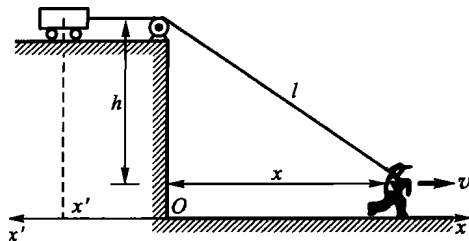
$$x = 48 \left(1 - e^{-\frac{t}{4}} \right)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 得船所滑行的距离:

$$x = x_{\max} = 48 \text{ m}$$

此即船所能滑行的最大距离.

1-17 如解图 1-17 所示, 某人用绳拉一高台上的小车在地面上以匀速度 v 奔跑, 设绳端与小车的高度差为 h , 求小车的速度及加速度.



解图 1-17

解 求解本题的关键是找到小车的位置坐标. 建立如图所示的坐标系. 设绳长为 l , 小车的位置坐标为 x' , 人的位置坐标为 x , 则有

$$-x' + \sqrt{x^2 + h^2} = l$$

将上式对时间求导, 得

$$-\frac{dx'}{dt} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} \frac{dx}{dt} = 0$$

故小车运动速度的大小

$$u = \frac{dx'}{dt} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} \frac{dx}{dt} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} v$$

方向沿 x 轴正向.

小车运动加速度的大小

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{v^2 \sqrt{x^2 + h^2} + v^2 x^2 / \sqrt{x^2 + h^2}}{x^2 + h^2} = \frac{v^2 h^2}{(x^2 + h^2)^{3/2}}$$

方向沿 x 轴的正向.

1-18 当交叉路口的红灯闪亮时, 一汽车正以 45 km/h 的速率行进. 设驾驶员的反应 (从看到红灯到开始刹车) 时间为 0.7 s , 刹车的加速度为 $-7.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. 求驾驶员从看到红灯到刹车停止前进的这段时间内汽车所通过的距离.

解 题设车速 $v = 45 \text{ km/h} = \frac{45000}{3600} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 12.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 由题意知

汽车通过的距离 S 应为反应时间所通过的距离 S_1 与刹车后通过的距离 S_2 之和, 即

$$S = S_1 + S_2 = v\Delta t + \frac{v^2}{2a} = \left[12.5 \times 0.7 + \frac{(12.5)^2}{2 \times 7.0} \right] \text{ m} = 19.9 \text{ m}$$

1-19 一质点作一维直线运动, 其速度大小为 $v = -kx$ (k 为大于 0 的常量). 初始时, 质点位于 x_0 处, 求任意时刻的运动坐标 x .

解 这是一个知速度求坐标的第二类基本问题. 宜用积分法求解.

由题意知

$$v = \frac{dx}{dt} = -kx$$

将上式分离变量求积分, 得

$$\int \frac{dx}{x} = \int -k dt$$

解之, 得

$$x = x_0 e^{-kt}$$

1-20 一直线行驶的电艇关机后的加速度 a 的大小与速度大小的平方 (v^2) 成正比, 方向与 v 相反. 设关机时的速度大小为 v_0 . 求关机后行驶 x 距离时的速度大小.

解 本题知 a 求 v , 仍属于运动学中的第二类基本问题, 需用积分法来处理.

由题意知

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v = -kv^2$$

对上式分离变量后积分, 得

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = \int_0^x -k dx$$

解之, 得

$$v = v_0 e^{-kx}$$

1-21 如解图 1-21 所示, 一人以与地面成 30° 角将足球踢出, 其球速为 $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 而空气对足球的影响可以忽略. 求:

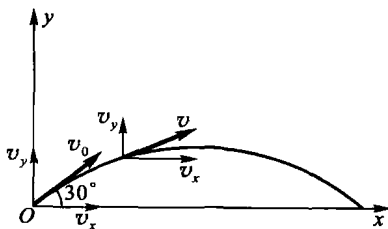
- (1) 足球轨迹最高处的曲率半径;
- (2) 足球落地时所飞行的水平距离.

解 (1) 根据题意, 物体在最高点时 $v_y = 0$. 所以这时的速度只有水平分量, 即 $v = v_x = v_0 \cos 30^\circ$, 此时法向加速度等于重力加速度 $a_n = g$.

由于质点作曲线运动, $a_n = \frac{v^2}{\rho}$. 所以, 最高点处的曲率半径为

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_x^2}{g} = \frac{v_0^2 \cos^2 30^\circ}{g} = 30.6 \text{ m}$$

(2) 由 $v_y - v_{y0} = -gt_{\perp}$ 及 $v_{y0} = v_0 \sin 30^\circ = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (v_y 为最高点速度的竖直分量, 其值为 0) 可得 $t_{\perp} = 1.02 \text{ s}$ $\Delta t = t_{\perp} + t_{\text{F}} = 2t_{\perp} = 2.04 \text{ s}$



解图 1-21