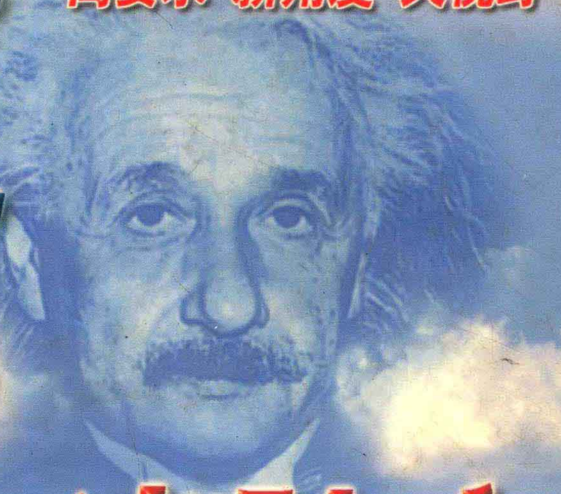
高要求 新角度 大视野 广思路

发散思维

决胜高考



丛书主编 希扬

数学

高三总复习

本书主编 源 流

打开思维宝库

把握考试规律

追踪高考热点

考试驾轻就熟

龍門書局

发散思维决胜高考

高三数学

源 流 主 编

源 流 陈明铸 齐 健 王惠英 编 著

叶畋田 陈民胜 郭莉君

龍門書局

2000

发散思维决胜高考

高三数学

源　流　主编

责任编辑　张启男　张琳香

龍門書局　出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社总发行　　各地书店经销

*

2000年6月第一版　　开本：850×1168　1/32

2000年8月第二次印刷　　印张：27 ½

印数：30 001—40 000　　字数：864 000

ISBN 7-80160-074-6/G・75

定价：28.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

强势备考　迎接挑战

——《发散思维决胜高考》序

《发散思维大课堂》是我们1999年奉献给广大读者的与现行教材同步的素质教育辅导书(初一至高二各科共24册),它的出版发行,在全国众多师生中引起强烈反响,广大读者争相购买。买到此书的同学如获至宝,相见恨晚,爱不释手;没有得到此书的同学若有所失,深感遗憾,翘首以待。而不少毕业班的同学,对本套书没有高三各科来信提出批评,甚至指责说:这是一个严重的失误,令人遗憾……

鉴于《发散思维大课堂》的良好反响和高三毕业生的强烈要求,我们"急读者之所急",特邀了对发散思维在教学运用中有较深造诣、又是多年辅导毕业班且具有丰富的教学经验、高考成绩卓著的特、高级教师,编写了这套专供毕业生总复习使用的丛书——《发散思维决胜高考》。这套丛书,既是原《发散思维大课堂》的配套丛书,又是独立成套的一部高考应试宝典。

纵观近年来的高考命题,我们可以发现:现在的高考正在由考查知识向考查能力转变;由经验型的命题向科

研型的命题方式转变。我们通过对高考命题的原则、意图、特点、方法、改革方向的研究，进一步明确了高考各科总复习的方向、层次、要求和趋势，这对提高考生复习的效果，增强应用能力、应变能力、创新能力和综合能力具有重要意义。为此，我们以现行教学大纲和教材为依据，以《2000年高考说明》为纲，以解题训练为载体，以发散思维应用为途径，以提高考生综合能力和整体素质为目的，编写了这套丛书。

这套丛书具有以下几个鲜明特色：

一、把握了高考命题的脉搏，瞄准高考热点；

二、信息新，题型全，亮点突出，实用性强；

三、运用发散思维，强化素质能力培养，可收到举一反三、触类旁通、事半功倍的效果。

我们以真诚奉献给素质教育，以《发散思维决胜高考》最丰富的内涵惠赠读者。但愿它能开启你的智慧之门，增强你的应试能力，以有备之势，傲立潮头，迎接挑战，圆你一个大学梦！

希　扬

2000年6月

前　　言

《发散思维决胜高考——高三数学总复习》，是根据教育部考试中心编制的2000年普通高等学校招生全国统一考试说明编写的。

本书分上、下两篇。

上篇为单元训练。根据"考试说明"知识内容表，把要考查的数学知识归纳为十一个单元，每单元按**考点精析**、**三基导引**、**范例研展**、**反馈测试**四个部分编写。核心内容是范例研展。

下篇为强化训练。根据高考知识内容和能力的要求，分为三部分，第一部分为专题训练。分七个专题，研究高考的重点、难点和热点；第二部分为方法训练。介绍高考题型的特点及其解法；第三部分为实战训练。为您提供十套高考模拟样题。最后附有1999年全国高考、2000年春季招生统考试卷，助你把握高考题型的特点及模式，以备增强高考实力。

以上述专题的形式，打破各单元知识界限，综合分析各类知识的内在联系，研究数学规律的运用。从高考实战

出发，把知识要求和能力要求有机结合起来，研究解题方法，是一种创新与探索。根据发散思维原则，把高考的重点、难点和热点问题，按学科知识自身的特征，以范例和发散题构成了“例题组合”和“综合评述”，是各个专题的核心内容。

本书集作者本人近年在教学研究第一线的教学教法与研究成果于一体，倾注了大量心血，以期为广大应考学生及相关教师奉献上乘之作，为您高考数学插上成功的翅膀。

由于水平与经验的限制，不当之处在所难免，真诚期待广大读者批评指正。

编 者

2000 年 5 月

《发散思维决胜高考》丛书

编　委　会

目　　录

上　篇　单元训练

下 篇 强化训练

附:高考试题及综合能力测试题

下篇答案与提示

上篇　单元训练

第一单元　函　数

考　点　精　析

函数是贯穿整个高中数学的一条主线，它体系完整，内容丰富，应用广泛．函数是重要的数学概念，函数思想是最重要、最基本的数学思想．所谓函数思想，即运用函数的概念和性质去分析问题、转化问题和解决问题的思想．尤其在研究无明显函数关系的问题时，应将问题通过合理的转化，构造成某函数，然后运用该函数的概念和性质去分析和解决问题．

函数与其图象的关系是“数”与“形”的关系．“数”和“形”是数学中最基本的也是很重要的两个概念，它们具有相对独立的性质和表现形式．“数”可借助“形”表示，“形”也可以用“数”来表达它的内涵．借助转化思维方法，促使数与形相结合，可发挥“形”的直观作用和“数”的思路规范优势．由数思形，由形定数，数形渗透，互相作用，扬长避短，直入捷径，从而促进由繁到简、由难到易，由未知到已知的转化，达到提高分析问题和解决问题能力的目的．

本单元共有 17 个考点：集合；子集、交集、并集、补集；$|ax+b|<c$、$|ax+b|>c(c>0)$型不等式；一元二次不等式；映射与函数；函数的单调性；函数的奇偶性；分数指数幂与根式；幂函数；反函数；互为反函数的函数图象间的关系；指数函数；对数；对数的性质和运算法则；对数函数；换底公式；简单的指数方程和对数方程．其中重点是集合的有关概念、映射与函数、幂函数、指数函数、对数函数．难点是对于映射的理解、反函数的概念、对于函数性质的理解、函数图象的变换．要掌握上述重点、难点及有关考点知识，必须注意以下问题．

一、集合问题

1．根据问题的条件选用列举法或描述法来表示集合．应注意不是每一个集合都能同时用这两种方法来表示．

2. 采用描述法表示集合$\{P|P$满足的条件$\}$时，一定要注意代表元素P的属性，是数还是点？还是曲线或其他？

3. 两集合的包含、真包含和相等是三个既有联系又有区别的概念. $B\subseteq A$指$B\subset A$或$B=A$；反之，$B\subset A$或$B=A$也可以表示为$B\subseteq A$，但一旦明确了$B\subset A$、$B=A$只有之一成立时，一般不用$B\subseteq A$.

4. $A\subseteq B$与$A\supseteq B$一般不能同时成立，当且仅当$A=B$时，才能同时成立.

5. $A\subset B$与$A\subseteq B$且$A\neq B$是等价的.

6. 求两个(或多个)集合的交集、并集或某一集合的补集，对于数集来说，一般可通过画数轴来解；对于非数集来说，可用文恩氏图或分解法求解.

二、一元二次不等式问题

1. 注意二次三项式、二次函数、一元二次方程、一元二次不等式间的相互关系

$ax^2+bx+c(a\neq0)$是二次三项式. 把x当作自变量，a,b,c为常量，则$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$是二次函数. 令$y=0$，则$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$是一元二次方程. 若$\Delta=b^2-4ac>0$，则方程的两个根x_1,x_2就是函数$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图象与x轴两个交点的横坐标.

令$y>0$(或$y<0$)，则$ax^2+bx+c>0$(或<0)是一元二次不等式，若$a>0,\Delta>0$，则不等式$ax^2+bx+c>0$的解是$x<x_1$或$x>x_2(x_1<x_2)$，即当$x<x_1$，或$x>x_2$时，$y=ax^2+bx+c(a>0)$的图象在x轴的上方；

若$a<0,\Delta>0$，则不等式$ax^2+bx+c>0$的解是$x_1<x<x_2(x_1<x_2)$，即当$x_1<x<x_2$时，$y=ax^2+bx+c(a<0)$的图象在x轴的上方.

2. 一元分式不等式

任何一个一元有理分式不等式，经过移项、通分和化简，都可以化成标准形式：

$\dfrac{P(x)}{Q(x)}>0$或$\dfrac{P(x)}{Q(x)}<0$[其中$P(x),Q(x)$都表示x的某一整式]

然后按照商的符号法则转化成不等式组求解，详见表1-1.

表 1-1

类型	$\dfrac{P(x)}{Q(x)}>0$	$\dfrac{P(x)}{Q(x)}<0$
解法	$\begin{cases}P(x)>0\\Q(x)>0\end{cases}$和$\begin{cases}P(x)<0\\Q(x)<0\end{cases}$	$\begin{cases}P(x)>0\\Q(x)<0\end{cases}$和$\begin{cases}P(x)<0\\Q(x)>0\end{cases}$

解一元分式不等式的步骤如下：

(1)化简；(2)化为标准形式；(3)化组；(4)求组解；(5)确定原不等式的解.

3. 无理不等式

含有二次根式的无理不等式，可以根据算术平方根的意义和把两边平方的方法，使其转化成有理不等式，归结成不等式组求解，详见表 1-2.

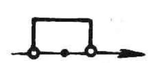
表 1-2

类型	$\sqrt{P(x)}<Q(x)$	$\sqrt{P(x)}>Q(x)$
解法	$\begin{cases}P(x)\geqslant 0\\Q(x)>0\\P(x)<Q^2(x)\end{cases}$	$\begin{cases}P(x)>0\\Q(x)\geqslant 0\\P(x)>Q^2(x)\end{cases}$　和$\begin{cases}P(x)\geqslant 0\\Q(x)<0\end{cases}$

4. 含有绝对值的不等式

(1)求解含有绝对值的不等式，应依据绝对值的定义，去掉绝对值的符号，转化成不含绝对值的不等式求解，详见表 1-3.

表 1-3

类型	$\lvert x\rvert>a(a>0)$	$\lvert x\rvert<a(a>0)$	$\lvert x-b\rvert>a$ $(a>0)$	$\lvert x-b\rvert<a$ $(a>0)$
数轴表示	 -a o a	 -a o a	 b-a b b+a	 b-a b b+a
解集	$x<-a$ 或 $x>a$	$-a<x<a$	$x<b-a$ 或 $x>b+a$	$b-a<x<b+a$

(2)含绝对值不等式的性质：

$$|x|-|y|\leqslant|x\pm y|\leqslant|x|+|y|$$

三、函数问题

1. 判断同一函数. 由两函数的定义域、值域、对应法则是否一致，判断它

们是否同一函数.

2. 求反函数,写出定义域. 求反函数可按照反解、互换、写定义域这三个步骤进行,即由原来函数 $y=f(x)$,解出 $x=f^{-1}(y)$,再互换 x、y,得 $y=f^{-1}(x)$,最后还要写出它的定义域.

3. 求函数表达式.

(1)由实际问题建立函数关系式,一般可通过研究自变量与函数间的等量关系,再确定自变量的取值范围.

(2)由 $y=f[g(x)]$及 $y=f[f(x)]$求 $f(x)$.一般由定义法、换元法、待定系数法及解方程的方法来解.

4. 求函数的定义域.

(1)若 $f(x)$是整式,则定义域为全体实数.

(2)若 $f(x)$是分式,则定义域为使分母不为零的全体实数.

(3)若 $f(x)$是偶次根式,则其定义域为使被开方式为非负的全体实数.

(4)若 $f(x)=\log_a g(x)$,则定义域由 $g(x)>0$ 且 $a>0,a\neq 1$ 来确定.

(5)若 $f(x)$为复合函数,则定义域由复合的各基本函数的定义域所组成的不等式组确定.

(6)由实际问题列出的函数式的定义域,由自变量的实际意义确定.

5. 求函数的值域.

(1)图象法:观察函数的最高点和最低点.当函数的定义域为$[a,b]$(或$(a,b]$、$[a,b)$)时,要注意端点的函数值.

(2)配方法:利用二次函数的配方法求函数的值域,要注意自变量的取值范围.

(3)判别式法:用二次函数的判别式法求函数的值域,要注意避免“误判”和“漏判”.

(4)反函数法:若函数存在反函数,可以通过求反函数的定义域来求,因为反函数的定义域就是原来函数的值域.

(5)其他方法:利用函数的单调性、极值定理及变量代换法求函数的值域.

6. 函数的单调性.

(1)由函数单调性定义判断或证明某一函数在一区间内的单调性.

(2)通过画图象或运用复合函数的单调性定理求函数的单调区间.

(3)应用函数的单调性可证明不等式,比较两个(或多个)数的大小,判断某些超越方程实根的个数等.

7．函数的奇偶性．

判断一个函数的奇偶性，一般有以下三种方法：

(1)定义法：定义域若不是关于原点的对称区域，立即可判断该函数既不是奇函数也不是偶函数．

若定义域是关于原点的对称区域，再判断 $f(-x)$是否 $\pm f(x)$，或转而证明 $f(x)\pm f(-x)=0$．

(2)图象法：函数为奇(偶)函数的充要条件是它的图象关于原点(或 y 轴)对称．

(3)性质法：偶函数的和、差、积、商(分母不为零)仍为偶函数；奇函数的和、差仍为奇函数．

奇(偶)数个奇函数的积、商(分母不为零)为奇(偶)函数．一个奇函数与一个偶函数的积为奇函数．$F_1(x)=f(x)+f(-x)$为偶函数，$F_2(x)=f(x)-f(-x)$为奇函数．

对于复合函数 $F(x)=f[g(x)]$，若 $g(x)$为偶函数，则 $F(x)$为偶函数；若 $g(x)$为奇函数，$f(x)$为奇函数，则 $F(x)$为奇函数；若 $g(x)$为奇函数，$f(x)$为偶函数，则 $F(x)$为偶函数．

8．函数的最值．

(1)设在函数的定义域内，存在 x_0 满足 $f(x_0)\leqslant f(x)$，则称 $f(x)$在 $x=x_0$处达到最小值；若满足 $f(x_0)\geqslant f(x)$，则称 $f(x)$在 $x=x_0$ 处达到最大值．

(2)求最大(小)值常用的方法：

①二次函数的最值．

若 $a>0$，则当 $x=-\dfrac{b}{2a}$时，有最小值，$y_{\min}=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$；

若 $a<0$，则当 $x=-\dfrac{b}{2a}$时，有最大值，$y_{\max}=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$．

②用二次方程的判别式求解．

一般地，如果函数 $y=f(x)$经过变形后，可以化成关于 x 的二次方程：

$$f_1(y)x^2+f_2(y)x+f_3(y)=0$$

若方程有实根，其判别式

$$\Delta=[f_2(y)]^2-4f_1(y)f_3(y)\geqslant 0.$$

如果关于 y 的不等式$\Delta\geqslant 0$，可以解出 y 的取值范围，便可求出函数 $y=f(x)$的最值，这就是求函数最值的判别式法．