

初等几何

邓 鹏
康纪权
孙 海
编著

研究

高等学校教材

高等学校教材

初等几何研究

CHUDENG JIHE YANJIU

邓 鹏 康纪权 孙 海 编著



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书在中小学新的数学课程改革背景下,按照“跟上时代,力求创新”的原则,凸显课程改革中的新理念、新内容、新方法与新特点,做到与中小学教材的有机衔接。全书构思新颖,取材典型,既注重理论探究,又强调与教学实际相结合;既有一定的学术研究价值,又有较好的教学参考价值。

全书共九章,内容包括光辉灿烂的几何文化、科学严谨的几何证明、快捷准确的几何计算、妙趣横生的几何变换、现代技术的几何作图、各类考试中的几何问题、广阔空间的几何应用、数学课标中的几何新知、与时俱进的几何课程。

本书可作为高等师范院校和职业技术院校数学教育专业的本、专科学生以及研究生的教材,也可作为中学数学教师继续教育的培训用书,还可供广大中学数学教师及教研人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

初等几何研究/邓鹏,康纪权,孙海编著. —北京:高等教育出版社, 2012. 2

ISBN 978 - 7 - 04 - 033795 - 2

I. ①初… II. ①邓… ②康… ③孙… III. ①初等几何 - 研究
IV. ①O123

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 274387 号

策划编辑 张长虹 责任编辑 张长虹 封面设计 张申申 版式设计 王艳红
插图绘制 尹莉 责任校对 刘春萍 责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 涿州市京南印刷厂
开 本 787mm × 960mm 1/16
印 张 18.5
字 数 340 千字
购书热线 010 - 58581118

咨询电话 400 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版 次 2012 年 2 月第 1 版
印 次 2012 年 2 月第 1 次印刷
定 价 29.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究
物料号 33795 - 00

《初等几何研究》编委会

主 编	邓 鹏	康纪权	孙 海	
副主编	汤 强	杨孝斌	廖 辉	王雄瑞
	吴文权	何 聪	唐再良	陈翰林
	王新民	邹 进		
编 委	张彦春	刘兴燕	盛 登	黄群宾
	熊 华			

前 言

几何课程内容的改革,历来是国内外数学教育改革中的一个热点问题,也是每一次数学课程内容改革的焦点.随着中小学新一轮数学课程改革的深入开展,高等师范院校的“初等几何研究”课程改革势在必行.为此,我们按照“跟上时代,力求创新”的原则,在原“初等几何研究讲义”的基础上,编著了本书,使之更加凸显新课程改革中的新理念、新内容、新方法与新特点,更加紧密地与中学数学新教材有机衔接,为高等师范院校和职业技术学院数学教育专业开设“初等几何研究”课程提供了新的教学用书。

本书与国内外已经出版的同类书籍相比较,其特点是:体现一个“新”字,抓住一个“研”字,凸显一个“精”字.所谓“新”,一是理念新,体现中学数学新课程改革的最新理念;二是体系新,本书的结构体系打破了传统的结构体系,具有较强的创新性;三是内容新,本书在内容的呈现上,既反映一些传统的初等几何研究问题,又吸收了许多新的研究成果,大幅度扩展了传统初等几何研究的范围.所谓“研”,是指学生在学习了初等几何及高等几何知识与方法的基础上,不仅要进一步学习几何的相关知识和思维方法,而且要更多地研究“初等几何”:研究几何发展的历程和光辉的文化;研究几何科学的体系,严谨的证明,准确的计算及广阔的应用;研究几何巧妙的变换和现代技术下的作图;研究几何教学中的新理念、新内容、新方法以及几何课程改革中的新问题.所谓“精”,一是精心设计教材体系,使其既有科学性又有创新性;二是精选研究问题,注重典型性,避免随意性;三是精选例题和习题,书中选用的题型大多是从中考、高考、数学竞赛试题中精心挑选出来的,既有真实性又有实用性,能使读者举一反三,触类旁通。

值得一提的是,本书的第一章、第二章、第七章、第九章中,我们兼顾历史与现实,传统几何知识与现代几何发展并重,有利于学生从宏观上把握几何学和几何课程发展的全貌;在第三章、第四章、第六章中,我们又特别注意了几何问题处理的细节,有利于学生学习具体的几何知识、思想方法和技能技巧;在第五章和第八章中,我们重点介绍了用计算机实现快捷准确的几何作图和数学课程标准中的几何新理念、新内容和新方法,有利于学生深入理解数学课程标准,正确认识几何课程内容改革。

因此,本书既注重理论探究,又重视与教学实际紧密结合;既有自己的视角,又不简单地重复别人的成果,力求在创新上有所突破。

关于本书的使用,鉴于各学校教学时数不同,我们建议:课堂上重点讲授第二、三、四、五、六章;第一、八、九章可作为教师专题讲座内容;第七章可作为学生自主探究与合作交流的内容。

参加本书编写的有西南科技大学陈翰林教授、四川文理学院何聪教授、乐山师范学院邹进教授和张彦春老师、绵阳师范学院唐再良教授和盛登老师、宜宾学院王雄瑞教授和刘兴燕老师、内江师范学院王新民教授、阿坝师范专科学校吴文权教授、四川职业技术学院廖辉教授与西华师范大学汤强副教授、杨孝斌副教授、黄群宾副教授和熊华副教授,全书由西华师范大学邓鹏教授、康纪权教授和孙海副教授统稿。

由于编者水平有限,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请读者批评指正。

编 者

2011年1月15日

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010) 82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第一章 光辉灿烂的几何文化	1
1.1 几何学的发展简史	1
1.2 欧几里得的《几何原本》	4
1.3 第五公设的试证	7
1.4 希尔伯特的公理体系	8
1.5 非欧几何	10
1.6 非欧几何的应用与发展	12
1.7 中国古代数学中的几何问题	13
1.8 笛卡儿的几何思想方法	18
习题	20
第二章 科学严谨的几何证明	21
2.1 简明逻辑知识	21
2.1.1 数学命题	21
2.1.2 数学推理	26
2.2 证题方法	36
2.2.1 直接证法	36
2.2.2 间接证法	39
2.3 机器证明简介	44
2.3.1 机器证明的产生及发展	44
2.3.2 吴文俊几何定理证明的机械化方法简介	47
习题	51
第三章 快捷准确的几何计算	55
3.1 几何计算中常用的定理与公式	55
3.1.1 几何计算中的常用定理	55
3.1.2 几何计算中的常用公式	59
3.2 面积方法与面积计算	67
3.2.1 面积概念	67
3.2.2 面积计算	68

3.2.3	面积方法	75
3.3	几何中的向量计算	77
3.3.1	平面几何中的向量计算	77
3.3.2	立体几何中的向量计算	79
3.3.3	解析几何中的向量计算	82
	习题	86
第四章	妙趣横生的几何变换	89
4.1	图形的相等或合同	89
4.2	平移和旋转变换	90
4.2.1	运动	90
4.2.2	平移变换	91
4.2.3	旋转变换	91
4.2.4	平移和旋转变换的应用	92
4.3	轴反射或轴对称变换	94
4.3.1	轴反射变换的性质	94
4.3.2	轴反射变换的运用	95
4.4	平移、旋转、轴反射之间的关系	96
4.5	相似变换	100
4.5.1	相似变换的性质	100
4.5.2	位似变换的性质	101
4.5.3	相似变换和位似变换的应用	103
	习题	105
第五章	现代技术的几何作图	108
5.1	计算机辅助几何教学	108
5.2	Word 几何作图	110
5.2.1	Word 作图简介	110
5.2.2	Word 几何作图的应用	112
5.2.3	Word 几何作图的技巧	117
5.3	几何画板作图	118
5.3.1	几何画板简介	118
5.3.2	几何画板在平面几何作图中的应用	121
5.3.3	几何画板在立体几何作图中的应用	126
5.3.4	几何画板在平面解析几何作图中的应用	131
5.4	其他作图工具简介	136
5.4.1	AutoCAD 作图简介	136

5.4.2	Excel, Matlab 等作图工具简介	140
	习题	142
第六章	各类考试中的几何问题	144
6.1	中考几何问题	144
6.1.1	中考几何问题的基本特点	144
6.1.2	中考几何问题的基本内容	146
6.1.3	中考几何问题的基本解法	146
6.2	高考几何问题	157
6.2.1	高考几何问题的基本特点	157
6.2.2	高考几何问题的基本内容	159
6.2.3	高考几何问题的基本解法	159
6.3	竞赛几何问题	176
6.3.1	竞赛几何问题的基本特点	177
6.3.2	竞赛几何问题的基本内容	178
6.3.3	竞赛几何问题的基本解法	179
	习题	193
第七章	广阔空间的几何应用	198
7.1	生活中的几何问题	198
7.1.1	生活中的几何图形	198
7.1.2	生活中的几何计算	201
7.1.3	生活中的几何趣题	204
7.2	生产中的几何问题	206
7.2.1	生产中的几何设计	206
7.2.2	生产中的几何作图	210
7.2.3	生产中的几何度量	211
7.3	科技中的几何问题	214
7.3.1	科技中的几何模型	214
7.3.2	科技中的几何计算	217
7.3.3	科技中的几何证明	219
	习题	222
第八章	数学课标中的几何新知	226
8.1	几何教学中的新理念	226
8.2	几何教学中的新内容	229
8.2.1	球面几何	233
8.2.2	欧拉公式	238

8.2.3	分形几何	241
8.3	几何教学中的新方法	248
8.3.1	“动手实践”教学	248
8.3.2	“探究式”教学	251
8.3.3	“合作交流”教学	255
8.3.4	“情境—问题”教学	258
	习题	261
第九章	与时俱进的几何课程	263
9.1	国际几何课程改革概述	263
9.1.1	克莱因—佩里运动中的几何课程改革	263
9.1.2	“新数”运动中的几何课程改革	264
9.1.3	“回到基础”运动中的几何课程改革	265
9.1.4	20世纪90年代以来的几何课程改革	267
9.2	国内几何课程改革现状	268
9.2.1	国内几何课程改革历程	268
9.2.2	新一轮几何课程改革的特点	269
9.3	几何课程改革问题争鸣	273
9.3.1	欧氏几何是否过时	273
9.3.2	几何课程中的“证明”应该如何要求	274
9.4	几种几何课程教材简介	275
9.4.1	用向量方法组织编写的几何教材	276
9.4.2	用面积方法组织编写的几何教材	278
9.4.3	用变换群方法组织编写的几何教材	280
	习题	281
	参考文献	282

第一章 光辉灿烂的几何文化

什么是文化？中国古籍中的“文化”是与“武功”相对的概念，是“文治教化”的意思。西欧“文化”一词来源于拉丁文“cultura”，原意指农耕和作物培植。文艺复兴以后，逐渐推广使用，把对人的教化即称文化。较早给文化下明确定义的是英国人类学家爱德华·伯内特·泰勒(Edward Burnett Tylor, 1832—1917)，他认为，文化是一个复杂的总体，包括知识、信仰、艺术、道德、法律、风俗以及人类在社会里所得到的一切能力与习惯。随后由于学者各自的学术立场和观察角度不同，产生了各种互补的定义。《辞海》中关于“文化”的解释：广义指人类在社会实践过程中所获得的物质、精神的生产能力和创造的物质、精神财富的总和。狭义指精神生产能力和精神产品，包括一切社会意识形态；自然科学、技术科学、社会意识形态。

什么是几何学？几何学是研究空间和图形性质的一门数学学科。这门学科有其悠久的历史，是为后人学习和创新的宝贵精神产品，几何文化闪耀着灿烂的光辉！

1.1 几何学的发展简史

几何学的发展历经了四个基本阶段。

一、经验事实的积累和初步整理。

在古代埃及，尼罗河水年年泛滥，两岸田亩地界经常被淹，事后必须设法测量，重新勘定地界线。在这个实际的需求中，测量土地的方法自然应运而生。据考证西方的几何学就是起源于这种测地术。“几何学”这个名词是我国明朝徐光启(1562—1633)译的，这个词的原义无论在拉丁文或希腊文里都包含“测地术”的意思。

众所周知，古埃及建有很多金字塔，这些金字塔的工程非常浩大，而它的精美造型，直到现在还是令人十分叹服。由此可见，埃及人很早就已经知道很多几何知识了。大约公元前1650年，埃及人阿默斯(Ahrmes, 生卒年月不详)手抄了一本书，即后人所称的“阿默斯手册”，最早发现于埃及底比斯的废墟中。公元1858年由英国的埃及学者莱因德(A. H. Rhind)购得，故又名“莱因德纸草书”。此书中载有很多关于面积的测量法以及关于金字塔的几何问题。这本世界上最古老的数学书出于埃及并不是偶然的，应该说是埃及人智慧积累的结果。

在我国秦汉间成书的《周髀算经》和《九章算术》已记载了许多关于几何的问题,由这两部书可以知道“圆周率”及“勾股定理”在很早就被中国古代数学家研究了.再推前一些,无论在石器时代的陶器上,或在殷商的钟鼎上都已经有了精美的几何图案.所以,我国古代对几何学的研究也有悠久的历史.

由此可见,人们在实践过程中积累了丰富的几何经验,形成了一些粗略的概念.这些概念反映了某些经验事实以及它们之间的联系,并逐步得到系统的整理.而且,在这个漫长的过程中,人们也进行过某些简单的推理和直观的论证.

二、理论几何的形成和发展.

古代埃及虽然积累了许多几何知识,但是还没有组织成一门系统的科学.后来希腊和埃及通商,而当时希腊的许多学者也先后来到埃及留学,于是几何知识渐渐传入希腊.此后,这些知识无论在实际材料方面,或是在某些理论基础的奠基方面,在希腊得到了光辉的发展.这样,几何学便形成了一门独立的科学.这门科学后来传播于欧洲诸国,一直流传至今.

古希腊的许多数学家,如泰勒斯(Thales,约前624—约前547)、毕达哥拉斯(Pythagoras,前580至前570之间—约前500)、希波克拉底(Hippocrates,约前460—前377)、柏拉图(Platon,前427—前347)、欧几里得(Euclid,约前330—前275)等人,对几何学都有很大贡献.泰勒斯曾发现若干几何定理和证明的方法,这是理论几何的开端,他还利用几何定理来解决实际问题,凭一根竹竿就可以测得金字塔的高度.毕达哥拉斯认为数学是一切学问的基础,他对几何有很多研究,著名的勾股定理在西方就叫做“毕达哥拉斯定理”.希波克拉底是编著第一部初等几何教科书、并首先使用“反证法”的人,他还与柏拉图等同为研究“几何三大问题”的人,并因此发现了许多几何定理.柏拉图首创证题利器“分析法”,而确立缜密的定义和明晰的公理作为几何学的基础,这种思想也由柏拉图开其先河.欧几里得搜集当时所有已知的初等几何知识的材料(也包括他自己的发现),按着严密的逻辑系统,编成《几何原本》十三卷(简称《原本》),这本书在历史上极负盛名,后世誉为几何学的杰作.

在我国,战国时代的墨子(约前468—前376),著有《墨经》十五卷,其中所载科学文字,标意立说,都极其精微深刻.就其所论的几何学的各条来说,较之西方百余年后的欧几里得,毫无逊色.如“墨经”上说:“圜,一中同长也”.这里的“圜”即是圆,是说圆有唯一的中心,而这个中心距圆上任何点都一样远.又如“方,柱隅四讎也”.其中的“方”指正方形,“柱”就是边,“隅”就是角,“讎”有相等的意思,是说正方形四边及四角各相等.像这样对“圜”和“方”下的定义,字句简单而定义准确,欧几里得所下的“圆”和“正方形”的定义中亦不过如此.其后又有荀子(约前313—前238),在他所著《荀子》中曾说:“五寸之矩,尽天下之方

也”。这和欧几里得的第四公设“凡直角都相等”意义完全相同。由此记录可以窥见我国古代几何的一斑。

三、解析几何的产生与发展。

16世纪以后,由于生产和科学技术的发展,天文、力学和航海等方面都对几何学提出了新的要求。例如,法国天文学家开普勒(Johannes Kepler,1571—1630)发现行星是绕着太阳沿着椭圆轨迹运行的,太阳处在这个椭圆的一个焦点上;意大利科学家伽利略(Galilei,1564—1642)发现投掷物体沿着抛物线运动。这些发现都涉及圆锥曲线,要研究这些比较复杂的曲线,原来的一套方法显然已经不适应了,这就导致了解析几何的出现。

1637年法国哲学家和数学家笛卡儿(Descartes,1596—1650),发表了著作《方法论》,这本书的后面三篇附录:《析光学》、《流星学》、《几何学》,当时的这个“几何学”实际上指的是数学,就像中国古代“算术”和“数学”是一个意思一样。后世的数学家和数学史学家都把笛卡儿的《几何学》作为解析几何的起点。

从笛卡儿的《几何学》可以看出,笛卡儿的中心思想是建立起一种“普遍”的数学,把算术、代数、几何统一起来。他设想把任何数学问题化为一个代数问题,再把任何代数问题归结到解一个方程式。为了实现上述设想,笛卡儿从天文和地理的经纬度出发,提出平面上的点和实数对 (x, y) 的对应关系, x, y 的不同数值可以确定平面上许多不同的点,这样就可以用代数的方法研究曲线的性质,这就是解析几何的基本思想。

解析几何的产生并非偶然。在笛卡儿写《几何学》以前,就有许多学者研究过两条相交直线作为一种坐标系,也有人在研究天文、地理的时候,提出了一点位置可由两个“坐标”(经度和纬度)来确定。这些都对解析几何的创立产生了很大的影响。

在数学史上,一般认为和笛卡儿同时代的法国业余数学家费马(Fermat,1601—1665)也是解析几何的创立者之一,应该分享创立这门学科的光荣。

费马是一个业余从事数学研究的学者,对数论、解析几何、概率论三方面都有重要贡献。他性情谦和,对自己所写的书无意发表。但从他的通信中知道,他早在笛卡儿发表《几何学》以前,就已写了关于解析几何的小论文,已经有了解析几何的思想,直到1665年费马死后,他的思想和著述才从给友人的通信中得到公开。

由于笛卡儿系统地总结了用数对表示点的位置的方法,建立了笛卡儿直角坐标系,运用了代数方法研究几何问题,从而扩展了几何学的研究内容,使圆锥曲线等图形也成为几何学的研究对象。特别是,研究几何方法从单纯强调逻辑方法,到强调逻辑方法和代数方法并重,从而促进了几何学的进一步发展。因此,解

析几何的产生与发展就成为几何学发展的第三阶段的重要标志.

四、现代几何的发展.

在初等几何和解析几何的发展过程中,人们不断发现欧几里得的《原本》在逻辑上有不够严密之处,并不断充实了一些公理.特别是尝试去证明第五公设的失败,促使人们重新考察几何学的逻辑基础,并取得了两方面的成果.一方面从改变几何的公理系统,即用和欧几里得的第五公设相矛盾的命题来代替第五公设,从而导致几何学研究对象的根本突破.先后由高斯(Gauss, 1777—1855)、波尔约(J. Bolyai, 1802—1860)和罗巴切夫斯基(Lobachevskii, 1792—1856)建立起罗氏几何,以后又有了黎曼(Riemann, 1826—1866)几何.另一方面,由于对公理系统的严格分析,最后形成了严格的公理化方法,并在1899年由希尔伯特(Hilbert, 1862—1943)在他的《几何基础》中建立起完善的欧几里得几何公理系统.

随着工农业生产和科学技术的不断发展,几何学的知识也越来越丰富,研究对象和方法不断拓广,使现代几何以空前的速度向前发展.几何学的分支学科有平面几何、立体几何、罗氏几何、黎曼几何、解析几何、射影几何、仿射几何、代数几何、微分几何、计算几何、分形几何、拓扑学等.而我们研究的初等几何,则主要涉及平面几何、立体几何的内容.

1.2 欧几里得的《几何原本》

为了有效地研究初等几何,我们必须了解欧几里得的《几何原本》.《几何原本》共13卷.其中第五、第七、第八、第九和第十卷,讲述比例和算术理论(用几何方式来叙述),其余都是讲纯粹几何.第一卷包括三角形全等的条件、三角形边和角的关系、平行线的理论和三角形以及多边形等积的条件.第二卷主要用等积变换的方法研究代数的一些结论.第三卷讲的是圆.在第四卷里讨论圆内接和外切多边形.第六卷论述相似多边形.在最后三卷里叙述立体几何原理.

《几何原本》每卷都以一些概念的定义、公理和公设为基础.第一卷便是以23个定义、5个公设和5个公理开始的.

定义

- (1) 点是没有部分的;
- (2) 线是有长度而没有宽度的;
- (3) 线的界限是点;
- (4) 直线是这样的线,它对于它的所有各个点都有同样的位置;
- (5) 面是只有长度和宽度的;

- (6) 面的界限是线；
- (7) 平面是这样的面，它对于在它上面的所有直线有同样的位置；
- (8) 平面上的角是在一个平面上的两条相交直线的相互倾斜度；
- (9) 当形成一个角度的两线是一直线的时候那角度称为平角。

定义(10)——(22)涉及直角和垂线，钝角和锐角，圆、圆周和中心，直线，三角形，四边形，等边、等腰和不等边三角形，正方形，直角三角形，菱形及其他。最后一个定义是(23)平行直线是在同一平面上而且尽管向两侧延长也决不相交的直线。

公理

- I. 等于同量的量彼此相等；
- II. 等量加等量，其和相等；
- III. 等量减等量，其差相等；
- IV. 彼此能重合的量是全等的；
- V. 整体大于部分。

公设

- I. 过两点能作且只能作一直线；
- II. 线段(有限直线)可以无限地延长；
- III. 以任一点为圆心，任意长为半径，可作一圆；
- IV. 凡是直角都相等；
- V. 同平面内一条直线和另外两条直线相交，若在直线同侧的两个内角之和小于 180° ，则这两条直线经无限延长后在这一侧一定相交。(等价命题——平行公设：过直线外一点有且仅有一条直线与已知直线平行。)

这里有两点值得一提。

一是《几何原本》原有13卷，后来别人在书末续了两卷。明朝万历三十五年(1607年)徐光启与意大利的耶稣会传教士利玛窦(Matteo Ricci, 1552—1610)合译前六卷，在北京出版，这是西洋数学输入我国的开始。1852—1859年李善兰(1811—1882)与英国传教士伟烈亚力(Alexander Wylie, 1815—1887)在上海续译后九卷。

二是欧几里得本人并没有说明“公理”与“公设”的区别。按字面内容来看，似乎欧几里得所谓公理，指的是人们认为明白无疑的公共观念，而公设是一种假设的事项。几何学里用他们作为最简单的论理根据。或者，欧几里得认为假设的事项，容许还有商榷的余地，试看他把第五公设(平行公设)排在靠后的位置，倘若他觉得这条最可怀疑，到不得已时才将它提出来。欧几里得煞费苦心，于此可见一斑。近代著作已不再区分公理与公设，而一律叫做公理。

在几何学发展的历史长河中，欧几里得的《几何原本》具有重大的历史意

义。《几何原本》最突出的一点，是它从一些特别提出的公理、公设和定义有计划地论证其他命题。其次，它第一次把丰富而散漫的几何材料整理成了系统严明的读本。这些优点使它成为集古代数学之大成，源古长流，影响深远，号称两千年来公认的第一部科学巨著。两千多年来，所有初等教科书以及19世纪以前的一切有关初等几何的论著无不以《几何原本》为依据。于是这部系统严明的著作被人们看做几何学的经典著作，甚至将“欧几里得”用作几何学的代名词。由于这个历史性的称誉，人们一直就把这种体系的几何学称为欧几里得几何学。现在中学所学的几何，大致还是欧几里得的几何体系。

但是，由于历史条件的局限性，《几何原本》还存在一些缺点。我们知道，定义一个概念需要利用其他已知概念。所以，追根溯源就要有一些不能加以定义的原始概念作为定义其他概念的出发点。点、线、面、直线、平面等都应当作为原始概念处理，但《几何原本》却另外用了“部分”、“长度”、“宽度”、“界限”以及“同样的位置”等概念对它进行定义，而这些概念的意义却更不明确或者还不如点、线、面等概念更直观一些。

同时，在《几何原本》中还重复用到“在……之间”、“在……同侧”等概念，但都未加定义也未作必要的解释或通过公理来加以规定。

欧几里得把全部的公设和公理，作为几何学严格的逻辑推理的基本命题，实在过于贫乏，它的缺点也在于此。因而欧几里得推论命题时往往求助于图形的直观性，而若明若暗的默认一些“显然的事实”。例如作等边三角形时，就默认了图形经过移动以后保持形状大小不变。事实上，要证明以上默认的事实还得有连续公理、运动或合同公理，可是《几何原本》不但缺这些公理，甚至没有明确建立相应的概念。

从严格的逻辑观点来看，欧几里得的《几何原本》确有以上提出的一些缺点，但我们不应该因此去苛责古人，因为在他所处的时代，他所建立的几何的逻辑结构不能不算是非常严密的了。无疑地，欧几里得在几何发展史上不可磨灭的功绩，是他示范地完成了用形式逻辑建立严明的几何体系这个出色的工作，所以我们对于《几何原本》的评价，并不因它的缺点而有所降低。正如徐光启在评论《几何原本》时说：“此书为益能令学者祛其浮气，练其精心；学事者资其定法，发其巧思，故举世无一人不当学”。徐光启同时也说：“能精此书者，无一事不可精；好学此书者，无一事不可学。”

爱因斯坦(Einstein, 1879—1955)更是认为：“如果欧几里得未激发你少年时代的科学热情，那你肯定不是天才科学家。”

由此可见，《几何原本》是一部具有一定历史价值的承前启后的杰作，对人类科学思维的影响是何等巨大。