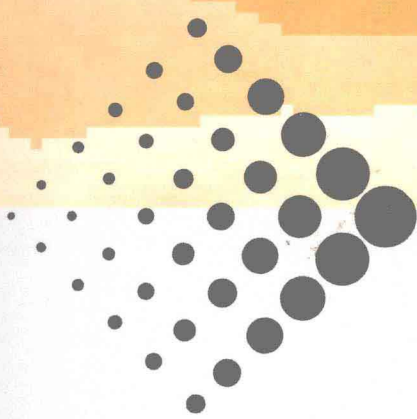


高等职业教育课程改革基础课辅导用书

高等数学练习册

主 编 杨 军

副主编 俞金元 陆 锋 盛秀兰



GAODENG SHUXUE LIANXICE



南京大学出版社

高等职业教育课程改革基础课辅导用书

高等数学练习册

主 编 杨 军

副主编 俞金元 陆 锋 盛秀兰



南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册/杨军主编. —南京:南京大学出版社,
2009. 8

高等职业教育课程改革基础课辅导用书

ISBN 978 - 7 - 305 - 06334 - 3

I. 高… II. 杨… III. 高等数学—高等学校:技术
学校—习题 IV. 013 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 131591 号

出 版 者 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 <http://www.NjupCo.com>
出 版 人 左 健
丛 书 名 高等职业教育课程改革基础课辅导用书
书 名 高等数学练习册
主 编 杨 军
责任编辑 蔡文彬 编辑热线 025 - 83686531
照 排 南京南琳图文制作有限公司
印 刷 盐城市华光印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 10 字数 242 千
版 次 2009 年 8 月第 1 版 2009 年 9 月第 2 次印刷
印 数 3601-8600
ISBN 978 - 7 - 305 - 06334 - 3
定 价 20.00 元
发行热线 025 - 83594756
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

* 版权所有,侵权必究

* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换。

前 言

本书的编写以高职院校的人才培养目标为依据,针对工科高职学生学习的特点,结合编者多年的教学实践,紧紧围绕“数学为基,工程为用”的原则进行设计。

本书共分为十三个单元,每个单元包括两个部分。

一是随堂练习,按照教材顺序,以“三讲一练”配置了适量的随堂练习题。随堂练习的题型有填空题,选择题和解答题(包括计算题,证明题和应用题等)。选题力求使读者理解和掌握高等数学的基础理论和常用的计算方法,初步受到用数学方法解决几何、物理和工程等实际问题的能力训练。

二是复习题,精选了能反映本单元知识综合运用的一定数量题目。读者通过做复习题,能巩固本单元所学知识,进一步提高综合运用所学知识分析问题、解决问题的能力。

本书的编写分工为:俞金元(无穷级数单元,常微分方程单元),陆峰(函数、极限与连续单元,不定积分单元,向量代数与空间解析几何单元,二重积分及应用单元),杨军(导数与微分单元,导数的应用单元,多元函数微分学单元,傅氏级数与积分变换单元),盛秀兰(定积分及应用单元,线性代数初步单元,概率统计初步单元)。本书由杨军修改、统稿、定稿。

本书的形式为随堂练习,设计为活页,方便学生和教师使用。本书的出版得到了江苏城市职业学院基础课教学部、教务处、教学处以及南京大学出版社的大力支持,在此谨表示衷心感谢。

限于编者水平,加上时间仓促,书中难免有不当之处,敬请广大师生和读者批评指正。

编 者

2009 年 8 月

目 录

函数、极限与连续(练习一)	1
函数、极限与连续(练习二)	3
函数、极限与连续(练习三)	5
函数、极限与连续(练习四)	7
函数复习题	9
极限与连续复习题	11
导数与微分(练习一)	13
导数与微分(练习二)	17
导数与微分复习题	19
导数的应用(练习一)	21
导数的应用(练习二)	23
导数的应用(练习三)	25
导数的应用复习题	29
不定积分(练习一)	31
不定积分(练习二)	33
不定积分(练习三)	35
不定积分复习题	37
定积分及应用(练习一)	39
定积分及应用(练习二)	43
定积分及应用(练习三)	45
定积分及应用复习题	49
向量代数与空间解析几何(练习一)	51
向量代数与空间解析几何(练习二)	53
向量代数与空间解析几何复习题	55
多元函数微分学(练习一)	57
多元函数微分学(练习二)	59
多元函数微分学(练习三)	63
多元函数微分学复习题	67

二重积分及应用(练习一)	69
二重积分及应用(练习二)	71
二重积分及应用复习题	75
无穷级数(练习一)	77
无穷级数(练习二)	79
无穷级数复习题	81
常微分方程(练习一)	83
常微分方程(练习二)	87
常微分方程复习题	91
傅氏级数与积分变换(练习一)	93
傅氏级数与积分变换(练习二)	97
傅氏级数与积分变换(练习三)	99
傅氏级数与积分变换(练习四).....	101
傅氏级数与积分变换复习题.....	103
线性代数初步(练习一).....	105
线性代数初步(练习二).....	109
线性代数初步(练习三).....	113
线性代数初步(练习四).....	117
线性代数初步复习题.....	121
概率统计初步(练习一).....	123
概率统计初步(练习二).....	127
概率统计初步(练习三).....	131
概率统计初步(练习四).....	135
概论统计初步复习题.....	139
参考答案.....	141

函数、极限与连续(练习一)

一、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5-x}}$ 的定义域是 _____.
2. 函数 $y = \frac{1}{x-1} + \ln(4-x^2)$ 的定义域是 _____.
3. 设 $f(x-1) = x^2 - 2x$, 则 $f(x) =$ _____.
4. 曲线 $y = x \cos x$ 关于 _____ 对称.
5. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \leq 0; \\ e^x, & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(0) =$ _____.

二、单选题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 设 $P = \{1, 2, 3\}, M = \{1, 3, 5\}$, 则 $P \setminus M = (\quad)$.
A. $\{5\}$ B. $\{2\}$ C. $\{1\}$ D. $\{3\}$
2. 设函数 $y = x^2 \sin x$, 则该函数是().
A. 奇函数 B. 偶函数 C. 非奇非偶函数 D. 既奇又偶函数
3. 函数 $f(x) = x \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$ 的图形是关于()对称.
A. $y = x$ B. x 轴 C. y 轴 D. 坐标原点
4. 设 $f(x+1) = x^2 - 1$, 则 $f(x) = (\quad)$.
A. $x(x+1)$ B. x^2 C. $x(x-2)$ D. $(x+2)(x-1)$
5. 下列各函数对中, () 中的两个函数相等.
A. $f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = x$ B. $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = x$
C. $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2 \ln x$ D. $f(x) = \ln x^3, g(x) = 3 \ln x$

三、分解下列各复合函数(每小题 6 分,共 30 分)

1. $5^{\cos(x^2)}$.
2. $e^{(2x+1)^2}$.

$$3. \sqrt{\ln \sqrt{x}}.$$

$$4. \cos \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-1}}.$$

$$5. \ln[\tan(x^2+1)^2].$$

四、应用题(每小题 15 分,共 30 分)

$$1. \text{ 已知函数 } f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x < 1; \\ 1, & 1 \leq x < 2; \\ 4-x, & 2 \leq x \leq 4, \end{cases} \text{ 求:}$$

(1) 作函数 $f(x)$ 的图形,并写出其定义域;(2) 求 $f(0), f(1.2), f(3), f(4)$.

2. 要设计一个容积为 $V=20\pi \text{ m}^3$ 的有盖圆柱形贮油桶,已知桶盖单位面积造价是侧面的一半,而侧面单位面积造价又是底面的一半. 设桶盖造价为 a (单位:元/ m^2),试把贮油桶总造价 p 表示为贮油桶半径 r 的函数.

函数、极限与连续(练习二)

一、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[4 + \frac{(-1)^n}{n^2} \right] = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $\lim_{x \rightarrow 1} (2x-1) = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = \underline{\hspace{2cm}}, \lim_{x \rightarrow \infty} \cos x = \underline{\hspace{2cm}}.$
- 已知极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + k}{x - 2} = 3$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、单选题(每小题 4 分,共 20 分)

- 当 $n \rightarrow \infty$ 时,下列数列极限存在的是().
 A. $(-1)^n \cdot n$ B. $\frac{n+1}{n}$ C. 2^n D. $\sin n$
- 从 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$ 不能推出().
 A. $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = 1$ B. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = 1$
 C. $f(x_0) = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - 1] = 0$
- 设 $f(x) = \begin{cases} |x| + 1, & x \neq 0; \\ 2, & x = 0, \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 的值为().
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 不存在
- $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 都存在 是函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 有极限的().
 A. 充分条件 B. 必要条件
 C. 充分必要条件 D. 无关条件
- 当 $x \rightarrow 1$ 时,函数 $\frac{x^2 - 1}{x - 1} e^{\frac{1}{x-1}}$ 的极限为().
 A. 2 B. 0
 C. ∞ D. 不存在但也不为无穷大

三、求下列极限(每小题 6 分,共 30 分)

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}.$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3x+6)^7 (8x-5)^3}{(5x-1)^{10}}.$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^3 - 5x + 6}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right).$$

四、解答题(每小题 15 分,共 30 分)

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x > 0; \\ 2x + b, & x \leq 0, \end{cases}$ 要使极限 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, b 应取何值?

2. 试问下列各函数的图形是否有水平渐近线? 若有水平渐近线, 写出其方程.

(1) $y = \frac{3x+1}{x}.$

(2) $y = \frac{1}{x^2 + 1}.$

函数、极限与连续(练习三)

一、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin kx} = 2$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{x+1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^{2x} = e$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sqrt{1+x} - 1$ 是 x 的 _____ 无穷小.

二、单选题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 下列变量为无穷小量的是().

A. $\ln x$ B. $\frac{\sin x}{x}$ C. $x \sin \frac{1}{x}$ D. $\frac{1}{\sqrt{x}}$

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量中为无穷小量的是().

A. $\frac{1}{x}$ B. $\frac{\sin x}{x}$ C. $\ln(1+x)$ D. $\frac{x}{x^2}$

3. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx+d} = (\quad).$

A. e B. e^b C. e^{ab} D. e^d

4. 下列各式中正确的是().

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x^2}{x} = 1$ B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$

5. 下列各式中正确的是().

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x} = e$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{-\frac{1}{x}} = e$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

三、求下列极限(每小题 6 分,共 36 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2\cos 2x}{x^2}.$

$$3. \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} \frac{\sin(4x^2 - 9)}{2x - 3}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+4} - 2}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^{2 \sec x}.$$

四、解答题(每小题 12 分,共 24 分)

$$1. \text{ 已知 } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-C} \right)^x = 2, \text{ 求 } C.$$

2. 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, $\sin \sqrt{x}$ 和 $\frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi}{2}(1-x)$ 哪一个与 x 为同阶无穷小? 哪一个比 x 低阶的无穷小? 是否有 x 的等价无穷小?

函数、极限与连续(练习四)

一、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} x \sin^2 \frac{1}{x}, & x > 0; \\ a + x^2, & x \leq 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则 $a =$ _____.

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 1; \\ b, & x = 1 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 则 $b =$ _____.

3. 函数 $y = \frac{1}{1-e^x}$ 的间断点是 _____.

4. 函数 $y = \frac{x^2-2x-3}{x+1}$ 的间断点是 _____.

5. 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{(x+1)(x-4)}$ 的连续区间是 _____.

二、单选题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 当 $k =$ () 时, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \neq 0; \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续.

A. 0 B. 1 C. 2 D. -1

2. 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处有定义是 $f(x)$ 在 x_0 处连续的 ().

A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充分必要条件 D. 无关条件

3. 函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处 ().

A. 左连续 B. 右连续 C. 连续 D. 左右皆不连续

4. 函数 $f(x) = \frac{x-3}{x^2-3x+2}$ 的间断点是 ().

A. $x=1, x=2$ B. $x=3$
C. $x=1, x=2, x=3$ D. 无间断点

5. 方程 $x^3+2x^2-x-2=0$ 在 $(-3, 2)$ 内 ().

A. 恰有一个实根 B. 恰有两个实根
C. 至少有一个实根 D. 无实根

三、求下列极限(每小题 6 分,共 30 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{9}} \ln(2\cos 3x).$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln \frac{\sin x}{x}.$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \ln \frac{x-4}{\sqrt{2x+1}-3}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x-1)}{x^2+x-2}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2 x}{x} + \frac{e^x}{x+1} \right).$$

四、计算题(每小题 15 分,共 30 分)

$$1. \text{ 设函数 } f(x) = \begin{cases} \frac{a(1-\cos x)}{x^2}, & x < 0; \\ 1, & x = 0; \\ \ln(b+x), & x > 0 \end{cases} \text{ 在 } x=0 \text{ 处连续,求 } a, b \text{ 的值.}$$

$$2. \text{ 讨论函数 } y = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2} \text{ 的连续性,若有间断点,指出其间断点的类型.}$$

函数复习题

一、填空题

1. 设 $f\left(1+\frac{1}{x}\right)=1+\frac{1}{x^2}$, 则 $f(x)=$ _____.
2. 设 $f(x-2)=x+1$, 则 $f\left(\frac{1}{x}\right)=$ _____.
3. 函数 $y=\sin 3x-\tan\left(\frac{x}{2}\right)$ 的图形关于_____对称.
4. 函数 $y=\arcsin \frac{x-1}{3}-\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域用区间表示为_____.
5. 设 $y=f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$, 则 $y=f(\ln x)$ 的定义域用区间表示为_____.

二、单选题

1. $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 在其定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内是().
A. 奇函数 B. 偶函数 C. 非奇非偶函数 D. 周期函数
2. $y=x^2 \cdot \frac{e^x-1}{e^x+1}$ 在其定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内是().
A. 奇函数 B. 偶函数 C. 非奇非偶函数 D. 有界函数
3. 下列各组函数中, 表示同一个函数的是().
A. $y=\ln x^2, y=2\ln x$ B. $y=\ln \sqrt{x}, y=\frac{1}{2}\ln x$
C. $y=\cos x, y=\sqrt{1-\sin^2 x}$ D. $y=\frac{1}{1+x}, y=\frac{x-1}{x^2-1}$
4. 设函数 $\varphi(x)$ 在 $(-a, a)$ 上有定义, 则函数 $f(x)=\varphi(x)-\varphi(-x)$ 的图形().
A. 关于 y 轴对称 B. 关于直线 $y=x$ 对称
C. 关于原点对称 D. 既不关于原点对称也不关于 y 轴对称
5. 若 $f(u)=\frac{1}{u}$, 且 $f(x)+f(y)=f(z)$, 则 $z=($).
A. $x+y$ B. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ C. $\frac{x+y}{xy}$ D. $\frac{xy}{x+y}$

三、分解下列各复合函数

1. $y=3^{\sin(x^2)}$.
2. $y=\arctan(e^{-\sqrt{x}})$.

四、作图题

1. 在同一坐标系中作函数 $y=e^x$ 与 $y=e^{-x}$ 的简图.
2. 作函数 $y=\ln x$ 的简图.

五、补充题

1. 求函数 $y = \log_{(x-1)}(16-x^2)$ 的定义域(用区间表示).
2. 设函数 $y = \varphi(x) \cdot \left(\frac{1}{a^x-1} + \frac{1}{2} \right)$, 其中 $a > 0, a \neq 1$, $\varphi(x)$ 是奇函数, 试判定函数 y 的奇偶性.

极限与连续复习题

一、填空题

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} + k, & x > 0; \\ x \cos x, & x \leq 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 连续, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 已知 $f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{1}{3x}}, & x \neq 0; \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 连续, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 函数 $y = \cos \frac{1}{x}$ 的间断点是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, 它是属于第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 类间断点.
5. 函数 $y = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 的间断点是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、单选题

1. 下列极限计算正确的是().
A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \sin \frac{1}{x} \right) = 0$
B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^2} \cdot \cos x \right) = 0$
C. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(x \cdot \cos \frac{1}{x-1} \right) = 0$
D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$
2. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} = (\quad)$.
A. 2
B. -2
C. 0
D. 不存在
3. 设 $f(x) = \frac{x(x+1)}{x^2-1}$, 则当()时 $f(x)$ 是无穷小量.
A. $x \rightarrow 0$
B. $x \rightarrow 1$
C. $x \rightarrow -1$
D. $x \rightarrow \infty$
4. 当 $x \rightarrow \infty$ 时, 下列()是无穷大量.
A. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$
B. $f(x) = x^2 + \sin \frac{1}{x}$
C. $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$
D. $f(x) = \frac{1}{3x^2 + 2x + 1}$
5. 下列命题中正确的是().
A. 若 $f(x)$ 在 (a, b) 内有定义, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 内连续
B. 若极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处连续
C. 若 $f(x)$ 在 x_0 有定义, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处连续
D. 若 $f(x)$ 在 (a, b) 内每一点都连续, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 内连续