梁嘉骅文集

LIANGJIAHUA WENJI

梁嘉骅 著

山西出版传媒集团
山西人民出版社

梁嘉骅文集

梁嘉骅　著

山西出版传媒集团
山西人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

梁嘉骅文集 / 梁嘉骅著. --太原 : 山西人民出版社， 2012.4
ISBN 978-7-203-07718-3

I. ①梁… II. ①梁… III.①梁嘉骅 （1937~2011)-文集 IV. ①C93-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 070519 号

梁嘉骅文集

著　　者:梁嘉骅
责任编辑:贺　权
装帧设计:昭惠文化

出 版 者:山西出版传媒集团·山西人民出版社
地　　址:太原市建设南路 21 号
邮　　编:030012
发行营销:0351-4922220　4955996　4956039
　　　　0351-4922127 （传真） 4956038(邮购)
E-mail: sxskcb@163.com 发行部
　　　　sxskcb@126.com 总编室
网　　址:www.sxskcb.com

经 销 者:山西出版传媒集团·山西人民出版社
承 印 者:太原市金容印业有限公司

开　　本:787mm×1092mm　1/16
印　　张:39.5
字　　数:800 千字
版　　次:2012 年 4 月　第 1 版
印　　次:2012 年 4 月　第 1 次印刷
书　　号:ISBN 978-7-203-07718-3
定　　价:75.00 元

序 XU

梁嘉骅教授生于1937年，是广东省广州市人，在山西大学从教五十余年，生前任山西省环境与经济发展促进会会长，山西大学管理科学与工程研究所所长、博士生导师、教授，是山西大学管理科学与工程学科的创始人，享受国务院特殊津贴专家，为山西大学乃至山西省管理学科的发展做出了突出的贡献。

梁嘉骅教授的学术生涯主要经历了这样几个阶段：

二十世纪七十年代末，他积极探索使用数学方法解决经济社会发展中的实际问题，先后发表"雷达目标的fuzzy分类与识别"、"广义距离与最优化"、"预测与识别"、"折线分离器设计"等论文二十多篇，研究成果"玻璃钢自动缠绕机"获国家科技大会一等奖。

二十世纪八十年代中期，梁嘉骅教授开始对决策理论与方法进行研究，学术成果在区域经济与环境、企业管理等领域得到广泛应用，多项成果获得省部级奖项。其中，"动态规划在计算和控制中的应用"研究获山西省科技进步二等奖。"教育决策支持系统"代表国家教委参加由联合国亚太地区教科文组织所召开的亚太地区教育系统计算机应用国际学术会议，被选为向国际推广项目。"SX-教育决策支持系统"获山西省科技成果二等奖，经鉴定达到国际先进水平。"中医电脑专家系统"获山西科技进步三等奖。"地区总体发展决策支持系统"获国家计委优秀成果奖。1987年，他还以中国专家身份到奥地利维也纳联合国国际应用系统分析研究所参加了重大国际合作项目"地区总体发

展决策支持系统”的研究工作。

二十世纪九十年代，梁嘉骅教授在山西省计委、省环保局的项目支持下，以山西为重点研究对象，开展对资源与环境的系统研究，并于1992年出版了我国第一部关于环境管理系统工程的专著《环境管理系统工程》。

本世纪初，梁嘉骅教授开始对企业生态理论方法进行研究，并先后在《中国软科学》、《管理科学学报》等期刊发表企业生态相关论文10余篇。2005年，梁嘉骅教授在科学出版社出版他的代表作《企业生态与企业发展》，引起了国内外管理学界的广泛关注，并于2007年获得山西省社会科学优秀成果奖一等奖。

梁嘉骅教授从教五十多年，辛勤耕耘，甘为人梯，在科研和教学工作中默默倾注了一生心血，取得了丰硕的研究成果，培养出众多优秀人才，是一位深受尊敬和爱戴的学者和老师。他在《管理科学学报》、《中国软科学》、《系统工程理论与实践》、《系统工程学报》、《管理科学》等刊物发表的重要学术论文达到120余篇。在梁嘉骅教授去世一周年之际，我们把梁嘉骅教授本人及与其合作者共同撰写的论文进行了收集整理，并挑选了部分论文，辑以出版，以弘扬梁嘉骅教授的治学精神和人格魅力，表达对梁嘉骅教授深深的敬意。同时，也希望本书的出版，对相关领域的研究者和学习者以启迪。

刘维奇

2012年3月22日

目录

MU LU

模型与方法

医疗与医药

企业生态理论及应用

竞争与战略

资源与产业

模型与方法

MOXINGYUFANGFA

动态规划在最优控制理论与计算中的应用

一、引言

最优控制问题的理论研究，通常沿着 A.C. Лонтрягин的极大值原理与 R. Bellman 的动态规划两个途径进行。

自从 1952 年 R. Bellman[1]首次发表动态规划理论以来，R. Bellman、S.E.Dreffus、L.D.Berkovitz 和 R.Kalaba 等人把动态规划应用到处理最优控制问题，在理论与应用方面作了大量的研究工作。七十年代以来 H.J.Kushnev、R.W.Richel、M.H.A.Davis、R.Boel、L.P.Ston 及 F.Lee 等人使用动态规划对随机系统进行研究，使动态规划方法成为处理决定型最优控制与随机控制问题有力的工具。

动态规划法的基础是一个非常直观的原则—Bellman 称之为最优化原则。使用动态规划研究最优控制问题主要优点之一是在给出理论结果的同时，给出具体的算法。这点在实际应用中是很重要的。实际上，不管使用何种理论方法，只有在极少数的情况才能得出解析解的形式。以至当前研究最优控制问题的一个主要途径是研究直接数值算法。使用常规的动态规划算法，众所周知，遇到的主要困难是所谓“维数障碍”。R. Bellman 等人提出，使用多项式迫近的方法进行处理，这方法确实可以减少对内存容量的要求。

研究新算法，是动态规划研究的一个重要课题。使用动态规划的思想原则，与其他方法结合（主要是变分法）找寻最优控制算法已经取得很重要的结果。这方面主要是 A.Bryson、S.R.M.McReynolds 和 S.K.Mitten 以及 D.Mayn、D.Jacobson 等人的工作。Bryson，McReynolds，Mitten 的工作更多依赖变分的思想，而 Mayn，Jacobson 更多地使用动态规划的思想。他们把他们使用的方法称为微分动态规划。

由于动态规划理论与有关算法的研究以及计算机技术的发展，更加显示动态规划方法的重要性。

本文介绍使用动态规划方法处理决定型最优控制的问题。对离散系统只介绍动态规划方程与处理线性二次问题的方法。对连续系统介绍连续型动态规划方程，对方程本身以及驻点条件、凸性条件作初步的介绍；并介绍动态规划与Лонтрягин原理的关系；最后介绍与动态规划有关的算法。

二、时间——离散系统

1、最优控制问题

研究下述时间——离散系统

$$\begin{cases} x(k+1)=F(x(k),u(k),k) \\ x(0)=\mathrm{x}_0 \qquad\qquad k=0,1\ldots\ldots,\mathrm{N}\text{-}1 \end{cases} \tag{2.1}$$

k 表示系统所处的不同时刻（阶段），$x(k)$ 为 n 维状态向量，表示系统在 k 时刻的状态；$u(k)$ 为 m 维控制向量，表示系统在 k 时刻的控制决定；F 为 n 维函数向量。(2.1）称为系统的转移方程。

显然，如果给出一组控制序列 $u(0),u(1),\cdots u(N-1)$（简记为 $u[0,N-1]$）则由方程（2.1）可以确定相应的状态转移序列 $x(0),x(1),\cdots x(N)$（简记为 $x[0,\mathrm{N}]$）称为系统轨道。

给定下面的性能指标

$$\mathrm{J}=\phi(x(N)+\sum_{K=1}^{N-1}L(x(k),u(k),k)) \tag{2.2}$$

和下面各类边界约束条件

$$g_k(u_k)\le 0 \tag{2.3a}$$

$$\phi_{1k}(x_k,u_k)\le 0 \tag{2.3b}$$

$$\phi_{2k}(x_k)\le 0 \tag{2.3c}$$

$$\psi_N(x_N)=0 \tag{2.3d}$$

边界约束条件可以部分或全部要求满足。满足边界约束的控制序列称为容许控制序列。

最优控制问题，找寻容许控制序列 $u\left[0,N-1\right]$ 与相应的容许轨道 $x\left[0,N\right]$，使得性能指标 J 取极小（大）值。

使 J 达到极小值的控制序列称为最优控制序列，极为 $u^{\circ}\left[0,N-1\right]$；相应的轨道称为最优轨道，记为 $x^{\circ}\left[0,N\right]$；对应的性能指标称为最优性能指标，

记为J°。

上述的问题为多段决定过程的最优化问题，它是一个典型的动态规划模型。

2、最优化原则与动态规划方程

当控制决定 u(k)只能取有限多个不同值时原则上可以用穷举法进行处理，但当 N 和{N(k)}可取值数量相当大时，实际上是无法加以实现的。R. Bellman 研究多段决定过程全局最优与后部子过程之间的关系，得到所谓最优化原则，使用这个原则可以大大减少搜索的次数。下面过程

$$\begin{cases} x(k+1)=F(x(k),u(k)\bullet k) \\ x(j)=\mathrm{x_j} \qquad\qquad \mathrm{k}=j,\ldots\ldots,\mathrm{N-1} \end{cases} \tag{2.4}$$

称为原过程以$(j,x(j))$为始值的后部子过程。后部子过程的性能指标为

$$J_j=\phi(x(N)+\sum_{K=i}^{N-1}L(x(k),u(k),k)) \tag{2.5}$$

J_j是依赖于$x(j),j$和$u[j,N-1]$，记为$V(x(j),j,u[j,N-1])$称为以$(x(j),j)$为初值以 $u[j,N-1]$为控制输入的价值（损益）函数。使$V(x(j),j,u[j,N-1])$为最优（极大或极小）的控制称为后部最优控制、对应之价值函数为最优价值函数。显然，最优价值函数是初值$x(j),j$之函数。

记为:$V^{\circ}(x(j),j)$

最优化原则叙述如下：一个过程的最优决策具有下述的性质不管初始阶段、初始状态和初始决策为何，以前部过程的结果产生之状态为初始状态的后部子决策必须是最优的。

$$V^{\circ}(x(k),k)=\mathrm{opt}[L(x(k),u(k),k)]+V^{\circ}(x(k+1),k+1)$$

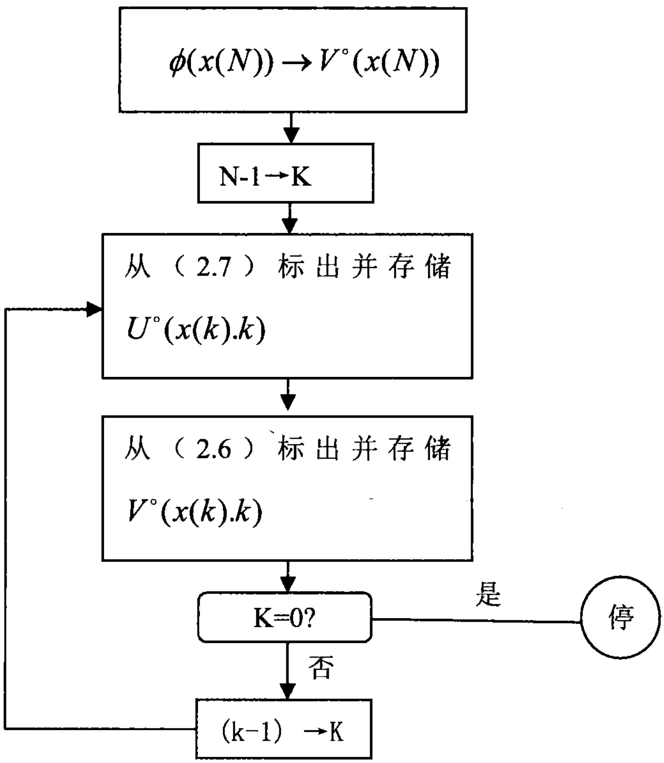
$$V^{\circ}(x(N))=\phi(x(N)) \tag{2.6}$$

其中$u(k)$为容许控制。这方程称为动态规划方程。

如果对任意 k 阶段和状态$x(k)$之最优控制$u(k)$是存在并且唯一的，则$u(k)$可以表示为状态与时刻的函数$u^{\circ}(x(k),k)$。这函数称之为最优反馈控制律。显然，

$$u^{\circ}(x(k),k)=\arg\ \mathrm{opt}\{\,L(x(k),n(k),k)]+V^{\circ}(x(k+1),k+1)\,\} \qquad (2.7)$$

下面给出求最优反馈控制与最优性能指标的程序框图：



从上面计算程序中我们看到要存贮各段的最优价值函数和最优控制。这样要求很大的存贮量。

3、线性二次问题

在一般情况下是不可能用上述方法得到解析形式的最优介的。但对线性二次问题却能得到很好的结论。这方面工作主要由 R. Bellman 和 Kalman 等

人完成[12][13]。

线性二次问题是指转移方程为线性，性能指标为二次的最优控制问题

$$\begin{cases} x(k+1)=\varphi_k X(k)+B_k u(k) \\ x(o)=x_0 \qquad\qquad k=0,1,\ldots,N-1 \end{cases} \tag{2.8}$$

性能指标为

$$J=\sum_{k=0}^{N-1} V_k(x(k+1),N(k)) \tag{2.9}$$

其中

$$V_k(x(k+1),u(k))=x^{\tau}(k+1)\,\overline{Q}_{k+1}\,x(k+1)+u^{\tau}(k)\,\overline{R}_k\,u(k) \tag{2.10}$$

而 $\overline{Q}_{k+1}$ 为非负定对称的。$\overline{R}_k$ 为正定对称的。这里不考虑边界约束的情况。用动态规划方法可以推出下面定理。现在用 $V^{\circ}{}_{hN}$ 表示第 h 段的最优价值函数。

定 理：当 $\overline{Q}_{k+1}$ 为非负定对称矩阵，$\overline{R}_k$ 为正定对称矩阵，则 $V^{\circ}{}_{hN}u$ 可以表位下面形式：

$$V^{\circ}{}_{hN}= x^{\tau}(h)P_h x(h)$$

$$u^{\circ}(h)=-k_h x(h)$$

且 P_h 为非负对称矩阵。

证明：第 h 段的价值函数 V_{hN} 为

$$V_{hN}=\sum_{k=h}^{N-1}\left(x^{\tau}{}_{(h+1)}\overline{Q}_{k+1}x(k+1)+u^{\tau}(k)\overline{R}_k u(k)\right)$$

现用归纳法证明对于 h=N

$$V^{\circ}{}_{NN}=0$$

$$u^{\circ}{}_{N}=0$$

因而 $P_N=0$ 所以 $\overline{P}_N$ 是非负定对称的。

现设 h=j 成立，证 h=j-1 成立。

$$V_{j-1,N}=\sum_{K=j-1}^{N-1}(x^\tau(k+1)\overline{Q}_{k+1}x(k+1)+u^\tau(k)\overline{R}_k u(k))$$

$$V^\circ{}_{j-1,N}=\min\left\{x^\tau(j)\overline{Q}_j x(j)+u^\tau(j-1)\overline{R}_{j-1}u(j-1)+x^\tau(j)P_j(j)\right\}$$

把（2.8）代入上式的右边得到

$$V^\circ{}_{j-1,N}=\min\left\{x^\tau(j-1)Q_{j-1}x(j-1)+x^\tau(j-1)S_{j-1}N(j-1)+N^\tau(j-1)R_{j-1}u(j-1)\right\}$$

其中

$$\overline{Q}_{j-1}=\phi^\tau{}_{j-1}(Q_j+P_j)\phi_{j-1} \tag{2.11}$$

$$S_{j-1}=\phi^\tau{}_{j-1}(\overline{Q}_j+P_j)B_{j-1} \tag{2.12}$$

$$R_{j-1}=B^\tau{}_{j-1}(\overline{Q}_j+P_j)B_{j-1}+\overline{R}_j \tag{2.13}$$

显然，Q_{j-1} 是非负定对称的，R_{j-1} 是正定对称的。由恒等式

$$x^\tau Qx+2x^\tau Su+u^\tau Ru=(u+R^\tau S^\tau x)R(u+R^{-1}S^\tau x)+x(Q-SR^{-1}S)x$$

因而

$$u^\circ{}_{j-1}=-R_{j-1}^{-1}S_{j-1}x(j-1) \tag{2.14}$$

$$V^\circ{}_{j-1}=x^\tau(j-1)(Q_{j-1}-S_{j-1}R_{j-1}^{-1}S_{j-1}{}^\tau x(j-1)) \tag{2.15}$$

由于 R_{j-1} 是正定的因而 R_{j-1}^{-1} 确实存在，而且

$$K_{j-1}=R_{j-1}^{-1}S_{j-1} \tag{2.16}$$

$$P_{j-1}=Q_{j-1}-S_{j-1}R_{j-1}^{-1}S_{j-1}{}^\tau \tag{2.17}$$

P_j 确实为非负定对称的。