

丛书主编 卢敏玲 李树

香港课堂学习研究丛书

HK Learning Study Book Series

Mathematics
Learning Studies:
Teaching and
Learning of
Fundamental
Mathematical
Concepts

数学课堂学习研究实践 与数学基本概念的教学

梁玉麟 劳傅燕华 江巧妍 著

HK
LEARNING
STUDY



时代出版传媒股份有限公司
安徽教育出版社

丛书主编 卢敏玲 李树英
香港课堂学习研究丛书
HK Learning Study Book Series

Mathematics
Learning Studies:
teaching and
learning of
fundamental
mathematical
concepts

数学课堂学习研究实践 与数学基本概念的教学

SHUXUE KETANG XUEXI YANJIU SHIJIAN YU SHUXUE JIBEN GAINIAN DE JIAOXUE

梁玉麟 劳傅燕华 江巧妍 著

HK
LEARNING
STUDY

APERTURE
时代出版传媒股份有限公司
安徽教育出版社

时代出版传媒股份有限公司
安徽教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学课堂学习研究实践与数学基本概念的教学/梁玉麟,劳傅燕华,江巧妍著. —合肥:安徽教育出版社,2011.9

(香港课堂学习研究丛书)

ISBN 978-7-5336-6271-4

I. ①课… II. ①梁… III. ①数学课—课堂教学—教学研究—中小学 IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第172616号

书名:数学课堂学习研究实践与数学基本概念的教学

作者:梁玉麟 劳傅燕华 江巧妍

出版人:朱智润

策划编辑:杨多文

责任编辑:杨多文

责任印制:王琳

装帧设计:陈熙颖

出版发行:时代出版传媒股份有限公司 <http://www.press-mart.com>

安徽教育出版社 <http://www.ahep.com.cn>

(合肥市繁华大道西路398号,邮编:230601)

营销部电话:(0551)3683010,3683011,3683015

排版:安徽创艺彩色制版有限责任公司

印刷:合肥华星印务有限责任公司 电话:(0551)5535368

(如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂商联系调换)

开本:720×960 1/16 印张:13.5 字数:160千字

版次:2011年12月第1版 2011年12月第1次印刷

ISBN 978-7-5336-6271-4

定价:34.00元

版权所有,侵权必究



经过作者和编辑们近三年的辛勤努力,《香港课堂学习研究丛书》终于与读者见面了。本套丛书呈现给广大读者的是香港教育学院课堂学习研究团队有关优化课堂学习的研究成果和实践经验。

本套丛书共七本,它们分别为:1.《课堂学习研究概论》;2.《变易理论和优化课堂教学》;3.《课堂学习研究实践手册》;4.《中文课堂学习研究实践与案例分析》;5.《数学课堂学习研究实践与数学基本概念的教学》;6.《科学课堂学习研究实践与案例分析》;7.《课堂学习研究与教师专业发展》。丛书总体构思如下:第一本书介绍以变易理论作为框架的香港课堂学习研究的行动研究模式及其发展的历史。第二本书详细介绍变易理论,并讲解如何运用这一理论来进行课堂分析和优化教与学。第三本书,则是专为中小学教师和有兴趣开展课堂学习研究的教学研究人员而撰写的一本实践手册,以问答的方式简明扼要地回答在开展课堂学习研究的过程中所产生的疑问。第四、第五、第六本书分别描述了课堂学习研究在中文、数学和科学各科实践的个案,并分析这些行动研究的学科特点和对学科教师专业提升等诸多方面的积极影响,便于内地学科研究小组参考和开展课堂学习研究。第七本重点放在探讨课堂学习研究在教师专业发展、建构学习共同体等方面的贡献。

香港课堂学习研究的发展受到日本“授业研究”即“课研”

(Lesson Study),以及内地“教研”(Teaching Study)的启发,以“课堂学习”为最后的落脚点,并以行动研究的模式进行课堂教与学的研究,这就是为大家所熟悉的“课堂学习研究”(Learning Study)。课堂学习研究的特色是引入瑞典马飞龙(Ference Marton)教授由现象学衍生出来的现象图式学(Phenomenography)和“变易理论”(Variation Theory),从学习内容出发,强调课堂教学必须关注三个层面的变易:1. 学生对所学事物的变易(不同见解);2. 教师对何谓适切学习内容的变易(不同见解及处理方式);3. 利用“变易”作为指导教学设计的工具。“课堂学习研究”(Learning Study)采用了行动研究(Action Research)的“计划、行动和反思的螺旋式循环模式”,经过科学论证和大量实践,形成了一个颇为科学严谨的研究流程。

香港课堂学习研究中心(前身为香港教育学院院校协作与课堂学习研究中心)是一个世界课堂学习研究模式的研究与实践基地。自2000年以来,卢敏玲教授及其课堂学习研究团队先后得到香港特区政府的多项资助,在香港的中小学及特殊学校广泛开展课堂学习研究活动,取得了良好的效果。课堂学习研究的学科研究覆盖了中文、英文、数学、科学、常识、人文学科、艺术、体育、音乐、工艺等几乎所有的中小学课程。至今已有超过20 000人参加过各类型与课堂学习研究相关的研讨会、课程与工作坊,并有超过300多所学校与中心建立了院校协作的伙伴研究关系,完成了300多项课堂学习研究学科个案。课堂学习研究有坚实的学习理论支撑,又能与实践紧密结合,操作性强、实践性好,已被证明是推动教师专业发展、提升课堂教学效能的有效方法,也是校本课程发展及学校变革的一个创新模式,对教育发展具有重大的意义。香港的课堂学习研究工作受到香港一线教师和教育研究工作者的认可,也得到内地和国外专家学者以及广大中小学校长、教师

的认同与赞赏。2006年,在香港的课堂学习研究团队的推动下,我们成立了“世界课堂研究学会”(World Association of Lesson Studies),将世界各地的课堂学习研究专家、学者和中小学教师凝聚在一起,并由卢敏玲教授任首届会长。至今“世界课堂研究学会”已在世界各地举办了5次国际会议,课堂学习研究已在国际上产生了深远的影响。

虽然如此,我们需要不断提醒自己和同行的是,课堂学习研究模式和变易理论处在长期的实践和理论研究当中,还在不断改进、发展与完善。任何一套模式和理论如果停滞不前、固定不变,都将丧失其生命力。所以,我们这里呈现和分享的只是到目前为止我们在课堂学习研究和变易理论方面所获得的成果。我们精心设计编撰这套丛书在内地推出,是希望读者能对变易理论及课堂学习研究有较全面而深入的认识,期望借此推广课堂学习研究,让更多的教师和学生从中受益。同时,我们也真诚地希望,随着时间的推移,有更多的同行加入到课堂学习研究的行列中来。编撰此套丛书也是意在邀请我们的读者共同发展和完善课堂学习研究和变易理论。

卢敏玲 李树英

2011年9月



前言/1

第一章 香港数学课程改革与课堂学习研究/3

第一节 香港数学课程改革对课堂教学理念的挑战/4

第二节 数学课程改革的意义、问题及其反思/11

第三节 课堂学习研究及其对数学教学的意义/21

第二章 发展解难能力的教学:四点共圆的课堂学习研究实例分析/33

第一节 文献探究/33

第二节 逆向思维解题策略——以中四四点共圆为例/40

第三章 课堂学习研究实例分析:分数的教与学/81

第一节 小学数学教学/81

第二节 分数教学个案研究/87

第四章 代数的基本概念教学:代数的课堂学习研究实例分析/120

第一节 个案内容/120

第二节 研究个案的进一步建议/141

第五章 从方程中变量的比例关系初探变易理论的课堂实践/150

第一节 课堂学习研究课/151

第二节 教师对学习目标的理解和处理(V2)/156

第三节 教学设计(V3)/157

第六章 变易理论对数学“教”与“学”的启迪/185

第一节 变易中的数学“教”与“学”/185

第二节 变易性数学体验/188

第三节 变易功能/192

第四节 数学教学课堂学习空间的演变/197

前言



本书以变易理论为基础讨论数学课堂教学,特别介绍课堂学习研究及变易理论对教授基本数学概念的贡献。变易是促进学习和认知的源头。我们不能在不变状态中去感知事物的存在价值和性质。没有某方面在变动,事物特性只会是潜在隐藏,这对于认识事物的存在意义并没有帮助。变的原则也是学习原理:当事物在变化时,我们去察觉验证有意义的知识,然后把它们结合组织成可描述事物本质的语句。所以变易是学习过程中必经之路。《易经》的“易”有三个原意:顺着规律、变和不变。可见变易所蕴含的是事物恒常道理,这往往也是我们学习的目的和对象。

数学概念建基于变易。体验数学基本概念就是洞察、研究有关数字、形状的不变模式及其产生或表达的过程。这与变易理论是不谋而合的。学习数学可以体验变易的认知功能,反之亦然。本书主要内容讨论怎样去设计课堂中的变易环境和空间去成全数学教学。变易教学空间由三个变易维度构成:数学(教学)内容在课堂中的安排,学生对学习数学的理解,教师对教授数学的理解。透过课堂学习研究,我们用不同的变易功能去构建数学课堂中这三个变易维度的不同互动模式,并付诸于实践。这些互动模式可深化发展为数学教学内容知识,这是数学基本概念教学的一个新取向。

本书六章分为三部分。第一章为第一部分,介绍香港数学课程改革及课堂学习研究的缘起和基本概念。第二章到第五章为第二部分,介绍四个真实数学研究课的教学个案,其中会初探变易理论与数学教

学的关系。第六章为第三部分,承接前文发表变易理论对诠释数学教学的一些新观点。全书旨在启发数学教学工作者理解并掌握变易功能这一塑造数学概念有力而有效的教学工具,巩固课堂学习研究在数学教学中的重要地位。

梁玉麟

2011 年冬于香港

第一章 香港数学课程改革与课堂学习研究

黄德华



自上世纪 80 年代以来,因应日益深入的政治、经济、民生的需要和时代的发展变化,香港推行了多项课程改革,如校本课程、综合课程、目标为本课程等。自 2009 年开始,中学学制也由原先“三二二”制即 3 年初中、2 年高中和 2 年大学预科改为与内地接轨的“三三”制,即 3 年初中、3 年高中,删掉预科课程。到 2012 年,大学课程也将由 3 年改为 4 年。这些课程改革与学制改革使香港教育的课堂教学理念、教师专业发展、学校与教师文化产生了重要影响,也提出了尖锐的挑战。香港数学教育如何回应这些变革?如何面对新时代的诉求?这确实是一些既重要而又必须探究的问题。

作为对教育的回应,香港教育学院课堂学习研究小组提出的“课堂学习研究”在提升学生的学习质素、促进专业发展以及改进学校文化方面起了非常重要的作用,而课堂学习研究这一模式对香港数学课程改革和数学教学也产生了积极的影响。我们所关注的问题因此在于:学制改革和数学课程改革对数学课堂教学理念形成了哪些挑战?已有的数学教育改革对于学生学习质素提高方面取得了哪些成就?还存在着哪些必须解决的问题?课堂学习研究对香港未来数学教学改革将有何影响?本章即聚焦于此,呈现课堂学习研究对于提高学生质素、促进教师专业发展以及改善学校文化的积极意义。

第一节 香港数学课程改革对课堂教学理念的挑战

一、香港的数学课程改革简述

香港的数学课程改革由来已久。但较成规模的课程改革则始自上世纪 60 年代。60 年代是世界教育改革飞速发展的时期,也是香港的教育改革逐渐起步的一个重要时期。数学科在这一时期产生了考试纲要。也正是在这一时期,新数学的观念开始传入香港。60 年代末中学会考课程就有了甲种数学(旧数学)和乙种数学(新数学)。新数学是美国 UICSM(University of Illinois Committee on School Mathematics)所推广的一种数学实验,其主要特征是提高学科要求,强调学科结构,突出学科内在根本的方法和过程。1975 年香港课程发展委员会编写了两套反映这理念的数学教学大纲,1978 年得以正式采用。自 80 年代以后,香港课程改革的步调明显加快,1981 年课程发展委员会正式颁发了初中的数学课程纲要,1983 年课程发展委员会编印了《小学数学科课程纲要》,1985 年再颁发高中的课程纲要,作为对香港数学教学的指引。90 年代,从教统会第四号报告书开始,香港课程围绕目标为本课程进行了一系列研究和探索。

香港课程发展处(CDI)曾于 1997 年作了一个数学课程的全面检讨(Holistic Review of the Hong Kong Mathematics Curriculum),检讨内容包括小一至中七的整体数学课程^①。检讨的原因,大致有下列各点:

^① SMN. School Mathematics Newsletter: Issue 16 [M]. Hong Kong: Education Department, 1998.

(1)部分数学教育工作者不满现时应用中的香港课程发展议会^①的数学课程及目标为本数学课程^②,他们认为这些数学课程内容都有很多不完善的地方。

(2)由于现时的数学评估和过去 20、30 年的评估模式已有所改变。例如 70、80 年代,香港仍是处于精英教育模式,升读中学的百分率相对较低;能升读中学的学生必须于“升中试”取得理想成绩。到了 80 年代,实施了 9 年免费教育,评估升中的工具便以“学能测验”取代了“升中试”;到了 2004 年香港教育局(前为教统局)又推行“全港性系统评估”取代了“学能测验”;“全港性系统评估”目的是评估各校学生在中、英、数 3 科的水平是否达到全港的一般水平,从而制定改善校本教学效益和制定中学派位的参考指标。这些不断转变,目的主要是希望能减轻小学生面对“公开试”的压力。此外,随着时代的转变、经济的转型及社会的要求,评估学生能力的模式亦有所变动,一般的“纸笔考试”已不能完全满足社会的要求,所以香港课程发展处也希望利用这次更改学制、修订新课程的机遇,能把新颖的评估模式也引进在新课程中。

(3)由于 1983 年的旧数学课程,主要是针对当时社会的需要,大多小学毕业生毕业后便会投入劳动市场;因而考虑课程内容时便没有很周详的照顾到中学数学课程的衔接,课程检讨也是独立于小学和中学部门各自独立进行检讨。在这种情况下,透过这些切割式的检讨,中小学课程便产生了很多不连贯的问题。正如很多数学老师投诉高小与初中重复的课程太多,导致教学混乱,有碍学生的进展。

基于上述理由,香港课程发展处便于 1997 年成立了一全面检讨数学课程的特别“专责委员会”。“专责委员会”的工作目标是基于稳妥的

① 香港课程发展议会. 小学数学课程纲要:数学学科[M]. 香港:政府印务局,1983.

② 香港课程发展议会. 目标为本课程:数学科学习纲要[M]. 香港:政府印务局,1995.

学术原则和社会的实际需要,向课程发展提出建议,以改善和提高中小学数学课程的连贯性及相关性,并为小一至高中数学新课程提供新的方向。如同世界各地的教育改革一样,近年来香港教育改革的重点也体现了现代教育模式转移的世界潮流,即以学生的发展为中心。与学生中心的教育改革相适应的是,香港课堂改革也体现了对以学生为中心的学校的关注,这便引致目标为本课程(Target Oriented Curriculum, TOC)的产生,与此相关的学生的基本能力测试、校本课程、课程调适也陆续得以推出目标为本课程,这是香港近 10 年来最有影响的一次教育改革和最为大型的一次课程改革。目标为本课程改革基本涵盖了从选择教育到普及教育所有课程要素,对于香港 9 年制义务教育课程设计性质的变化,也产生了重大影响。莫礼时从 3 个方面概括了目标为本课程的主要改革范畴:就课程目标和内容而言,强调以共通的技能如交流、探究、推理、构思和问题解决为主要目标,强调学习过程;就教学方法而言,强调照顾学生个别差异,强调教学过程的灵活开放性;就评估而言,强调形成性评估、标准参照测验、知识的建构和知识的运用。应该说目标为本课程是香港课程改革从传统观念走向现代观念的重要里程碑^①。

课程改革最根本的目的在于透过高效能的教与学,全面提升学生的质素,而为了达成这一目的,教育局(EDB)将香港课程的主要问题概括为如下反思:今后我们的学生应该学些什么?他们应该怎样去学习,才学得更加好?我们从以往课程发展经验中得到些什么启示?现在的课程要怎么样改才使我们的学生学得更好?而围绕这一目标的数学教学,也顺时而动,并因应信息时代对数学能力的要求提出了四个规

^① 莫礼时,目标为本课程评鉴研究:中期报告[M].香港:香港大学教育学院在职教师进修课程、香港教育署课程发展处,1997.

划目标:即加强信息科技的运用,从而令数学的教与学更加有效;增强解决问题、推理、传意、探究及构思等高层次思维能力;为9年义务教育提供一个有连贯性的数学课程;重整高中及中六数学课程,以照顾学生的不同学习需要。

二、香港数学课程的特点

课程(curriculum)一般包括3个层面:内容(content)、教学模式(teaching approach)和评估(assessment)。香港数学课程改革是在应对现代社会对于数学课程发展要求的背景下展开的。从宏观来看,主要发达国家高中数学课程发展有如下共同特点:在1年必修课程后都实行“选择性”课程;课程目标中不仅重视知识与技能,而且重视学生的情感、态度和价值观;在高中数学课程中渗透了许多近代数学的思想和内容;加强了数学与其他学科、日常生活的联系,培养学生的应用意识成为数学课程的基本目标;信息技术的数学课程内容的整合成为课程标准制定的一个基本理念;重视体现数学的人文价值和科学价值,提高学生的数学素养。在数学课程目标的设定方面,其共同特点表现了如下几个层面:一是数学课程目标更加关注人的发展,关注学生数学素养的提高;二是数学课程目标面向全体学生,从精英转向大众;三是数学课程目标关注学生的个别差异,而不是统一的模式,四是数学课程目标更加注重联系现实社会生活。而在数学教学方面呈现出来的共同趋势是强调数学的应用性和实践性,重视以学生为主体的活动,将信息技术应用于数学教育以及强调数学教学目标的差异化。

下文就中学数学的教学目标为例予以说明。香港1985年开始制订中学数学教学大纲。从1995年开始对其进行全面检讨和修订,1999年正式颁布《中学数学纲要:数学科》并于2001开始实施。这一纲要比

较充分地反映了香港数学教学理念与国际数学教育发展趋势的接轨。新纲要从知识、技能与态度三个维度规定了中学数学课程目标,其目标是:

(1)通过数学来提高构思、探究、推理及传意(表达)的能力,以及利用数学建立及解决日常生活和数学问题的能力。

(2)运用数学、符号及其他数学对象的能力。

(3)建立数字感、符号感、空间感及度量感及鉴别结构和规律的能力。

(4)对数学采取正面的态度,以及从美学和文化的角度欣赏数学的能力。

为了完成上述目标,新纲要把中学阶段学习分为“数与代数”、“度量、图形与空间”及“数据处理”,并详细规定了每一阶段不同范畴的学习目标。从中我们可以看出香港数学课程设置的特点在于如下几个方面:

(1)强调数学知识和技能。

(2)强调数学的应用。

(3)着重培养学生的数字感、空间感,关注学生的学习态度,欣赏数学的美感。

(4)亦强调培养学生的个别思维,强化学生的解难能力。

整体而言,香港的数学课程的发展水平较一般西方先进国家早一两年。故此,香港的学生所学的数学知识较西方国家的学童所学的为深,约深一至两年的程度。这些特点,都是值得数学教育工作者作出检讨的。

三、香港数学课程改革对课堂教学之挑战

香港从上世纪开始即推行包括活动教学、目标为本、课程统整等

课程改革,这些都在数学课堂教学层面上产生了积极意义,比如“以儿童为中心,从活动中学习”,鼓励教师设计教学活动,强调学习过程中的评估等等。但这些举措仍然不够充分。教师教学与学生学习方面仍面临着一些问题,比如:部分教师未能适切地剪裁课程,以至不同程度的学生在学习过程中不能从自己的认知基础上发挥学习的动机;课堂教学仍以教师为中心,学生参与的机会较少;教师未能将学习目标清晰化,影响学生的学习效益等等。而在学校评估方面,部分学校未能发展出多元化的评价策略,以配合学生思考能力的提高;评价偏重于知识,未能有效评估学生的思维能力;学校未能将评估回馈教学等等。究其原因,我们认为当前香港教育改革虽然在教育体制改革方面卓有成效,但为发展高成效的教学,仍需要跨越三大障碍。这三大障碍,对数学学科教学质量也产生了重大的影响。

一是缺乏支持教师专业发展的有效的教育机制。教师作为教学质量的保障因素,其作用几乎是不言自明的。当前的教育改革也对教师的角色提出了一些新的要求,比如教师应该成为课堂学习的引导者,课程的改革者,以及专业学习的合作者等等。但香港教育改革中能够给予教师专业发展的制度支持是相当薄弱的,其中主要是职前师资教育课程,然后就是师训会(ACTEQ)对教师3年内参与专业发展不少于150个小时的软指标,前者很难能保障教师在职的专业发展与未来可持续发展的需要,后者则缺乏真正的支持行动。为此,就必须创造一个更新的教师专业发展的平台。

二是教育理论与教育实践之间的差距。教育理论是抽象化的,教育实践则是鲜活的、情境化的。教育理论的任务是将万千具体抽象为普遍,而教育实践却是复杂多变的。目前,教师所面临的最大问题是他要么不知道他应该做什么(即缺乏理论素养),要么知道他要做什么却