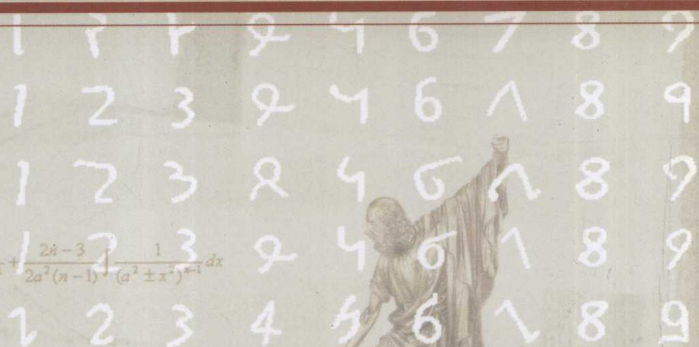


$$\int \frac{1}{x^2+a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{1}{x^2-a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$$\int \frac{1}{(a^2 \pm x^2)^n} dx = \frac{x}{2a^2(n-1)(a^2 \pm x^2)^{n-1}} - \frac{2n-3}{2a^2(n-1)} \int \frac{1}{(a^2 \pm x^2)^{n-1}} dx$$



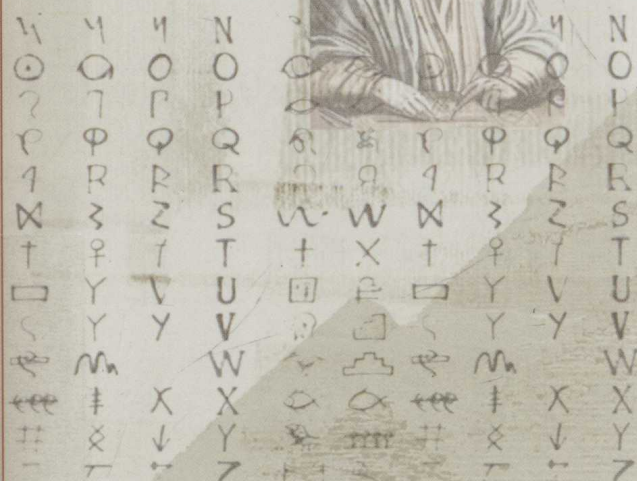
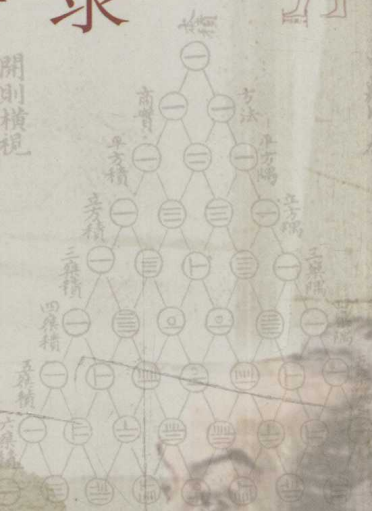
第二版

文明之路

数学史演讲录

林寿 编著

開則橫視



科学出版社

文明之路

数学史演讲录

(第二版)

林 寿 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是作者在宁德师范高等专科学校、宁德师范学院和漳州师范学院及国内部分中学、大学作数学史讲座的演讲录,先按数学史的分期及学科的发展状况分为13讲,每讲90分钟,讲述了从数学的起源到20世纪数学发展的主流思想和重要成果.它从一般公众的角度认识数学,以希望对“数学家做些什么”有所了解为出发点,阐述数学的发展历程,注重世界文明对数学发展的促进作用及数学发展对人类科技进步的影响,展现数学家丰富多彩的人生.第14讲是数学论文写作初步及部分数学史思考题、论述题.本书配有光盘,每讲均有多媒体课件,直观、生动、适用性强.

第二版对部分内容作了修正,充实了多媒体课件.

本书是福建省精品课程《数学史》的教材,可作为大学各专业“数学史”或“数学与文化”课程的参考书,也可供中学教师、数学工作者和一般的科学爱好者阅读使用.中学生、大学生、数学爱好者或科技工作者都可从中了解到所需的知识.

图书在版编目(CIP)数据

文明之路:数学史演讲录/林寿编著. —2版. —北京:科学出版社, 2012

ISBN 978-7-03-035560-7

I. ①文… II. ①林… III. ①数学史—普及读物 IV. ①O11-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第217039号

责任编辑:王丽平 唐保军/责任校对:张怡君

责任印制:钱玉芬/封面设计:陈敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

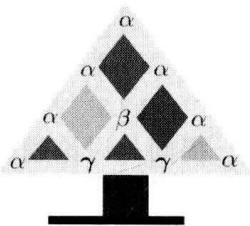
2010年1月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2012年10月第 二 版 印张: 13 1/4

2012年10月第二次印刷 字数: 262 000

定价: 55.00 元(附光盘)

(如有印装质量问题,我社负责调换)



目 录

引言	1
第 1 讲 数学的起源与早期发展	4
1.1 数与形概念的产生	4
1.2 河谷文明与早期数学	5
1.2.1 古代埃及的数学	5
1.2.2 古代巴比伦的数学	6
1.2.3 吠陀时代的印度数学	7
1.2.4 西汉以前的中国数学	9
提问与讨论题、思考题	10
第 2 讲 古代希腊数学	11
2.1 古典希腊时期的数学	12
2.1.1 爱奥尼亚学派 (米利都学派)	12
2.1.2 毕达哥拉斯学派	13
2.1.3 伊利亚学派	14
2.1.4 诡辩学派 (智人学派)	14
2.1.5 柏拉图学派	15
2.1.6 亚里士多德学派 (吕园学派)	15
2.2 亚历山大前期的数学	15
2.2.1 欧几里得 (约公元前 325 ~ 约前 265 年)	16
2.2.2 阿基米德 (公元前 287 ~ 前 212 年)	17
2.2.3 阿波罗尼乌斯 (约公元前 262 ~ 约前 190 年)	18
2.3 希腊数学的衰落	19

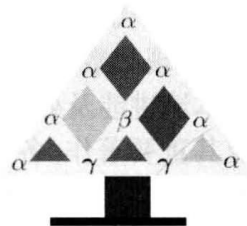
2.3.1 托勒密 (埃及, 约 90 ~ 约 165 年)	19
2.3.2 丢番图 (埃及, 3 世纪)	20
2.3.3 古希腊数学的落幕	20
提问与讨论题、思考题	21
第 3 讲 中世纪的西方数学 I	23
3.1 中算发展的第 1 次高峰: 数学体系的形成	23
3.2 中算发展的第 2 次高峰: 数学稳步发展	25
3.2.1 刘徽 (魏晋, 公元 3 世纪)	25
3.2.2 祖冲之 (南朝宋、齐, 429 ~ 500 年)	26
3.3 中算发展的第 3 次高峰: 数学全盛时期	28
3.3.1 开方术	28
3.3.2 天元术	29
3.3.3 大衍术	30
3.3.4 垛积术	31
3.3.5 招差术	31
3.3.6 四元术	32
提问与讨论题、思考题	33
第 4 讲 中世纪的西方数学 II	35
4.1 印度数学 (公元 5 ~ 12 世纪)	35
4.1.1 阿耶波多 (476 ~ 约 550 年) 第一	36
4.1.2 婆罗摩笈多 (598 ~ 约 665 年)	36
4.1.3 婆什迦罗 (1114 ~ 约 1185 年) 第二	36
4.2 阿拉伯数学 (公元 8 ~ 15 世纪)	37
4.2.1 早期阿拉伯数学 (8 世纪中叶 ~ 9 世纪)	38
4.2.2 中期阿拉伯数学 (10 ~ 12 世纪)	40
4.2.3 后期阿拉伯数学 (13 ~ 15 世纪)	40
4.3 欧洲数学 (公元 5 ~ 15 世纪)	41
4.3.1 教会统治	41
4.3.2 “黑暗时期”	42
4.3.3 科学复苏	43
提问与讨论题、思考题	45
第 5 讲 文艺复兴时期的数学	46
5.1 文明背景	46
5.1.1 文艺复兴	46
5.1.2 技术进步	47
5.1.3 地理大发现	48

5.1.4	哥白尼革命	49
5.2	文艺复兴时期的欧洲数学	50
5.2.1	代数学	50
5.2.2	三角学	52
5.2.3	射影几何	53
5.2.4	计算技术	54
5.3	15~17 世纪的中国数学	55
5.3.1	珠算	56
5.3.2	《几何原本》	57
5.3.3	《崇祯历书》	58
	提问与讨论题、思考题	59
第 6 讲	牛顿时代: 解析几何与微积分的创立	61
6.1	近代科学的兴起	61
6.1.1	科学思想与方法论	62
6.1.2	天文学	62
6.1.3	经典力学	62
6.1.4	化学	62
6.1.5	生理学	63
6.2	解析几何的诞生	63
6.3	微积分的创立	65
6.3.1	孕育 (17 世纪上半叶)	65
6.3.2	牛顿 (英, 1642 ~ 1727 年)	67
6.3.3	莱布尼茨 (德, 1646 ~ 1716 年)	70
6.3.4	优先权之争	72
	提问与讨论题、思考题	72
第 7 讲	18 世纪的数学: 分析时代	74
7.1	微积分的发展	74
7.1.1	泰勒 (英, 1685 ~ 1731 年)	75
7.1.2	贝克莱 (爱尔兰, 1685 ~ 1753 年)	75
7.1.3	麦克劳林 (英, 1698 ~ 1746 年)	76
7.1.4	雅格布·伯努利 (瑞士, 1654 ~ 1705 年)	77
7.1.5	约翰·伯努利 (瑞士, 1667 ~ 1748 年)	77
7.1.6	丹尼尔·伯努利 (瑞士, 1700 ~ 1782 年)	78
7.1.7	欧拉 (瑞士, 1707 ~ 1783 年)	78
7.1.8	达朗贝尔 (法, 1717 ~ 1783 年)	80
7.1.9	拉格朗日 (法, 1736 ~ 1813 年)	80

7.2	数学新分支的形成	81
7.2.1	常微分方程	81
7.2.2	偏微分方程	82
7.2.3	变分法	83
7.3	18 世纪的中国数学	84
7.3.1	梅文鼎 (清, 1633 ~ 1721 年)	84
7.3.2	明安图 (清, 1692 ~ 1764 年)	85
7.3.3	乾嘉学派	85
7.4	19 世纪的数学展望	86
	提问与讨论题、思考题	87
第 8 讲	19 世纪的代数	88
8.1	代数方程根式解	88
8.2	数系扩张	92
8.3	布尔代数	94
8.4	数论	95
	提问与讨论题、思考题	98
第 9 讲	19 世纪的几何	100
9.1	几何学的变革	100
9.1.1	微分几何	100
9.1.2	非欧几何	101
9.1.3	射影几何	104
9.1.4	埃尔朗根纲领	105
9.1.5	几何学的公理化	106
9.2	19 世纪的中国数学	106
9.2.1	李善兰 (清, 1811 ~ 1882 年)	107
9.2.2	华蘅芳 (清, 1833 ~ 1902 年)	108
	提问与讨论题、思考题	109
第 10 讲	19 世纪的分析	111
10.1	分析的严格化	111
10.1.1	分析的算术化	111
10.1.2	实数理论	113
10.1.3	集合论	113
10.2	复变函数论	115
10.3	分析的拓展	117
10.3.1	解析数论	117
10.3.2	偏微分方程	118

10.3.3 微分方程解的性质	120
提问与讨论题、思考题	123
第 11 讲 20 世纪数学: 纯粹数学大发展	124
11.1 国际数学家大会	124
11.2 纯粹数学的发展	128
11.2.1 实变函数论	128
11.2.2 抽象代数	129
11.2.3 拓扑学	130
11.2.4 概率论	131
11.3 数学基础大论战	132
11.3.1 逻辑主义	132
11.3.2 直觉主义	133
11.3.3 形式主义	133
11.3.4 公理集合论	134
提问与讨论题、思考题	135
第 12 讲 20 世纪数学: 数学研究新成就	137
12.1 数学研究成果 5 例	137
12.1.1 四色问题	137
12.1.2 动力系统	138
12.1.3 卢津猜想	141
12.1.4 庞加莱猜想	142
12.1.5 数论	143
12.2 数学奖	145
12.2.1 沃尔夫奖	145
12.2.2 邵逸夫奖	145
12.2.3 新千年数学奖	147
提问与讨论题、思考题	149
第 13 讲 20 世纪数学: 数学中心的迁移	150
13.1 数学中心的迁移	150
13.2 20 世纪的一些数学团体	151
13.2.1 哥廷根学派	152
13.2.2 波兰数学学派	152
13.2.3 苏联数学学派	154
13.2.4 布尔巴基学派	155
13.2.5 美国数学	157
13.3 20 世纪的中国数学	158

13.3.1 中国数学会	158
13.3.2 中国科学院数学物理学部中的数学家	159
13.3.3 华罗庚、陈景润、陆家羲	160
13.3.4 群星闪烁	163
提问与讨论题、思考题	164
第 14 讲 数学论文写作初步	165
14.1 论文的撰写	166
14.1.1 文献搜集	166
14.1.2 资料整理	166
14.1.3 论文选题	167
14.1.4 拟定提纲	168
14.1.5 写作初稿	168
14.1.6 修改定稿	171
14.2 论文的发表	171
14.2.1 发表形式	171
14.2.2 发表程序	172
14.2.3 校对工作	172
14.3 科研成果的保管	173
提问与讨论题、数学史论述题	173
参考文献	176
人名索引	178
术语索引	189
邮票索引	197
后记一	200
后记二	202



引 言

1. 学习数学史对于了解数学与文化的作用

数学史研究数学概念、数学方法和数学思想的起源与发展及数学与社会、经济和一般文化的联系. 无论对于深刻认识作为科学的数学本身, 还是全面了解整个人类文明的发展都具有重要意义^[1].

庞加莱 (法, 1854 ~ 1912 年): “如果我们想要预见数学的将来, 适当的途径是研究这门科学的历史和现状.”

萨顿 (比利时-美, 1884 ~ 1956 年): “学习数学史倒不一定产生更出色的数学家, 但它产生更温雅的数学家, 学习数学史能丰富他们的思想, 抚慰他们的心灵, 并且培养他们的高雅品质.”

萨顿, 1911 年在比利时根特大学获得数学博士学位, 号称 “科学史之父” 是当之无愧的, 因为科学史在他手中终于成为一门独立的学科. 现今国际上最权威的科学史学术刊物《爱雪斯》(Isis) 杂志是萨顿于 1913 年创办的, 科学史学会很大程度上是因萨顿而成立的 (1924). 通过在哈佛大学数十年的辛勤工作, 萨顿终于完成了 (至少是象征性地完成了) 科学史学科在现代大学的建制过程. 例如, 设立科学史的博士学位 (1936)、任命科学史的教授职位 (1940) 等. 1955 年, 美国科学史学会以萨顿的名字设立了科学史最高奖 (图片¹), 并把第一枚奖章授予他本人, 说明国际科学史界对他的承认与崇敬.

数学史的分期方法很多^[1 ~ 5], 我们采用下述分法:

- (1) 数学的起源与早期发展 (公元前 6 世纪前).
- (2) 初等数学时期 (公元前 6 世纪 ~ 公元 17 世纪中叶).

¹ 图片指所附的光盘中有相应的图片, 下同.

(3) 近代数学时期 (17 世纪中叶 ~ 19 世纪末).

(4) 现代数学时期 (19 世纪末至今).

本演讲涉及处于数学中心区发展的主要成就, 介绍 100 多位著名数学家的工作及其重要著作, 各个历史时期中国数学的状况, 在传统的几何、代数、三角基础上发展起来的近代数学的主要成就: 解析几何与微积分学及近现代数学分支, 如射影几何、非欧几何、微分几何、复变函数论、微分方程、动力系统、变分法、实变函数论、数论、布尔代数、逻辑代数、数理逻辑、抽象代数、集合论、图论、拓扑学、概率论等. 同时, 涉及促进数学发展的相关学科, 如力学、物理学、天文学的近代发展.

数学是一种文化. 我们简要论及文明背景 (古代埃及、古代巴比伦、古代印度、古代中国、古代希腊简史)、帝国兴衰 (马其顿帝国、罗马帝国、阿拉伯帝国、拜占庭帝国、神圣罗马帝国、波旁王朝、哈布斯堡王朝、普鲁士王国、奥匈帝国)、宗教特色 (婆罗门教、印度教、犹太教、基督教、天主教、伊斯兰教、佛教)、社会变革 (百年翻译运动、十字军东征、欧洲翻译运动、文艺复兴运动、宗教改革运动、哥白尼革命、英国资产阶级革命、法国启蒙运动、法国大革命、欧洲 1848 年革命、日本明治维新) 等.

数学史家汉克尔 (德, 1839 ~ 1873 年) 形象地指出过数学和其他自然科学的显著差异: “在大多数的学科里, 一代人的建筑为下一代人所摧毁, 一个人的创造被另一个人所破坏. 唯独数学, 每一代人都在古老的大厦上添砖加瓦.”^[1]

2. 演讲工作安排

哈尔莫斯 (匈-美, 1916 ~ 2006 年): “一个公开的演讲就应该简单而且初等, 它应该不是复杂的和技术性的.”²

本演讲按数学史的分期及学科的发展, 分 13 讲, 每讲约 90 分钟. 为有助于思考题或论述题的完成, 安排数学论文写作初步供选讲 (第 14 讲).

第 1 讲: 数学的起源与早期发展.

第 2 讲: 古代希腊数学.

第 3 讲: 中世纪的东西方数学 I.

第 4 讲: 中世纪的东西方数学 II.

第 5 讲: 文艺复兴时期的数学.

第 6 讲: 牛顿时代: 解析几何与微积分的创立.

第 7 讲: 18 世纪的数学: 分析时代.

第 8 讲: 19 世纪的代数.

第 9 讲: 19 世纪的几何.

第 10 讲: 19 世纪的分析.

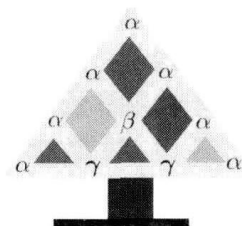
² J. Ewing. Paul Halmos: 他的原话. 数学译林, 2009, 28(2): 150.

第 11 讲: 20 世纪数学: 纯粹数学大发展.

第 12 讲: 20 世纪数学: 数学研究新成就.

第 13 讲: 20 世纪数学: 数学中心的迁移.

第 14 讲: 数学论文写作初步.



第 1 讲

数学的起源与早期发展

下面开始第 1 讲：数学的起源与早期发展，主要内容：数与形概念的产生、河谷文明与早期数学，包括西汉以前的中国数学。

1.1 数与形概念的产生

数学思想萌芽于漫长的历史进程中。从原始的“数” (shǔ) 到抽象的“数” (shù) 的概念的形成，是一个缓慢、渐进的过程。人类从生产活动中认识到了具体的数，导致了计数法。“屈指可数”表明人类计数最原始、最方便的工具是手指。

例如，“手指计数” (邮票：伊朗, 1966)¹、“结绳计数” (邮票：秘鲁, 1972)、“文字 5000 年” (邮票：伊拉克, 2001)、“西安半坡遗址出土的陶器残片” (距今六七千年) (图片)、“ $1 + 1 = 2$ ” (邮票：尼加拉瓜, 1971)。

“早期计数系统” (图片^[6])，如古埃及象形数字 (公元前 3400 年左右)、古巴比伦楔形数字 (公元前 2400 年左右)、中国甲骨文数字 (公元前 1600 年左右)、古希腊阿提卡数字 (公元前 500 年左右)、古印度婆罗门数字 (公元前 300 年左右)、玛雅数字 (公元 3 世纪) 等。

世界上不同年代出现了五花八门的进位制和眼花缭乱的计数符号体系，足以

¹ 邮票均指所附的光盘中有主题“手指计数”的邮票，于 1966 年由伊朗发行，下同。

证明数学起源的多元性和数学符号的多样性.

1.2 河谷文明与早期数学

介绍早期的古代埃及数学、古代巴比伦数学、古代印度数学和古代中国数学.

1.2.1 古代埃及的数学

背景: 古代埃及简况.

图片 “古代埃及地图”.

古希腊历史学家希罗多德 (约公元前 484 ~ 前 425 年) 曾说: “埃及是尼罗河的赠礼.” 古代埃及人凭借尼罗河的沃土, 创造了自己灿烂的文明. 埃及文明上溯到距今 6000 年左右, 从公元前 3500 年左右开始出现一些小国家, 公元前 3100 年左右开始出现初步统一的国家.

古代埃及可以分为 5 个大的历史时期: 早期王国时期 (公元前 3100 ~ 前 2686 年)、古王国时期 (公元前 2686 ~ 前 2181 年)、中王国时期 (公元前 2133 ~ 前 1786 年)、新王国时期 (公元前 1567 ~ 前 1086 年)、后期王国时期 (公元前 1085 ~ 前 332 年).

(1) 古王国时期: 公元前 2686 ~ 前 2181 年. 埃及第一个繁荣而伟大的时代, 开始建造金字塔.

(2) 新王国时期: 公元前 1567 ~ 前 1086 年. 埃及进入极盛时期, 建立了地跨亚、非两洲的大帝国.

直到公元前 332 年, 马其顿亚历山大大帝征服埃及为止.

埃及人创造了连续 3000 多年的辉煌历史, 建立了国家, 有了相当发达的农业和手工业, 发明了铜器, 创造了文字 (象形文字), 掌握了较高的天文学和几何学知识, 建造了巍峨宏伟的神庙和金字塔.

例如, “吉萨金字塔” (邮票: 刚果, 1978) 建于公元前 2600 年, 它显示了埃及人极其精确的测量能力, 其中它的边长和高度的比例约为圆周率的一半. 古埃及留下的数学文献极少, 金字塔作为现存的活文献 (图片), 却给后人留下许多数学之谜.

古埃及最重要的传世数学文献是 “纸草书”, 来自现实生活的数学问题集^[7].

《莱茵德纸草书》(图片). 1858 年, 苏格兰收藏家莱茵德 (1833 ~ 1863 年) 购得, 现藏伦敦大英博物馆, 主体部分由 85 个数学问题组成, 其中还有历史上第一个尝试 “化圆为方” 的公式.

《莫斯科纸草书》(图片). 1893 年, 俄国贵族戈列尼雪夫 (1856 ~ 1947 年) 购得, 现藏莫斯科普希金精细艺术博物馆, 包含了 25 个数学问题.

《埃及纸草书》(邮票: 民主德国, 1981).

数学贡献：记数制，基本的算术运算，分数运算，一次方程，正方形、矩形、等腰梯形等图形的面积公式，近似的圆面积，锥体体积等。其中，正四棱台体积计算公式，用现在的符号表示是 $V = h(a^2 + ab + b^2)/3$ ，这是埃及几何中最为出色的成就之一^[8]。

《莱茵德纸草书》的第56题：金字塔的计算方法。“360为底，250为高。请让我知道它的倾角。”

公元前4世纪，希腊人征服埃及以后，这一古老的数学完全被蒸蒸日上的希腊数学所取代。

1.2.2 古代巴比伦的数学

背景：古代巴比伦简况。

图片“古代巴比伦地图”。

两河流域（美索不达米亚，希腊文的含意是河流之间）文明上溯到距今6000年之前²，几乎和埃及人同时发明了文字——“楔形文字”。

(1) 古巴比伦王国：公元前1894～前729年。汉谟拉比（公元前1792～前1750年在位）统一了两河流域，建成了一个强盛的中央集权帝国，颁布了著名的《汉谟拉比法典》（图片）。

(2) 亚述帝国：公元前8世纪～前612年，建都尼尼微（今伊拉克的摩苏尔市）。

(3) 新巴比伦王国：公元前612～前538年。尼布甲尼撒二世（公元前604～前562年在位）统治时期达到极盛，先后两次攻陷耶路撒冷，建成世界古代七大奇观之一的巴比伦“空中花园”³。

公元前6世纪中叶，波斯国家逐渐兴起，并于公元前538年灭亡了新巴比伦王国。

古代美索不达米亚文明的主要传世文献是“泥版”^[1]。迄今已有约50万块泥版出土，如“巴比伦泥板和彗星”（邮票：不丹，1986）。

现存泥版文书中，有300多块是数学文献（邮票“苏美尔计数泥版”：文达，1982）。它们是以六十进制为主的楔形文记数系统，表明古巴比伦人长于计算，已知勾股数组，发展程序化算法的熟练技巧（开方根），能处理3项2次方程，有3次方程的例子，三角形、梯形的面积公式，棱柱、方锥的体积公式。此外，把圆周分成360等份，也是古巴比伦人的贡献。

“泥版楔形文”、“普林顿322号”（图片）。现存美国哥伦比亚大学图书馆，年代在公元前1600年以前。1945年，考古学家成功解释了此数学泥版，数论意义为整

²“巴比伦文明”的名称并不确切，只是一种习惯的说法，因为巴比伦城最初不是，后来也不总是两河流域文化的中心。

³世界古代七大奇观指埃及胡夫金字塔、巴比伦空中花园、阿尔忒弥斯神庙、摩索拉斯基陵墓、奥林匹亚宙斯神像、亚历山大灯塔、罗德岛太阳神巨像。记录者古希腊哲学家费隆·拜占廷说过：“心眼所见，永难磨灭。”

勾股数^[7].

1.2.3 吠陀时代的印度数学

背景: 古代印度简况.

图片 “印度地图”.

古代印度位于亚洲南部次大陆, 包括今天印度河与恒河流域的印度、巴基斯坦、孟加拉、尼泊尔、斯里兰卡、不丹、锡金等国. 印度古文明的历史可追溯到公元前 3000 年左右. 雅利安人 (梵文: 高贵的、土地所有者) 大约在公元前 20 世纪中叶出现在印度西北部, 逐渐向南扩张, 征服了土著居民达罗毗荼人, 影响逐渐扩散到整个印度. 在到达以后的第一个千年里, 雅利安人建立了吠陀 (梵文: 知识、光明) 教, 创造了梵文, 在印度创立了更为持久的文明. 古代印度的文化便是根植于吠陀教和梵语之上.

史前时期: 公元前 2300 年前. 公元前 2500 年前后, 先民开始使用文字.

哈拉帕文化 (1922 年印度哈拉帕地区发掘发现): 公元前 2300 ~ 前 1750 年. 印度河流域出现早期国家. 哈拉帕文化的分布中心在印度河流域, 故又称印度河文明.

吠陀时代: 公元前 1500 ~ 前 600 年. 印度文明的中心渐次由西向东推进到恒河流域, 后雅利安人侵入印度并形成国家, 婆罗门教产生.

列国时代: 公元前 6 ~ 前 4 世纪. 摩揭陀国在恒河流域中部称霸, 开始走上统一北印度的道路, 佛教产生.

帝国时代: 公元前 4 ~ 公元 4 世纪, 从孔雀王朝 (公元前 324 ~ 前 187 年) 到贵霜帝国 (公元 45 ~ 375 年).

印度历史上曾出现过多个强盛的王朝, 如孔雀王朝、笈多王朝 (公元 320 ~ 540 年). 但总体而言, 整个古代和中世纪, 富庶的南亚次大陆几乎不断地处于外族的侵扰之下, 所以古代印度文化不可避免地呈现出多元复杂的背景, 最显著的特色是其宗教性.

印度的宗教主要是婆罗门教、印度教. 梵天是婆罗门教、印度教的创造神 (图片).

婆罗门教是印度古代宗教之一, 起源于公元前 20 世纪的吠陀教, 形成于公元前 7 世纪. 公元前 6 ~ 公元 4 世纪是婆罗门教的鼎盛时期. 公元 4 世纪以后, 由于佛教和耆那 (梵文: 胜利者、征服者) 教的发展, 婆罗门教开始衰弱. 公元 8、9 世纪, 婆罗门教吸收了佛教和耆那教的一些教义, 结合印度民间的信仰, 经商羯罗 (788 ~ 820 年) 改革, 逐渐发展成为印度教.

印度教与婆罗门教没有本质上的区别, 其教义基本相同, 都信奉梵天、毗湿奴、湿婆三大神, 主张善恶有报、人生轮回. 轮回的形态取决于现世的行为, 只有达到 “梵我同一” 方可获得解脱, 修成正果.

在这样复杂的历史与宗教条件下,古印度科学的发展在各个时期不同程度地受到抑制,但自古以来数学却始终受到重视.

早期印度数学分为达罗毗荼人时期或河谷文化时期(约公元前3000~前1400年)和吠陀时期(约公元前10~前3世纪)^[1].

“《吠陀》手稿”(邮票:毛里求斯,1980).

《吠陀》是印度雅利安人的作品,成书于公元前15~前5世纪,历时1000年左右,是婆罗门教的经典.《吠陀》最初由祭司口头传诵,后来记录在棕榈叶或树皮上.虽然大部分已经失传,但幸运的是,残留的《吠陀》中也有论及庙宇、祭坛的设计与测量的部分——《测绳的法规》,即《绳法经》(公元前8~前2世纪).这是印度最早的数学文献,包含几何、代数知识,如毕达哥拉斯定理,给出 $\sqrt{2}$ 相当精确的值,圆周率的近似值等.

《绳法经》中记载了^[1]

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{3 \times 4 \times 34} \approx 1.414215686,$$

精确到小数点后5位,

$$\pi = 4 \left(1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8 \times 29} - \frac{1}{8 \times 29 \times 6} + \frac{1}{8 \times 29 \times 6 \times 8} \right)^2 \approx 3.0883.$$

佛教是古印度的迦毗罗卫国(今尼泊尔境内)王子乔达摩·悉达多(公元前565~前486年)所创.因其父为释迦族,得道后被尊称为释迦牟尼,即“释迦族的圣人”,门徒称他为佛.

阿育王(约公元前268~前232年在位)被认为是印度历史上最伟大的君主,印度第一个信奉佛教的君主,毕生致力于佛教的宣扬和传播,是释迦牟尼之后使佛教成为世界性宗教的第一人(邮票“阿育王狮形柱头”:印度,1947).

“阿育王石柱”(邮票:尼泊尔,1996)记录了现在阿拉伯数码的最早形态.

公元前2世纪至公元3世纪的印度数学,可参考的资料主要是1881年发现的书写在白桦树皮上的“巴克沙利手稿”(图片)⁴,其数学内容十分丰富,涉及分数、平方根、数列、收支与利润计算、比例算法、级数求和、代数方程等,出现了完整的十进制数码,其中用“●”(点)表示0,后来逐渐演变为现在通用的“0”.这一过程至迟于公元9世纪完成,因为在公元876年,人们在印度的瓜廖尔(位处恒河平原至温德亚山区天然走廊中,今印度中央邦西北部城市)发现了一块刻有“270”数字的石碑(图片).“0”的出现是印度数学的一大发明⁵.

⁴巴克沙利当时和古代大部分时间属于印度,位于今天巴基斯坦西北部距离白沙瓦约80公里处的一座村庄.

⁵零号的真正来源至今仍是数学史上的待解之谜.事实上,瓜廖尔石碑并不是载有圆圈零号的最早文物.在柬埔寨境内已发现有公元683年的石碑,其上的纪年数字(605)已使用了圆圈零号^[1].