

力学与电动力学

理论物理简程

第一卷

朗 栗 道 著
栗 费 席 兹

李 复 龄 译
欧 贤 守

安徽师范大学物理系

一九七八年二月

献 给

全国第一次科学大会

作者序言

尽管我们力图严格地选择，《理论物理教程》的各卷在每次修订时都要增厚。当然，这是科学迅速发展的自然和必然的结果。但是，这些书也就愈来愈不便于学生使用了，实际上也不便于非理论物理专业的任何人使用。

面对着这种情况，在胡道遭遇不测的前些年里；他曾热切地考虑着在完备教程的基础上提出一套理论物理简程的设想。他认为，简程要包含无论在物理学的哪个分支内工作的每个当今的物理学家都应熟悉的最低限度的内容。1962年的不幸事件使得他——我的老师和朋友——不能亲自参加此计划的实施，而简程的第一卷直到他死后才出现。

这套简程将由三卷组成：

1. 力学与电动力学
2. 量子力学
3. 宏观物理学

现在的第一卷基本上是我们的《力学》和《经典场论》的深思熟虑的概要，我已尽量考虑到早先我们讨论这些书的计划时胡道所表示的全部观点。特别是，他认为这样一套简程不应包含广义相对论的任何讨论。他的意见是：该理论的基本物理概念和结果应在普通物理教程中叙述；而其完备的数学处理的研究，（至少目前）只对理论物理学家才是需要的。

《理论物理教程》的卷1和卷2所剩下来内容已减少了几乎一半。由于简程不打算提供理论物理学中各种技术的专业知识，因此只保留了少数问题作为简单的实例。

.....

E. M. 栗弗席兹

中译者前言

本书是作者的名著《理论物理教程》的简缩本《理论物理简程》的第一卷。中译本是从1972年哈默美希和赛克斯等人合译的英译本转译的，作者根据英译者的意见对原书作了一些订正。

本书是为大学物理系最后一年的理论物理课程而写的，也可作为大学数学系应用数学专业高年级学生的参考书和补充教材用。

中译本前七章由欧贤守同志译，后七章由李复龄同志译。由于是突击译成的，同时译者水平有限，希读者能不吝指正。

符

号

力学量:

广义坐标和广义动量 q_i, p_i

拉氏函数和哈密顿函数

(第 I 部分) L, H

(第 II 部分) $L, \mathcal{H}$

粒子的能量和动量

(第 I 部分) $E, \vec{p}$

(第 II 部分) $\mathcal{E}, \vec{p}$

角动量 M

力矩 Γ

惯量张量 I_{ik}

电磁学量:

电磁场的标势和矢势 $\phi, \vec{A}$

电场强度和磁场强度 $\vec{E}, \vec{H}$

电荷密度和电流密度 $\rho, \vec{j}$

电偶极矩和磁偶极矩 $\vec{d}, \vec{m}$

数学符号:

体元、面元和线元 $dV, dS, d\vec{r}$

三维矢量和张量指标用拉丁字母 i, j, k ,

... 来代表, 这些字母取值 x, y, z .

四维矢量和张量指标用希腊字母 μ, ν ,

... 来代表, 这些字母取值 $0, 1, 2, 3$.

升降四维指标的规则在 125 页上给出.

对重复指标 (哑标) 的求和之规则在 76 和 125 页上给出.

目 录

作者序言 (节译)	
英译者附注 (从略)	
中译者前言	
符 号	

第 I 部分 力学

1. 运动方程	1
§ 1. 广义坐标	1
§ 2. 最小作用原理	2
§ 3. 伽利略相对性原理	5
§ 4. 自由粒子的拉氏函数	7
§ 5. 粒子系的拉氏函数	11
2. 守恒定律	14
§ 6. 能量	14
§ 7. 动量	16
§ 8. 质心	18
§ 9. 角动量	20
3. 运动方程的积分	24
§ 10. 一维运动	24
§ 11. 约化质量	25
§ 12. 有心场中的运动	26

§ 13.	开普勒问题	30
4.	粒子之间的碰撞	35
§ 14.	弹性碰撞	35
§ 15.	散射	38
§ 16.	卢瑟福公式	42
5.	微振动	44
§ 17.	一维自由振动	44
§ 18.	受迫振动	48
§ 19.	多于一个自由度的系统的振动	53
§ 20.	阻尼振动	59
§ 21.	在摩擦力作用下的受迫振动	63
§ 22.	参量共振	66
§ 23.	非谐振动	70
6.	刚体的运动	72
§ 24.	角速度	72
§ 25.	惯量张量	75
§ 26.	刚体的角动量	83
§ 27.	刚体的运动方程	86
§ 28.	接触着的刚体	86
§ 29.	在非惯性系中的运动	93
7.	正则方程	99
§ 30.	哈密顿方程	99
§ 31.	哈密顿—雅科毕方程	102
§ 32.	绝热式不变量	104
8.	相对性原理	107
§ 33.	相互作用的传播速度	107

§34.	间隔	110
§35.	原时	116
§36.	洛伦兹变换	118
§37.	速度的变换	122
§38.	4元矢	124
相对论性力学		130
§39.	能量和动量	130
§40.	四维动量	134
§41.	粒子的衰变	135
§42.	粒子的弹性碰撞	137

第II部分 电动力学

10.	电磁场中的电荷	143
§43.	场的4元势	143
§44.	电荷在场中的运动方程	146
§45.	规范不变性	147
§46.	恒定电磁场	151
§47.	在恒定均匀电场中的运动	152
§48.	在恒定均匀磁场中的运动	154
§49.	电荷在交叉场中的运动	157
§50.	电磁场张量	159
§51.	场的不变量	162
11.	电磁场方程	164
§52.	第一对麦克斯韦方程	164
§53.	电磁场的作用量函数	165
§54.	四维电流矢量	168

§55.	连续性方程	170
§56.	第二对麦克斯韦方程	172
§57.	能量密度和能通量	175
§58.	动量密度和动量通量	177
12.	恒定电磁场	180
§59.	库伦定律	180
§60.	电荷的静电能	182
§61.	匀速运动电荷的场	184
§62.	偶极矩	187
§63.	四极矩	189
§64.	在外场中的电荷系	191
§65.	恒定磁场	194
§66.	磁矩	197
§67.	拉莫尔进动	199
13.	电磁波	201
§68.	波方程	201
§69.	平面波	204
§70.	单色平面波	208
§71.	多普勒效应	211
§72.	光谱分解	212
§73.	部分极化光	213
§74.	几何光学	216
§75.	几何光学的极限	219
§76.	菲涅耳衍射	222
§77.	夫琅和费衍射	227
§78.	场的特征振动	230

14. 电磁波的辐射	235
§ 79. 推迟势	235
§ 80. 李纳德-维谢尔势	239
§ 81. 电荷系在远处的场	242
§ 82. 偶极辐射	243
§ 83. 快速运动电荷的辐射	250
§ 84. 辐射阻尼	252
§ 85. 被自由电荷的散射	254
§ 86. 被电荷系的散射	257

索引

第一章

运动方程

§1. 广义坐标

粒子是力学的基本概念之一。这是指在描述其运动时可忽略其线度的物体。这样做的可能性，当然取决于该问题的条件。例如，在研究行星绕太阳的运动时可以把行星看作粒子，但在研究行星绕其轴转动时则不可。

粒子在空间中的位置由其位矢 $\vec{r}$ 来确定，位矢的分量是粒子的笛卡儿坐标 x, y, z 。 $\vec{r}$ 对时间 t 的导数 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ 叫做

粒子的速度，而二阶导数 $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ 是粒子的加速度。今后，我们总则在字母上加一点以表示对时间求导数： $\dot{\vec{r}} = \vec{v}$ 。

要确定由 N 个粒子组成的系统在空间中的位置，就需确定 N 个位矢，即 $3N$ 个坐标。为了唯一地确定任何系统的位置而必须确定的独立量的数目叫做系统的自由度；在这里，这个数目是 $3N$ 。这些量不必是粒子的笛卡儿坐标，而问题的条件或许使选择某种别的坐标较为有利。完全确定一有 S 个自由度的系统的位置的任何 S 个量 $q_1, q_2, \dots, q_S$ 叫做系统的广义坐标，而导数 $\dot{q}_i$ 叫做系统的广义速度。

然而，确定了广义坐标的值时，系统在该时刻的“力学状态”尚未确定，因为还不能预言系统在下一时刻的位置。对于坐标的给定值来说，系统能有任何的速度，而这些速度对系统在无限小时间间隔 dt 后的位置有影响。

如果同时确定了所有的坐标和速度，那么从经验得知：系统的态就完全确定了，并且原则上能计算系统在此后的运动。这在数学上意味着：若给定了在某时刻的所有坐标 $\mathbf{q}$ 和速度 $\dot{\mathbf{q}}$ ，就唯一地确定了该时刻的加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$ 。

加速度、速度和坐标之间的关系式，叫做运动方程。它们是函数 $\mathbf{q}(t)$ 的二阶微分方程，并且它们的积分在原则上有可能确定这些函数，从而确定系统的轨道。

§2. 最小作用原理

控制力学系统运动的定律的最普遍的表述是最小作用原理或哈密顿原理，按照这条原理，每个力学系统都由一个确定的函数 $L(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2, \dots, \dot{\mathbf{q}}_s, t)$ 或简写成 $L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ 来表征，而系统的运动是使一定的条件得到满足。

设系统在时刻 t_1 和 t_2 占据由两组坐标值 $\mathbf{q}^{(1)}$ 和 $\mathbf{q}^{(2)}$ 而确定的位置。这时，该条件是：系统在这两个位置之间以这样的方式运动，使得积分

$$J = \int_{t_1}^{t_2} L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) dt \quad (2.1)$$

取最小的可能值。函数 L 叫做该系统的拉氏函数，而积分 (2.1) 叫做作用量。

拉氏函数只包含 $\mathbf{q}$ 和 $\dot{\mathbf{q}}$ 而不含较高阶的导数 $\ddot{\mathbf{q}}$, $\ddot{\ddot{\mathbf{q}}}$, 等等，这事实表明了已指出的结果，即当坐标和速度给定时系统的力学状态就完全确定了。

现在让我们来导出那解决使积分 (2.1) 为极小问题的微分方程。为简单起见，我们开始将假定系统只有一个自由度，因此只须确定一个函数 $q(t)$ 。

为简短故我们将时常约定用 q 来代表所有坐标 $q_1, q_2, \dots, q_s$ 的集合，并类似地用 $\dot{q}$ 代表所有速度的集合。

设 $\delta = \delta(t)$ 是使 δ 为极小的函数。这意味着当用

$$\delta + \delta\delta(t) \quad (2.2)$$

任何形式的函数来代替 $\delta(t)$ 时 δ 都增大；这儿 $\delta\delta(t)$ 是这样一个函数，它在从 t_1 到 t_2 的时间间隔内在各处都很小，并叫做函数 $\delta(t)$ 的变分。由于对 $t = t_1$ 和 $t = t_2$ 来说，(2.2) 的所有函数必分别取值 $\delta^{(1)}$ 和 $\delta^{(2)}$ ，从而

$$\delta\delta(t_1) = \delta\delta(t_2) = 0. \quad (2.3)$$

当用 $\delta + \delta\delta$ 来代替 δ 时 δ 的改变为

$$\int_{t_1}^{t_2} L(\delta + \delta\delta, \dot{\delta} + \delta\dot{\delta}, t) dt - \int_{t_1}^{t_2} L(\delta, \dot{\delta}, t) dt.$$

当这中差的被积函数展成 $\delta\delta$ 和 $\delta\dot{\delta}$ 的幂时，起决定作用的是那些一次项。 δ 为极小的必要条件是这些项（叫做积分的第一变分或简称变分）应当为零。因此，最小作用原理可写成

$$\delta\delta = \delta \int_{t_1}^{t_2} L(\delta, \dot{\delta}, t) dt = 0 \quad (2.4)$$

的形式，或实施变分得

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial \delta} \delta\delta + \frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}} \delta\dot{\delta} \right) dt = 0.$$

由于 $\delta\dot{\delta} = \frac{d}{dt} \delta\delta$ ，在把第二项分部积分后我们得到

$$\delta\delta = \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}} \delta\delta \right]_{t_1}^{t_2} + \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial \delta} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}} \right) \delta\delta dt = 0. \quad (2.5)$$

条件(2.3)表明(2.5)已积分的项为零，剩下的积分对 $\delta\delta$ 的一切值都必等于零；只有在被积函数恒等于零时才能如此。所以，我们有

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \delta} = 0.$$

在系统具有多于一个自由度的时候，最小作用原理中的 S 个不同的函数 $q_i(t)$ 必须独立地变分。这时，我们显然得到

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, S) \quad (2.6)$$

形式的 S 个方程。这些就是所需的微分方程，在力学中称为拉格朗日方程[†]。如果给定的力学系统的拉氏函数是已知的，方程 (2.6) 就给出加速度：速度和坐标之间的关系式，即方程 (2.6) 是系统的运动方程。

从数学上来看，方程 (2.6) 构成 S 个未知函数 $q_i(t)$ 所满足的 S 个二阶微分方程。通解包含 $2S$ 个任意常数。为了确定这些常数从而唯一地确定系统的运动，必需知道在某一给定时刻确定系统状态的初条件，例如所有坐标和速度的初值。

设一力学系统由 A 和 B 两部分组成，若他们是封闭的，就分别有拉氏函数 L_A 和 L_B 。于是，在这两部分之间的距离很大以致它们之间的相互作用可以忽略的极限情况下，整个系统的拉氏函数趋于数值

$$\lim L = L_A + L_B.$$

拉氏函数的这种相加性表示这样的事实，即两个无相互作用部分之任一部分的运动方程都不可能包含属于另一部分的爱。

显然，用任意一个常数去乘力学系统的拉氏函数都不影响到运动方程。似乎由此能导出如下重要的任意性：不同的孤立力学系统的拉氏函数可乘以不同的任意常数。然而，相加性消除了这个不确定性，因为它只允许所有系统的拉氏函数同时乘以同一个常数。这和选择拉氏函数的测量单位时的固有任意性相对应，我们将在 §4 中回到这个问题上来。

还应作出一个进一步的一般论述。让我们来考虑两个函数

[†] 在变分法中，它们是用以确定 (2.1) 型积分的极值的形式问题的欧勒方程。

$L'(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t)$ 和 $L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t)$ ，它们相差坐标和时间的某个函数 $f(\mathbf{r}, t)$ 对时间的全导数：

$$L'(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) = L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) + \frac{d}{dt} f(\mathbf{r}, t). \quad (2.8)$$

从这两个函数标出的积分 (2.1) 是这样的，使得

$$\begin{aligned} \mathcal{J}' &= \int_{t_1}^{t_2} L'(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) dt = \int_{t_1}^{t_2} L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{df}{dt} dt \\ &= \mathcal{J} + f(\mathbf{r}^{(2)}, t_2) - f(\mathbf{r}^{(1)}, t_1). \end{aligned}$$

即它们相差一在变分后为零的数，所以条件 $\delta \mathcal{J}' = 0$ 和 $\delta \mathcal{J} = 0$ 是等价的，而这运动方程的形式不变。因此，拉氏函数只确定到可加上坐标和时间的任何函数对时间的全导数的程度。

§3. 伽利略相对性原理

为了描述自然界的过程，需要选择一个参考系。这是用以指示粒子在空间中的位置的一个坐标系，以及固定在这样一个坐标系中并用来指示时间的一个时钟。自然界的定律（包括运动定律在内）对不同的参考系一般以形式不同的。在选择了一个任意的参考系时，甚至控制极简单现象的定律也可能碰巧变得很复杂。寻找一个使自然界在其中取最简形式的参考系的问题，就自然地发生了。

最简单的运动类型是自由粒子的运动，即不受任何外部相互作用的粒子运动。有这种参考系存在，自由运动在其中以数值和方向都不变的速度进行。这些参考系叫做惯性系，而关于它们存在的叙述就是惯性定律。

惯性系的特性也可以这样来表述：相对于这种参考系来说，空间是均匀的和各向同性的，而时间是均匀的。空间和时间的均匀性指的是，在一切时刻自由粒子在空间中的一切位置都是等价的；空间的各向同性指的是，空间中的不同方向都是等价的。这

些特性显然意味着，粒子在空间中的任何方向上的自由运动都是不变的。

若两个参考系在一条直线上相对作匀速运动，而一个是惯性系；则另一个显然也是惯性系，因为任何自由运动在其中以不变的速度进行。因此，存在着无穷多以恒定的相对速度运动的惯性系。

实际上我们发现，不同的惯性系不仅就自由运动的特性而论是等价的。实验表明相对性原理是成立的：所有的自然律在各个惯性系中都是相同的。这就是说，表示自然律的方程对于坐标和时间从一个惯性系到另一个的变换是不变的。这意味着，用不同惯性系中的坐标和时间写出自然律的方程时有相同的形式。

经典力学[†]或牛顿力学不仅以相对性原理而且以时间是绝对的这一假说为基础，所谓时间是绝对的指的是，时间在各个惯性系中以相同的方式流逝。当相对性原理与这条假说结合在一起时，它就叫做伽利略相对性原理。

一给定点在两个不同的惯性系 K 和 K' 中的坐标 $\vec{r}$ 和 $\vec{r}'$ ，在 K' 以速度 $\vec{v}$ 相对于 K 运动的情况下，由

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}t \quad (3.1)$$

相联系。这儿，时间 t 在这两个惯性系中是相同的：

$$t = t'. \quad (3.2)$$

方程 (3.1) 对时间的导数给出通常的速度合成定律：

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}. \quad (3.3)$$

公式 (3.1) 和 (3.2) 叫做伽利略变换。伽利略相对性原理表明，自然律在此变换下是不变的。

前面的讨论十分清楚地指出了惯性系的特殊性质，从而在研究力学现象时通常应采用这些参考系。除非另作说明，今后将隐

[†]与将在第 8 和第 9 章讨论的相对论性力学或爱因斯坦力学是不同的。