$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

高等数学

上

GAODENG SHUXUE

$$\log_a b^r = r\log_a b$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

主　编
周学来

$$S_\Delta = \sqrt{p(p-a)\cdot(p-b)\cdot(p-c)} = p\cdot r$$

上海大学出版社

高 等 数 学

（上）

主编　周学来
参编　赵　韬　伍文星
　　　周　璞　覃信举

上海大学出版社
·上 海·

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.上/周学来主编.—上海：上海大学出版社，2011.9

ISBN 978-7-81118-183-8

Ⅰ.①高… Ⅱ.①周… Ⅲ.①高等数学—高等职业教育—教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 184211 号

责任编辑 徐丽华 封面设计 倪天长

高 等 数 学

（上）

周学来 主编

上海大学出版社出版发行

（上海市上大路 99 号 邮政编码 200444）

（http://www.shangdapress.com 发行热线 66135110）

出版人：郭纯生

*

南京展望文化发展有限公司排版

上海第二教育学院印刷厂印刷 各地新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 14.75 字数 320 000

2011 年 9 月第 1 版 2011 年 9 月第 1 次印刷

印数：1～4100 册

ISBN 978-7-81118-183-8/O·054 定价：32.00 元

前言 QIANYAN

人类在各个领域一直在持续不断地进行着各种探索和研究，我们所从事的教育事业也同样在不断的探索中前进．但是我们要进行的教育改革，是一个培养人的系统工程，必须谨慎进行．在以往的教学改革中，我们吸取到许多经验和教训．现在我们又听到了中央和教育部关于加强基础教育和在高等学校要加强基础课教学的声音，使我们从事基础课教学的教育工作者又为之兴奋．搞好基础教育和在高等学校抓好基础课的教学是搞好学校教学工作的根本，丢了这个根本，任何教学改革都是一句空话．这是我们长期的经验总结，是我们教育工作者的切身体会．因此，我们特组织了一些具有丰富教学经验的教师进行《高等数学》教材的编写工作．

在编写过程中，我们大胆改革，采用了全新的编写体系，新颖的编写方式，融入了一线教师在多年教学过程中总结的教学经验和教学科研成果．在教材中合理布置知识点，注意各知识点的前后关系和衔接，使之过渡自然，对知识点实行了条理化和名称化；突出了知识的实用性，与后面的专业课程的学习建立了适当的联系；便于教师备课和组织教学；注重提高学生的学习兴趣，语言叙述通俗易懂，便于学生理解其中的基本概念、基本理论和基本方法，方便学生学习和记忆相关知识；适当介绍有关计算技巧，重点介绍高等数学的思想和方法，特别是微积分的数学思想和方法；为了培养和提高学生的逻辑思维和推理能力，对基本定理、性质进行了适当的证明；精选例题，为了培养学生良好的学习习惯和行为规范，严谨的科学态度，所有例题基本上使用递等格式．本教材兼顾到理工科和文科的需要，适合于理工科和文科学生使用．

目前我们只编写了《高等数学》的上册，下册待以后续编．《高等数学》(上)由周学来任主编，参编人员有赵韬、伍文星、周璞、覃信举、贺建山．周学来负责第一章函数、极限与连续性、第六章定积分的应用(大部分)和附录的编写，赵韬编写了第五章定积分和第六章定积分的应用(部分)，伍文星编写了第二章导数与微分，周璞编写了第四章不定积分，覃信举编写了第三章导数的应用，贺建山参与了《高等数学》(上)的编写、修改和审稿．最后由周学来负责统稿，并对全部内容逐字进行了审定和多次反复的修改，有的内容和章节甚至进行了重新编写，对缺少的内容和章节进行了适当的补充和加强，完成了所有插图的设计和绘制工作．《高等数学》(上)与西南交通大学(2010年)出版的《高等数学习题集》(周学来主编)是配套教材．

编写过程中，我们参考和引用了许多其他的教材、文献和网上资料，恕未一一列出，在此特表示感谢．同时感谢有关领导和老师给予我们的大力支持和帮助．

编　者

2011年8月

目　录

第一章　函数、极限和连续

客观世界总是在不断变化和运动，这些变化和运动伴随着量的变化，而且量的变化与物质世界的运动一样遵循着一定的规律. 探索这些规律，首先要寻找物理量之间的联系，构建它们的数学模型即函数关系. 函数是高等数学研究的主要对象，研究函数（微积分理论）最基本的方法是极限方法. 本章将在复习函数知识的基础上，重点学习极限的概念、连续函数的概念与性质等，为以后各章的学习奠定必要的数学理论基础.

第一节　函　　数

1.1.1　变量和区间

一、常量和变量

在研究实际问题、观察各种现象的过程中，人们会遇到各种各样的量. 通常情况下，量分为常量和变量. 在某个问题的研究过程中，始终保持恒定值的量称为常量，而能取不同数值的量称为变量. 例如，一个超市的面积为常量，而每天到超市购物的人数是变量. 在数学中常抽去常量或变量的具体含义，只从数值方面加以关注，表示常量和变量数值的分别是实常数或实变数，但仍称为常量或变量. 习惯上，常用字母 a, b, c 等表示常量，而用 x, y, z 等表示变量.

二、集合和区间

集合是指具有某种特定性质的事物的全体. 一组具有某种共同性质的数构成的集合称为数集. 为描述一个变量，常需指出其变化范围，这就要用到实数的集合，特别是区间的概念. 区间是特殊的数集.

1. 开区间

设 a、b 是实数，且 $a<b$，则集合 $\{x|a<x<b\}$ 称为开区间，记做 (a, b)，它可在数轴上用点 a 和 b 之间，但不包括端点 a 及 b 的线段来表示（图 1.1.1）.

2. 闭区间

集合 $\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$ 称为闭区间，记做 $[a, b]$，它可在数轴上用点 a 和 b 之间、包括两个端点的线段来表示（图 1.1.2）.

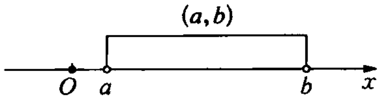

图 1.1.1

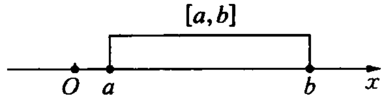

图 1.1.2

3. 半开半闭区间

(1) 左开右闭区间

集合 $\{x \mid a < x \leqslant b\}$ 称为左开右闭区间，记做$(a, b]$ (图 1.1.3)；

(2) 左闭右开区间

集合 $\{x \mid a \leqslant x < b\}$ 称为左闭右开区间，记做$[a, b)$(图 1.1.4).

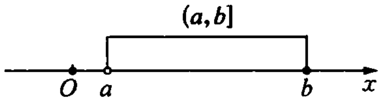

图 1.1.3

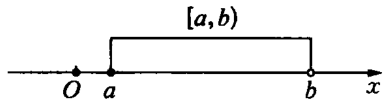

图 1.1.4

上述区间均为有限区间，其区间长度为 $b-a$. 还有无限区间，这就需先引进记号“∞”，读作“无穷大”.

4. 无限区间

(1) 集合 $\{x \mid x > a\}$，记做$(a, +\infty)$，集合$\{x \mid x \geqslant a\}$，记做$[a, +\infty)$；

(2) 集合 $\{x \mid x < a\}$，记做$(-\infty, a)$，集合$\{x \mid x \leqslant a\}$，记做$(-\infty, a]$；

(3) 集合 $\{x \mid x \in \mathbf{R}\}$，记做$(-\infty, +\infty)$.

三、邻域

1. 实心邻域(简称邻域)

(1) 邻域的定义：

设 δ 为任一给定的正数，则集合 $\{x \mid |x - x_0| < \delta\}$ 称为点 x_0 的 δ 邻域.

(2) 邻域的符号：记为 $N(x_0, \delta)$或$U(x_0, \delta)$

(3) 邻域的区间表示：$(x_0-\delta, x_0+\delta)$

(4) 邻域的几何表示(图 1.1.5)：

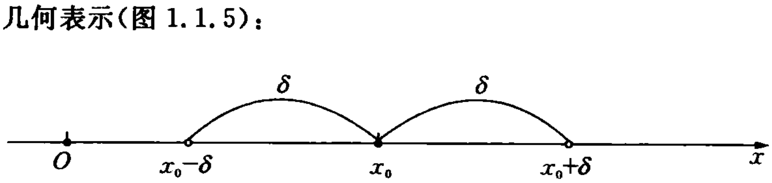

图 1.1.5

即：$N(x_0, \delta) = (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$，其中：$x_0$为邻域中心，$\delta$为邻域半径，邻域宽度为 2δ.

2. 空心邻域(或称去心邻域)

(1) 空心邻域的定义：

设 δ 为任一给定的正数，集合$\{x \mid 0<|x-x_0|<\delta\}$称为点 x_0 的空心邻域(或去心邻域)，该集合不含 x_0.

(2) 空心邻域(或去心邻域)的符号：记为 $N(\hat{x}_0, \delta)$ 或 $U(\hat{x}_0, \delta)$

(3) 空心邻域(或去心邻域)的区间表示：$(x_0-\delta, x_0)\cup(x_0, x_0+\delta)$

(4) 空心邻域(或去心邻域)的几何表示：

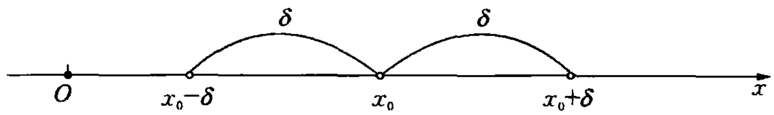

图 1.1.6

即：$N(\hat{x}_0, \delta)=(x_0-\delta, x_0)\cup(x_0, x_0+\delta)$.

1.1.2 函数的概念

一、函数

在同一自然现象或技术过程中，往往同时有几个变量一起变化，但是这几个变量不是彼此孤立的，而是相互联系的，遵从一定的规律变化着.

现在，考虑两个变量的简单情形.

例 1 自由落体运动. 设物体下落的时间为 t，下落距离为 s，假定开始下落的时刻 $t=0$，那么 s 与 t 之间的依赖关系由

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

给出，其中 g 为重力加速度. 在这个关系中，距离 s 随着时间 t 的变化而变化. 其特点是，当下落的时间 t 取定一个值时，对应的距离 s 的值也就唯一地确定了.

例 2 球的体积问题. 考虑球的体积 V 与它的半径 r 的依赖关系

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

当半径 r 取定某一正的数值时，球的体积 V 的值也就随之确定，当半径 r 变化时，体积 V 也随之变化.

还可以举出更多的例子. 在上面举的两个例子中，如果抽去所考虑量的具体意义，可以看到，它们都表达了两个变量间的依赖关系：当其中一个变量在某一范围内取一个数值时，另一个变量就有唯一确定的一个值与之对应. 两个变量间的这种对应关系就是函数关系.

1. 函数的定义

设 x、y 是同一过程中的两个变量，若当 x 在数集 D 内取任一值时，按某种规则 f 总能唯一确定变量 y 的一个值与之对应，则称 y 是 x 的函数，记做

$$y=f(x)$$

称变量 x 为自变量，变量 y 为因变量. 表示对应法则的 f 是函数的记号，集合 D 是函数的定义域.

由定义看出，定义域与对应法则是函数的两大要素，对于定义域 D 上的函数 $y=f(x)$，集合

$$\{y \mid y=f(x),\ x\in D\}$$

称为函数的值域 M，显然一个函数的值域由定义域 D 及对应法则 f 完全确定.

2. 函数的定义域 D

自变量的取值范围叫做这个函数的定义域，常记为 D.

关于函数的定义域，有自然定义域和非自然定义域.

自然定义域：由函数自身的定义域来决定.

非自然定义域：根据实际的情况同时结合自然定义域来决定.

3. 定义域(自然定义域)的确定原则

(1) 多项式函数：$D=R$；

(2) 分式函数：分母不能等于零；

(3) 偶次根函数：根号下的因式不能为负；

(4) 对数函数：真数必须大于零；

(5) $y=\arcsin x$ 和 $y=\arccos x$：$D=[-1,1]$；

(6) 由几个函数构成的函数：取各个函数定义域的交集.

例 3 求函数 $y=\sqrt{1-x}+\arcsin\dfrac{x+1}{2}$ 的定义域.

解 由 $\begin{cases}1-x\geqslant 0\\ \left|\dfrac{x+1}{2}\right|\leqslant 1\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x\geqslant 1\\ -3\leqslant x\leqslant 1\end{cases}$.

所以原函数的定义域为：$x=1$.

例 4 求函数 $y=\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ 的定义域.

解 由 $\begin{cases}\dfrac{1+x}{1-x}\geqslant 0\\ 1-x\neq 0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x\geqslant -1\\ x<1\\ x\neq 1\end{cases}$.

所以原函数的定义域为：$D=[-1,1)$.

二、函数的表示方法

函数的常用表示法分为表格法、图像法、解析法三种. 根据函数的解析式的不同，函数也可

以分为显函数、隐函数和分段函数三种. 显函数和隐函数的概念将在下一章的求导法则中介绍，下面我们重点介绍一下分段函数.

三、分段函数

分段函数是函数的一种特殊表达形式. 当一个函数的自变量在定义域内不同区间上用不同式子表示时，称该函数为分段函数.

例 5 函数 $y = f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geqslant 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

如图 1.1.7 所示. 定义域：$D = (-\infty, +\infty)$

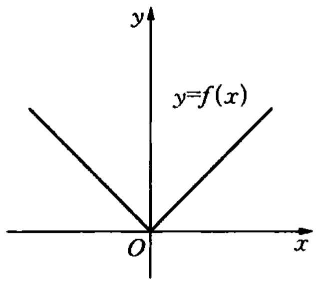

图 1.1.7

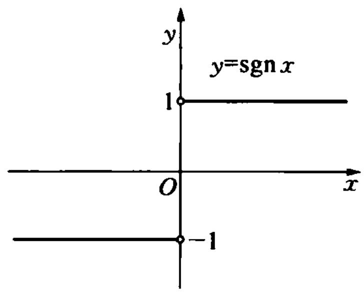

图 1.1.8

例 6 符号函数 $y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x = 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$

其图像如图 1.1.8 所示.

对于分段函数，要注意以下几点：

(1) 分段函数是由几个公式合起来表示一个函数，而不是几个函数；

(2) 分段函数的定义域是各段定义域的并集；

(3) 在处理问题时，对属于某一段的自变量就应用该段的函数表达式.

1.1.3 函数的性质

一、函数的奇偶性

函数的奇偶性定义：

设函数 $y = f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，即有 $x \in D \Leftrightarrow -x \in D$，若 $f(-x) = f(x)$，$x \in D$，则称 $f(x)$为偶函数，偶函数的图像关于 y 轴对称；若 $f(-x) = -f(x)$ 则称 $f(x)$为奇函数，奇函数的图像关于原点对称.

例如：$y = x^2$，$x \in D$，是偶函数，其图像如图 1.1.9 所示.

$y = x^3$，$x \in (-\infty, +\infty)$ 是奇函数，其图像如图 1.1.10 所示.

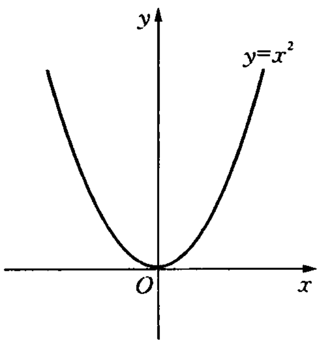

图 1.1.9

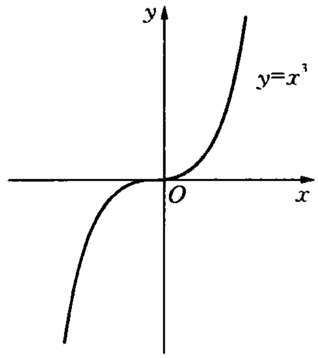

图 1.1.10

注：两个偶函数之和、差、积、商仍是偶函数；两个奇函数之和、差仍是奇函数；两个奇函数之积、商是偶函数；奇函数与偶函数之积、商是奇函数.

二、函数的周期性

函数的周期定义：

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，若存在常数 $T>0$，使得对一切 $x\in D$，都有 $x+T\in D$，且 $f(x+T)=f(x)$ 恒成立，则称 $f(x)$ 为周期函数，T 称为 $f(x)$ 的周期.

例如 $\sin x$、$\cos x$ 等是以周期为 2π 的函数，$\tan x$、$\cot x$ 是以周期为 π 的函数. 于是我们知道，以 T 为周期的函数将其函数图像沿 x 轴方向左右平移 T 的整数倍后，图像将重合.

三、函数的单调性

函数的单调性定义：

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\in D$，x_1 和 x_2 为区间 I 内任意取两点，当 $x_1<x_2$ 时，在区间 $I\in D$ 上如果恒有：

$f(x_1)<f(x_2)$ 时，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内单调递增，区间 I 为函数 $f(x)$ 的单调递增区间(图 1.1.11)；

$f(x_1)>f(x_2)$ 时，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内单调递减，区间 I 为函数 $f(x)$ 的单调递减区间(图 1.1.12).

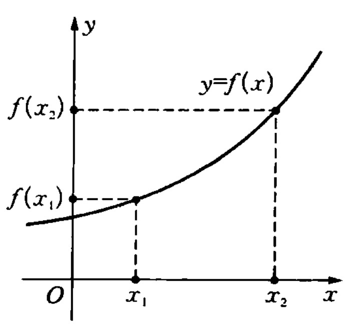

图 1.1.11

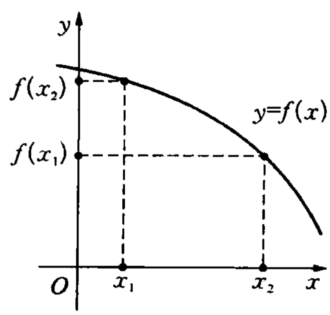

图 1.1.12

例如：如图 1.1.9 所示，函数 $y=x^2$ 在区间$(0,+\infty)$上是单调递增函数，在区间$(-\infty,0)$上是单调递减函数，而在区间$(-\infty,+\infty)$上不是单调函数.

四、函数的有界性

函数的有界性定义：

若函数 $y=f(x)$，$x\in D$，对于区间 I $(I\in D)$，若存在正数 M 使得对任何 $x\in I$ 都有

$$|f(x)|\leqslant M$$

则称 $f(x)$在 I 上有界，否则称为无界.

例如：函数 $y=\sin x$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内有 $|\sin x|\leqslant 1$，所以函数 $y=\sin x$ 在$(-\infty,+\infty)$内是有界的(图 1.1.13).

而函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内无界，在 $(1,+\infty)$ 内 $\left|\dfrac{1}{x}\right|<1$，在 $(1,+\infty)$ 内是 $y=\dfrac{1}{x}$ 有界(图 1.1.14).

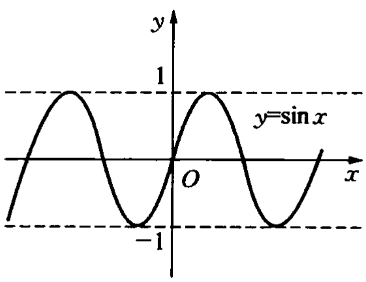

图 1.1.13

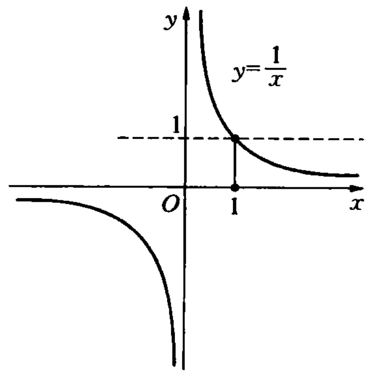

图 1.1.14

习题 1.1

1. 用区间表示下列变量的变化范围：

(1) $3\leqslant x<9$；　(2) $x\leqslant 0$；　(3) $x^2>4$；　(4) $x-2\leqslant 6$.

2. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$；　(2) $y=\dfrac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$；

(3) $y=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$；　(4) $y=\dfrac{2x}{x^2-3x+2}$.

3. 设 $\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x|, & |x|<\dfrac{\pi}{3},\\ 0, & |x|\geqslant\dfrac{\pi}{3},\end{cases}$ 求 $\varphi\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$、$\varphi\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$、$\varphi(2)$，并作出函数 $y=\varphi(x)$ 的图像.

4. 判断下列函数是奇函数、偶函数还是非奇函数非偶函数：

(1) $y = x^3\cos x$；　　(2) $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$；

(3) $y = \frac{|x|}{x}$；　　(4) $y = \sin x - \cos x + 1$.

5. 判断下列函数是否是周期函数，若是求出其周期：

(1) $y = \sin\frac{x}{3}$；　　(2) $y = \sin x + \cos x$；

(3) $y = x\cos x$；　　(4) $y = \tan\frac{1}{x}$.

6. 研究下列函数的单调性：

(1) $y = 2 - 3x$；　　(2) $y = 3^{-x}$.

第二节　基本初等函数和初等函数

1.2.1　反函数

函数关系的实质就是从定量分析的角度来描述运动过程中变量之间的相互依赖关系，但是在研究过程中，哪个变量作为自变量，哪个变量作为因变量是由具体的问题来决定的.

如：一个商店从事雨伞生意，已知这种雨伞的价格为 p 元，每天销售 x 把，则收入 y 是 x 的函数：

$$y = px$$

这时 x 是自变量，y 是 x 的函数.

若已知收入是 y，反过来求销量 x，则有

$$x = \frac{y}{p}$$

这时 y 是自变量，x 是 y 的函数了.

上面的两个式子是同一类关系的两种写法，但是从函数的角度来看，由于对应法则不同，它们是两个不同的函数.

由于函数 $x = \frac{y}{p}$ 是函数 $y = px$ 的反向计算，我们称这两个函数的关系是互为反函数.

一、反函数的定义

设函数 $y = f(x)$，$x \in D$，$y \in M$，根据这个函数中 x 与 y 的关系，用 y 把 x 表示出来，得到 $x = \varphi(y)$，若对于 y 在 M 中的任何一个值，通过 $x = \varphi(y)$，x 在 D 中都有唯一的值与 y 对应，那么，$x = \varphi(y)$ 叫做函数 $y = f(x)$ 的反函数.

在 $y=f(x)$ 的反函数 $x=\varphi(y)$ 中，变量 y 是自变量，变量 x 是因变量.

二、反函数的符号

$y=f(x)$，$x\in D$ 的反函数 $x=\varphi(y)$ 的符号记为：

$$x=f^{-1}(y)$$

我们称 $y=f(x)$ 为直接函数，称 $x=f^{-1}(y)$ 为 $y=f(x)$ 的直接反函数.

但习惯上，用 x 表示自变量，用 y 表示因变量，于是把 $y=f(x)$，$x\in D$ 的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 通常改写为：

$$y=f^{-1}(x)$$

我们称 $y=f^{-1}(x)$ 为 $y=f(x)$ 的矫形反函数，简称反函数.

其实，$y=f^{-1}(x)$ 与 $y=f(x)$ 互为反函数.

三、反函数的定义域与值域的确定

若函数 $y=f(x)$，$x\in D$，$y\in M$

则其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域为：$x\in M$，值域为：$y\in D$

即：函数 $y=f(x)$ 的定义域和值域分别是函数 $y=f^{-1}(x)$ 的值域和定义域.

四、反函数的图象特点

由于反函数 $y=f^{-1}(x)$ 图像的 x 坐标正好是直接函数 $y=f(x)$ 图像的 y 坐标，而反函数 $y=f^{-1}(x)$ 图像的 y 坐标正好是直接函数 $y=f(x)$ 图像的 x 坐标. 所以函数 $y=f(x)$ 和它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

例 1 求函数 $y=x^2+1$，$x\in[0,+\infty)$ 的反函数.

解 因为函数 $y=x^2+1$ 在区间 $x\in[0,+\infty)$ 上单调递增，所以存在反函数. 由 $y=x^2+1$ 解得 $x=\sqrt{y-1}$，于是 $y=x^2+1$ 的反函数为 $x=\sqrt{y-1}$，$y\in[1,+\infty)$.

通常情况下表示为：$y=\sqrt{x-1}$，$x\in[1,+\infty)$. 图像如图 1.2.1所示.

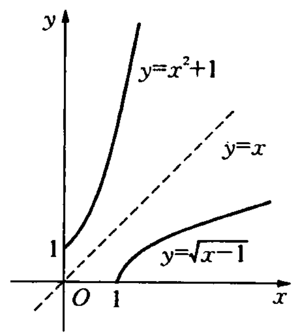

图 1.2.1

1.2.2 基本初等函数

以下五类函数为基本初等函数：

1. 幂函数：$y=x^{\mu}$，μ 是常数；

2. 指数函数：$y=a^x$（a 是常数，且 $a>0$，$a\neq 1$）；

3. 对数函数：$y=\log_a x$（a 是常数，且 $a>0$，$a\neq 1$）；

4. 三角函数：

(1) 正弦函数：$y=\sin x$；

(2) 余弦函数：$y=\cos x$；

(3) 正切函数：$y=\tan x$；

(4) 余切函数：$y=\cot x$；

(5) 正割函数：$y=\sec x$；

(6) 余割函数：$y=\csc x$.

5. 反三角函数：

(1) 反正弦函数：$y=\arcsin x$；

(2) 反余弦函数：$y=\arccos x$；

(3) 反正切函数：$y=\arctan x$；

(4) 反余切函数：$y=\mathrm{arccot}\, x$.

1.2.3 复合函数

先来看一个例子，对于给定的两个函数：$y=u^2$ 及 $u=1+2x$. 由于 $y=u^2$ 的定义域为全体实数 $\mathbf{R}$，故用 $1+2x$ 代替 $y=u^2$ 中的 u 时便得到一个新的函数 $y=(1+2x)^2$. 可见 $y=(1+2x)^2$ 是一个较为复杂的函数，它是由函数 $y=u^2$ 中又套有另一个函数 $u=1+2x$ 构成的复杂函数. 我们称这种一个函数中又套有另一个函数构成的复杂函数为复合函数.

这就是说，函数 $y=(1+2x)^2$ 是由 $y=u^2$ 和 $u=1+2x$ 复合而成的.

一般地，有以下的复合函数的概念.

复合函数的定义：

设函数 $y=f(u)$，$u\in D_u$ 和函数 $u=\varphi(x)$，$x\in D_x$，$u\in M_u$ 且函数 $\varphi(x)$ 的值域 M_u 全部或部分包括在函数 $f(u)$ 的定义域 D_u 内（或 $D_u\cap M_u\neq\varnothing$），那么 y 通过 u 的联系成为 x 的函数，我们就把 y 叫做 x 的复合函数，记作 $y=f[\varphi(x)]$，其中 u 叫做中间变量.

例 2 设 $y=3^u$，$u=\cos x$，因 $u=\cos x$ 的值域包含在 $y=3^u$ 的定义域内，故它们的复合函数为 $y=3^{\cos x}$.

例 3 函数 $y=\sqrt{x^2+1}$ 是由哪些基本函数复合而成的？

解 设 $y=\sqrt{u}$

$$u=x^2+1$$

则 $y=\sqrt{x^2+1}$ 是由函数 $y=\sqrt{u}$，$u=x^2+1$ 复合而成的函数.

1.2.4 初等函数

基本初等函数以及对基本初等函数作有限次四则运算与有限次函数复合运算而得到的由一个式子表示的函数叫做初等函数，否则就是非初等函数.