



普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套辅导

结构力学辅导

主编 文国治
副主编 刘纲

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套辅导

结 构 力 学 辅 导

主 编 文国治

副主编 刘 纲

参 编 王达诠 陈名弟
刘阳冰 肖正直

机 械 工 业 出 版 社

前　　言

本书是结构力学课程的辅导用书，主要是为配合萧允徽、张来仪主编的普通高等教育“十一五”国家级规划教材《结构力学》（I, II）（以下称为“主教材”）的教学而编写的。本书按照全国土木工程专业教学指导委员会新近修订的《土木工程专业规范》以及教育部最新制定的《结构力学课程教学基本要求（A类）》编写而成。

本书旨在帮助读者深入理解结构力学的基本概念和基本原理，抓住重点，化解难点；熟练掌握结构力学的基本方法和解题技巧；在学习基本理论的基础上拓展知识面，激发读者学习的积极性，提高其分析问题和解决问题的能力。

全书共分13章，包括平面体系的几何组成分析、静定梁和静定刚架的受力分析、三铰拱的受力分析、静定桁架和组合结构的受力分析、虚功原理和结构的位移计算、力法、位移法、渐近法和近似法、影响线及其应用、矩阵位移法、结构的动力计算、结构的稳定计算、结构的极限荷载。每章内容包括五个模块，即知识点归纳与解题方法、考研真题、思考与讨论、习题及解答、自测题。

知识点归纳与解题方法模块：归纳整理每章的基本内容，理清重点与难点，对分析及解题方法作出提示。

考研真题模块：收集了近些年国内部分高校土木工程专业结构力学课程的考研试题，并对其作了详细解答，以帮助读者开阔视野，对有志考研的同学大有裨益。

思考与讨论模块：对主教材及其他教材中具有一定深度和难度的部分思考题进行了分析与讨论，可以帮助读者深入理解结构力学的基本原理与基本方法。

习题及解答模块：对主教材中的习题进行了详细解答，包括是非判断题、填空题、选择题、分析计算题等各类题目。

自测题模块：提供的题目以历年各高校的考研试题为主，也包括了部分其他典型题目。

每章末给出了自测题解答。部分习题及自测题建议读者闭卷独立完成，以检验学习效果。

本书可与主教材配合使用，也可作为一本独立的辅助学习用书，还可作为考研复习辅导书。

本书由文国治担任主编，刘纲担任副主编。参加编写工作的有：文国治（第1、5、8、9、12章），刘纲（第2、3、4章），王达诠（第6、10章），陈名弟（第7章），刘阳冰（第11章），肖正直（第13章）。全书由文国治统稿。

本书的编写得到了重庆大学各级领导的大力支持以及建筑力学教研室同仁的热情帮助。

本书的编写还得到了以下基金资助：①重庆市重点教改项目——大土建类工程力学系列课程创新与精品化建设（项目编号：09-2-002），②重庆大学大类系列课程建设项目——结构力学系列课程建设（项目编号：2009051A）。

借本书出版之际，编者在此一并致以衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在不足之处，欢迎读者批评指正。

目 录

前言	
第1章 平面体系的几何组成分析	1
1.1 知识点归纳与解题方法	1
1.2 考研真题	3
1.3 思考与讨论	4
1.4 习题及解答	5
1.5 自测题	9
自测题解答	10
第2章 静定梁和静定刚架的受力分析	12
2.1 知识点归纳与解题方法	12
2.2 考研真题	16
2.3 思考与讨论	19
2.4 习题及解答	23
2.5 自测题	37
自测题解答	39
第3章 三铰拱的受力分析	42
3.1 知识点归纳与解题方法	42
3.2 考研真题	43
3.3 思考与讨论	45
3.4 习题及解答	46
3.5 自测题	51
自测题解答	52
第4章 静定桁架和组合结构的受力分析	53
4.1 知识点归纳与解题方法	53
4.2 考研真题	57
4.3 思考与讨论	60
4.4 习题及解答	61
4.5 自测题	75
自测题解答	77
第5章 虚功原理和结构的位移计算	80
5.1 知识点归纳与解题方法	80
5.2 考研真题	83
5.3 思考与讨论	86
5.4 习题及解答	88
5.5 自测题	99
自测题解答	100
第6章 力法	102
6.1 知识点归纳与解题方法	102
6.2 考研真题	106
6.3 思考与讨论	109
6.4 习题及解答	112
6.5 自测题	137
自测题解答	138
第7章 位移法	140
7.1 知识点归纳与解题方法	140
7.2 考研真题	144
7.3 思考与讨论	147
7.4 习题及解答	152
7.5 自测题	175
自测题解答	176
第8章 漐近法和近似法	177
8.1 知识点归纳与解题方法	177
8.2 考研真题	180
8.3 思考与讨论	184
8.4 习题及解答	186
8.5 自测题	207
自测题解答	208
第9章 影响线及其应用	210
9.1 知识点归纳与解题方法	210
9.2 考研真题	213
9.3 思考与讨论	215
9.4 习题及解答	218
9.5 自测题	227
自测题解答	229
第10章 矩阵位移法	231
10.1 知识点归纳与解题方法	231

10.2 考研真题.....	235	12.2 考研真题.....	298
10.3 思考与讨论.....	239	12.3 思考与讨论.....	301
10.4 习题及解答.....	240	12.4 习题及解答.....	305
10.5 自测题.....	256	12.5 自测题.....	315
自测题解答.....	257	自测题解答.....	317
第 11 章 结构的动力计算	259	第 13 章 结构的极限荷载	318
11.1 知识点归纳与解题方法.....	259	13.1 知识点归纳与解题方法.....	318
11.2 考研真题.....	268	13.2 考研真题.....	320
11.3 思考与讨论.....	272	13.3 思考与讨论.....	325
11.4 习题及解答.....	273	13.4 习题及解答.....	326
11.5 自测题.....	291	13.5 自测题.....	339
自测题解答.....	292	自测题解答.....	340
第 12 章 结构的稳定计算	295	参考文献	342
12.1 知识点归纳与解题方法.....	295		

第1章 平面体系的几何组成分析

1.1 知识点归纳与解题方法

1.1.1 几何组成分析中的几个概念

1. 几何不变体系和几何可变体系

在几何组成分析中，不考虑材料的应变，将杆件看做刚片。几何形状和位置固定不变的刚片体系称为几何不变体系（或几何稳定体系）；几何形状和位置可以改变的刚片体系称为几何可变体系（或几何不稳定体系）。

2. 自由度

体系运动时可以独立改变的坐标的数目，称为该体系的自由度。

一个点在平面内的自由度数为 2，在空间内为 3；一个刚片在平面内的自由度数为 3，在空间内为 6。

3. 约束

(1) 约束

减少自由度的装置称为约束（或联系）。可以减少一个自由度的装置是一个约束。一根链杆（或一根支杆）为一个约束；一个单铰为两个约束；一个单刚结为三个约束。

(2) 必要约束

在体系中增加或去掉某个约束，体系的自由度数目将随之变化，则此约束称为必要约束。

(3) 多余约束

在体系中增加或去掉某个约束，体系的自由度数目并不因此而改变，则此约束称为多余约束。

(4) 虚铰

两个刚片由两根链杆连接，这两根链杆的约束作用等效于链杆交点（或延长线交点）处一个单铰所起的约束作用，这个单铰可称为虚铰（或瞬铰）。

(5) 无穷远虚铰

若连接两个刚片的两根链杆互相平行，则两根链杆的约束作用相当于无穷远处的一个虚铰（或瞬铰）。

1.1.2 平面几何不变体系的基本组成规则

1. 二元体规则（一个点与一个刚片之间的连接方式）

一个点与一个刚片用两根不共线的链杆相连，则组成内部几何不变且无多余约束的体系。也可表述为：

在一个体系上依次增加（或取消）若干个二元体，不影响原体系的几何稳定性。

2. 两刚片规则

两刚片用一铰和一链杆相连，且链杆及其延长线不通过铰，则组成内部几何不变且无多余约束的体系。也可表述为：

两个刚片用三根链杆相连，且三根链杆不全交于一点也不全平行，则组成内部几何不变且无多余约束的体系。

3. 三刚片规则

三个刚片用三个铰两两相连，且三个铰不在同一直线上，则组成内部几何不变且无多余约束的体系。

以上三个规则可归纳为一条总规则，即铰接三角形是几何不变的。

1.1.3 平面杆件体系的计算自由度

若体系的刚片数为 m ，单铰数为 h ，单刚结数为 g ，支杆数为 r ，则体系的计算自由度 W 为

$$W = 3m - (3g + 2h + r)$$

对于铰接链杆体系的计算自由度，有

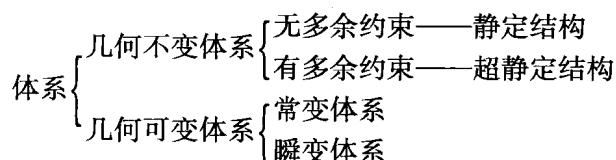
$$W = 2j - b$$

式中， j 为铰结点数； b 为链杆（包括支杆）数。

当 $W > 0$ 时，体系必然几何可变；当 $W \leq 0$ 时，体系仅满足了几何不变的必要条件而非充分条件。前面所述的三个基本组成规则是判别平面体系几何不变的充要条件。

1.1.4 平面体系的几何组成性质与静力特性之间的关系

根据平面体系是否满足三个基本组成规则的要求，可将其分为以下四种情况。



无多余约束的几何不变体系，即静定结构，其反力和内力可由静力平衡条件唯一确定。

有多余约束的几何不变体系，即超静定结构，其反力和内力不能由静力平衡条件唯一确定，而必须同时考虑变形条件才能唯一确定。

几何常变体系通常是由缺少约束或约束布置不当造成的，不能作为结构。

几何瞬变体系通常是由于约束布置不当造成的，在发生微小位移后成为几何不变体系。在有限的外力作用下，瞬变体系会产生无穷大的内力，故不能作为结构。

1.1.5 解题方法及要点

由于用三个基本组成规则能判断平面体系是否几何不变，并能确定体系中多余约束的个数，故无须考察体系的计算自由度而可直接进行分析。

1. 恰当地选择刚片

几何组成分析的关键问题在于恰当地选择刚片。刚片的选取应与刚片之间的连接方式相结合，当分析进行不下去时，应重新选择刚片后再分析。

2. 掌握组成分析的简化原则

(1) 利用二元体规则简化

由于依次增加（或取消）二元体对体系的几何组成性质没有影响，因此，对易于观察出的几何不变部分，可通过增加二元体扩大为刚片；对于较复杂的体系，也可取消二元体以简化体系的组成。但需注意，采用取消二元体时，只有从体系的外围看，确认有二元体时才能这样简化，不能从体系的内部任意抽取两根链杆作为二元体。

(2) 去掉支杆分析上部体系

如果体系的支杆只有三根，且不全平行也不交于同一点，则地基与体系本身的连接已符合两刚片规则，只需分析上部体系的几何组成性质即可知整个体系的性质。

(3) 等效变换

对于不能直接利用规则进行分析的体系，可先作等效变换。即把体系中某个内部无多余约束的几何不变部分，用另一个无多余约束的几何不变部分替换（如将一个几何不变部分替换为一根链杆等），并按原状况保持与其余部分的联系，然后再作分析。

3. 解题时的几点注意

(1) 叙述简明

解题时，可先在图中对刚片（如用Ⅰ、Ⅱ、…）、链杆（如用①、②、…）和铰等进行编号，以便叙述时做到简明扼要。

(2) 不遗漏不重复

在进行组成分析时，体系中的每一部分（如杆件等）或每一约束都不可遗漏或重复使用。复铰可重复使用，但重复使用的次数不能超过其相当的单铰数。

(3) 结论明确

体系几何组成分析的最后结论，应为以下四种情况之一，即体系几何不变，无多余约束；体系几何不变，有多余约束（还应说明有几个多余约束）；体系几何常变；体系几何瞬变。

对于同一体系，可能有多种分析途径，但结论是唯一的。

(4) 复杂体系的特殊分析方法

大多数平面体系均可用三个基本组成规则分析。对于少数不能分析的复杂体系，可采用零载法等其他分析方法进行分析，读者可参见有关教材。

1.2 考研真题

【例 1.1】 图 1-1 所示体系为几何_____体系，多余约束数为_____个。（重庆大学 2011）

【解】 利用三刚片规则分析。外框与地面之间构成有一个多余约束的刚片，内部矩形中可选一对平行杆作为两个刚片，该三个刚片由不共线的三个铰两两相连。故本题的两个空应分别填：不变、一。

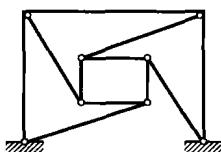


图 1-1

【例 1.2】 图 1-2a 所示铰接体系的几何组成是（ ）。(浙江大学 2007)

- A. 几何不变，无多余约束
- B. 几何不变，有一个多余约束
- C. 几何不变，有两个多余约束
- D. 瞬变体系

【解】 由于体系与地基之间是由符合两刚片规则的三根支杆相连，可先将其去掉。剩余的体系可看成是两个刚片由中间的两个铰相连，多余一个约束，如图 1-2b 所示。故本题应选 B。

【例 1.3】 试对图 1-3a 所示体系进行几何组成分析。(中国矿业大学 2007)

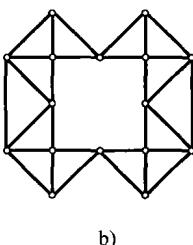
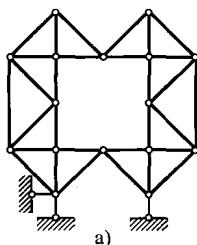


图 1-2

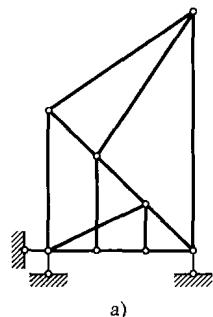


图 1-3

【解】 先将三根支杆去掉。根据三刚片规则，剩余的体系几何不变且无多余约束，如图 1-3b 所示。故原体系几何不变且无多余约束。

1.3 思考与讨论

【思考题 1】 几何组成分析中，部件或者约束是否可以重复使用？图 1-4 所示体系，作为约束，铰 A 可以利用几次？链杆 CD 可以利用几次？

【解答】 每根链杆或每个刚片只能使用 1 次，每个单铰只能使用 1 次，每个复铰可使用的次数为其相当的单铰数。图 1-4 中，铰 A 连接了 5 根链杆，相当于 4 个单铰，因此，可使用 4 次。而链杆 CD 只能使用 1 次。

【思考题 2】 如图 1-5 所示体系，为三刚片由不共线的三铰 A、B、C 相连组成的，该体系几何不变，且无多余约束。此结论是否正确？为什么？

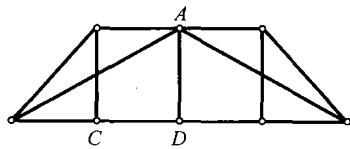


图 1-4

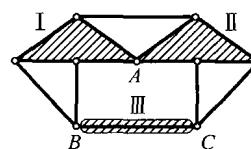


图 1-5

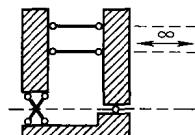
【解答】 结论错误。因为 I 和 II 均不是刚片，而是几何可变的铰接四边形。该体系的内部为缺少一个约束的几何常变体系，读者可自行分析。

【思考题 3】 三刚片规则中，若分别有一个、两个或三个虚铰在无穷远处，如何判断体

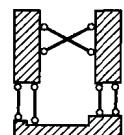
系的几何组成性质?

【解答】不管有多少个无穷远虚铰,要使体系成为几何不变,连接三刚片的三个铰不能共线,否则将成为可变体系。

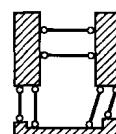
图 1-6 中列出了一些常见的含无穷远虚铰的几何可变体系。其中,图 1-6a 所示是仅含一个无穷远虚铰的情况,因为两个有限远铰的连线方向与此虚铰方向一致,则三铰共线,故体系瞬变;图 1-6b 中,构成两个无穷远虚铰的四根链杆全部平行但不全等长,它们的交点与有限远铰共线,故体系瞬变;图 1-6c 所示是三铰全部为无穷远虚铰的情况,因组成虚铰的每两根链杆不全等长,故体系瞬变;图 1-6d 所示也是三铰全部为无穷远虚铰的情况,因组成虚铰的每两根链杆各自等长,则体系可产生连续的瞬变,故为常变体系。



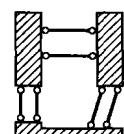
a) 几何瞬变体系



b) 几何瞬变体系



c) 几何瞬变体系



d) 几何常变体系

图 1-6 一些常见的含无穷远虚铰的几何可变体系

1.4 习题及解答

习题 1-1 是非判断题

- (1) 若平面体系的实际自由度数为零,则该体系一定为几何不变体系。()
- (2) 若平面体系的计算自由度数 $W=0$,则该体系一定为无多余约束的几何不变体系。()
- (3) 若平面体系的计算自由度数 $W<0$,则该体系为有多余约束的几何不变体系。()
- (4) 由三个铰两两相连的三刚片组成几何不变体系且无多余约束。()
- (5) 图 1-7 所示体系去掉二元体 CEF 后,剩余部分为简支刚架,所以原体系为无多余约束的几何不变体系。()
- (6) 图 1-8a 所示体系去掉二元体 ABC 后,成为图 1-8b,故原体系是几何可变体系。()
- (7) 图 1-8a 所示体系去掉二元体 EDF 后,成为图 1-8c,故原体系是几何可变体系。()

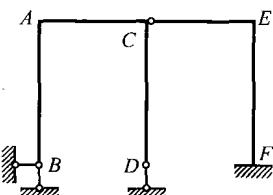


图 1-7

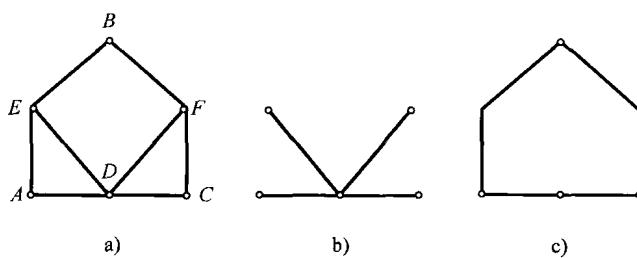


图 1-8

- 【解】 (1) 正确。
 (2) 错误。 $W \leq 0$ 是使体系成为几何不变的必要条件而非充分条件。
 (3) 错误。
 (4) 错误。只有当三个铰不共线时，该题的结论才是正确的。
 (5) 错误。CEF 不是二元体。
 (6) 错误。ABC 不是二元体。
 (7) 错误。EDF 不是二元体。

习题 1-2 填空题

- (1) 图 1-9 所示体系为_____体系。
 (2) 图 1-10 所示体系为_____体系。

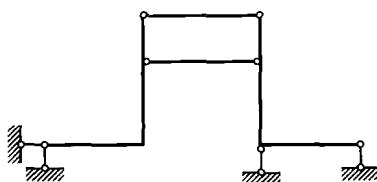


图 1-9

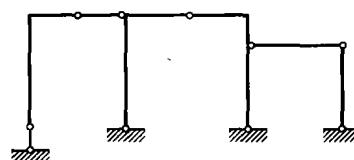


图 1-10

- (3) 图 1-11 所示四个体系的多余约束数目分别为 _____、_____、_____、_____。

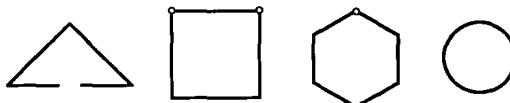


图 1-11

- (4) 图 1-12 所示体系的多余约束数目为_____。
 (5) 图 1-13 所示体系的多余约束数目为_____。

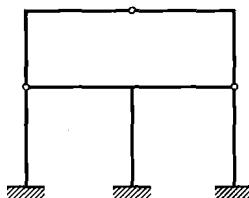


图 1-12

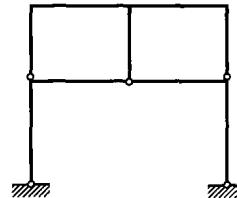


图 1-13

- (6) 图 1-14 所示体系为_____体系，有_____个多余约束。
 (7) 图 1-15 所示体系为_____体系，有_____个多余约束。

- 【解】 (1) 几何不变体系且无多余约束。将左右两边 L 形杆及地面分别作为三个刚片。
 (2) 几何常变。中间三铰刚架与地面构成一个刚片，其与左边倒 L 形刚片之间只有两根链杆相连，缺少一个约束。

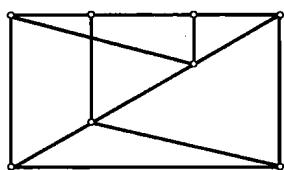


图 1-14

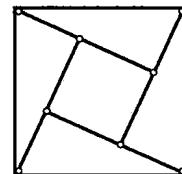


图 1-15

(3) 0, 1, 2, 3。最后一个封闭的圆环（或框）内部有三个多余约束。

(4) 4。上层可看做二元体去掉，下层多余两个铰。

(5) 3。下层（包括地面）几何不变，为一个刚片；与上层刚片之间用三个铰相连，多余三个约束。

(6) 内部几何不变，0。将左上角水平杆、右上角铰接三角形和下部铰接三角形分别作为刚片，根据三刚片规则分析。

(7) 内部几何不变，3。外围封闭的正方形框为有三个多余约束的刚片；内部铰接四边形可选一对平行的对边看做两个刚片；根据三刚片规则分析即可。

习题 1-3 对图 1-16 所示各体系进行几何组成分析。

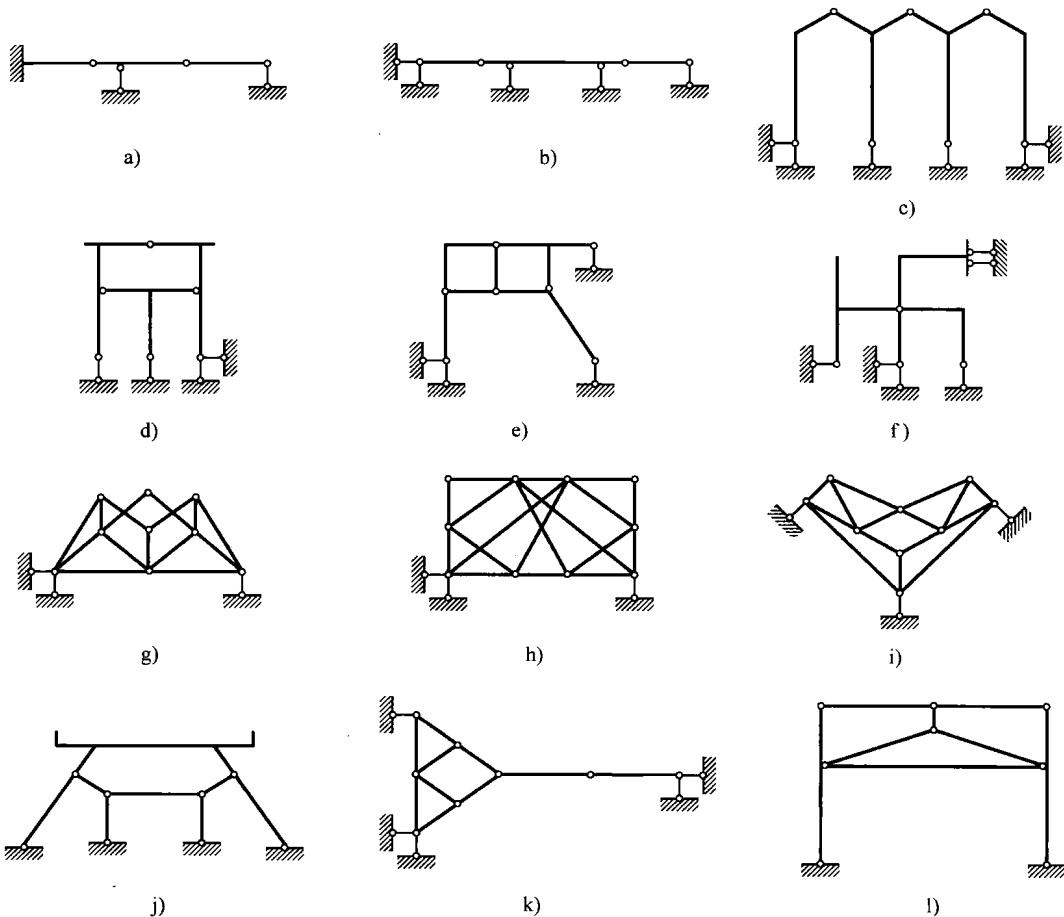


图 1-16

【解】(a) 如图 1-17 所示, 刚片 AB 与刚片 I 由铰 A 和支杆①相连组成几何不变的部分, 再与刚片 BC 由铰 B 和支杆②相连, 故原体系几何不变且无多余约束。

(b) 刚片 I、II、III 由不共线三铰 A、B、(I, III) 两两相连, 组成几何不变的部分, 如图 1-18 所示。在此部分上添加二元体 CDE, 故原体系几何不变且无多余约束。

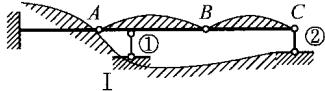


图 1-17

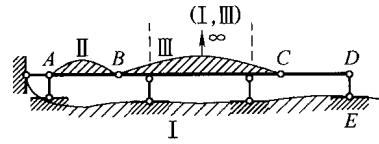


图 1-18

(c) 如图 1-19 所示, 将左、右两端的折形刚片看成两根链杆, 则刚片 I、II、III 由不共线三铰 (I, III)、(II, III)、(I, II) 两两相连, 故体系几何不变且无多余约束。

(d) 如图 1-20 所示, 刚片 I、II、III 由不共线的三铰两两相连, 形成大刚片; 该大刚片与地基之间由四根支杆相连, 有一个多余约束。故原体系为有一个多余约束的几何不变体系。

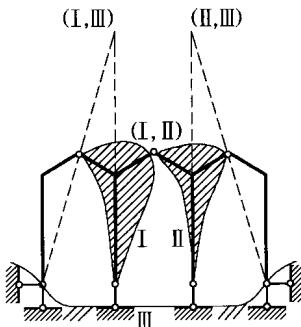


图 1-19

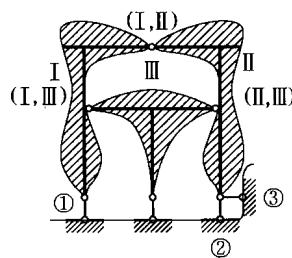


图 1-20

(e) 如图 1-21 所示, 刚片 I、II、III 组成几何不变且无多余约束体系, 为一个大刚片; 该大刚片与地基之间由平行的三根杆①、②、③相连, 故原体系几何瞬变。

(f) 如图 1-22 所示, 由三刚片规则可知, 刚片 I、II 及地基组成几何不变且无多余约束的体系, 设为扩大的地基。刚片 ABC 与扩大的地基由杆①和铰 C 相连; 刚片 CD 与扩大的地基由杆②和铰 C 相连。故原体系几何不变且无多余约束。

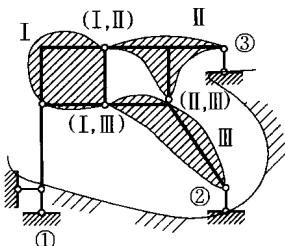


图 1-21

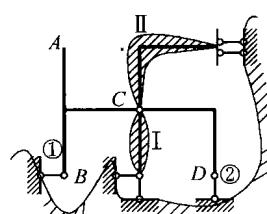


图 1-22

(g) 如图 1-23 所示, 上部体系与地面之间只有三根支杆相连, 可以仅分析上部体系。去掉二元体 1, 刚片 I、II 由铰 A 和不过铰 A 的链杆①相连, 故原体系几何不变且无多余约束。

(h) 只分析上部体系, 如图 1-24 所示。去掉二元体 1、2, 刚片 I、II 由四根链杆①、②、③和④相连, 有一个多余约束。故原体系几何不变且有一个多余约束。

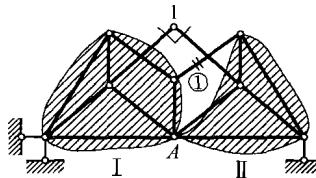


图 1-23

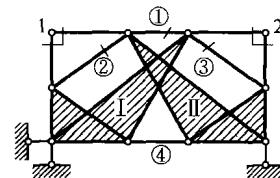


图 1-24

(i) 刚片 I、II、III 由不共线三铰 A、B、C 组成无多余约束的几何不变部分, 该部分与地基再由共点三支杆①、②、③相连, 故原体系几何瞬变, 如图 1-25 所示。

(j) 刚片 I、II、III 由共线三铰两两相连, 故该体系几何瞬变, 如图 1-26 所示。

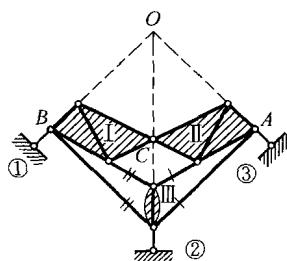


图 1-25

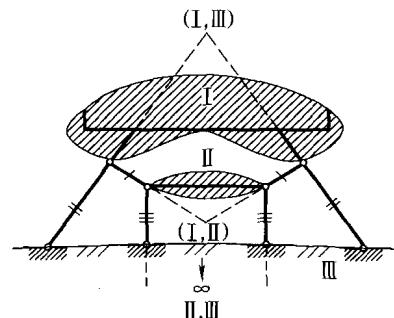


图 1-26

(k) 该铰接体系中, 结点数 $j = 8$, 链杆 (含支杆) 数目 $b = 15$, 则计算自由度数

$$W = 2j - b = 2 \times 8 - 15 = 1 > 0$$

故该体系几何常变。

(l) 本题中, 可将地基视作一根连接刚片 I 和 II 的链杆。刚片 I、II、III 由共线的三个铰两两相连, 如图 1-27 所示。故原体系几何瞬变。

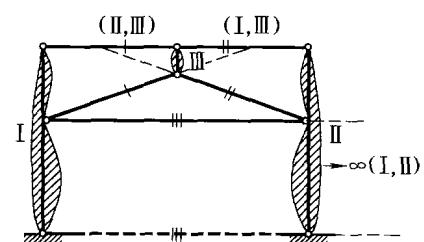


图 1-27

1.5 自测题

1-1 试分析图 1-28 所示体系的几何组成。(重庆大学 2008)

1-2 试分析图 1-29 所示体系的几何组成。(重庆大学 2009)

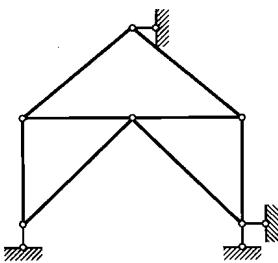


图 1-28

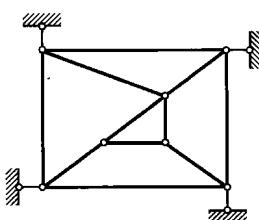
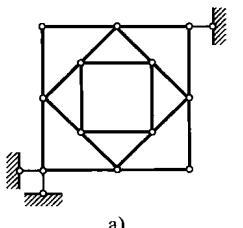


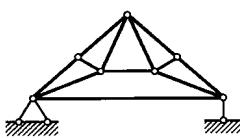
图 1-29

1-3 从几何组成分析的角度来看，图 1-30a、b 所示的杆系各属于什么体系（对于几何不变体系说明有无多余约束及多余约束的数量）。（武汉理工大学 2006）

1-4 计算图 1-31 所示体系的自由度，试分析其几何组成。（天津大学 2005，华南理工大学 2005）



a)



b)

图 1-30

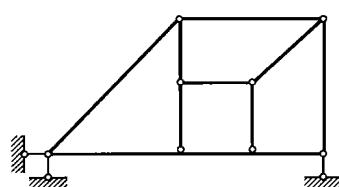


图 1-31

自测题解答

1-1 该体系可选三个刚片进行分析，如图 1-32 所示。该体系几何不变且无多余约束。

1-2 在该体系内部选三个刚片进行分析，构成几何不变且无多余约束的部分，如图 1-33 所示。再用四根支杆与地面相连，故原体系几何不变且有一个多余约束。

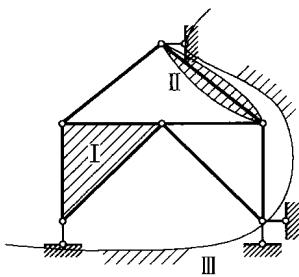


图 1-32

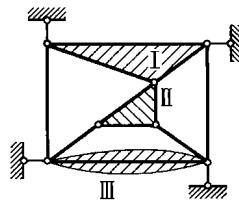
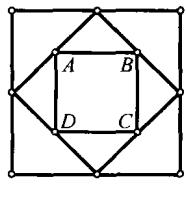


图 1-33

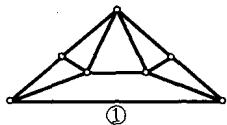
1-3 去掉三根支杆，如图 1-34 所示。图 1-34a 中，依次去掉二元体后，剩下四边形 ABCD 可变，故原体系几何常变。图 1-34b 中，若去掉链杆①，则剩下的体系是在左边（或右边）铰接三角形的基础上，依

次增加二元体形成的，故原体系几何不变且有一个多余约束。

1-4 去掉三根支杆，剩下的体系可选刚片I、II、III进行分析。原体系几何不变且无多余约束。



a)



b)

图 1-34

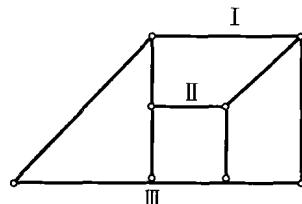


图 1-35

第2章 静定梁和静定刚架的受力分析

2.1 知识点归纳与解题方法

静定结构的内力分析是静定结构位移计算和超静定结构内力和位移计算的基础，因此，本章的内容是结构力学中十分重要的基础性内容，应非常熟练地掌握。

2.1.1 内力符号的规定

弯矩不规定正负，但作图时，弯矩图必须画在截面受拉纤维一侧（对于梁结构，通常规定截面下侧纤维受拉时弯矩为正）。剪力使隔离体顺时针旋转为正，也可理解为该截面轴力正向顺时针旋转 90° 时为剪力的正向。轴力以拉力为正，压力为负。

2.1.2 截面法求指定截面的内力

分析杆件内力最基本的方法是截面法，其原理是利用静力平衡条件求截面的内力，主要步骤包括：

- (1) 截取截面，即用假想平面或曲面沿指定截面将原结构切开；
- (2) 选取隔离体，即沿切开的截面选取任一侧部分作为隔离体；
- (3) 绘隔离体受力图，即将隔离体受到的外力、支反力及截开截面暴露出的内力共三种力绘制在隔离体中；
- (4) 列平衡方程，即通过列隔离体的静力平衡方程求解未知内力。

在列平衡方程求解内力时，需事先确定截面内力的方向，而此时截面内力为未知力，因此，一般假定截面内力沿其正向作用，则计算得到的正负号就是该截面内力的正负号。

另外，在利用截面法求解前，通常先确定支座反力，因支座反力并无正负规定，在求支座反力前可任意假设其正方向。若结果为正，则代表支座反力实际方向与假设方向相同；反之，则支座反力实际方向与假设方向相反。同时，求出支座反力后，为避免以后计算过程中误算支座反力方向，一般习惯用括号中的箭头标明其实际方向，譬如计算得到实际支座反力向上，则在求得的支座反力后采用“(↑)”标注。

2.1.3 内力图与荷载间的关系

梁杆内力图的形状特征与外荷载性质及其作用的位置相关，并呈现一定的规律性。从图2-1a所示的梁中截取一个微段，其受力图如图2-1b所示，其中微段作用的荷载是均匀的。

利用该微段的平衡条件，可得到受弯直杆弯矩、剪力和荷载存在以下微分关系：

$$\frac{dF_Q}{dx} = -q, \quad \frac{dM}{dx} = F_Q, \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q$$

上式给出了弯矩、剪力随外荷载及杆轴坐标参数 x 变化的规律。对上式中剪力的微分关