

中国高等教育学会教育数学专业委员会组编

21世纪职业院校规划教材·数学系列

数学学习指导

刘玉山 主 编



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

中国高等教育学会

组编

21世纪职业院校规划教材·数学系列

数学学习指导

主 编：刘玉山

副主编：施开先 孙丽萍 陈锦燕

主 审：韩云瑞

编 委：（按姓氏笔画排序）

韦桂	何丽华	何周林	张发荣
张辉	徐辽夏	梁远榕	唐均
贾彩军	曾学文	谢国权	魏晓梅



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学学习指导 / 刘玉山主编. —武汉:武汉大学出版社, 2008.5

21 世纪职业院校规划教材·数学系列

ISBN 978-7-307-06197-2

I. 数… II. 刘… III. 数学课—专业学校—教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 043002 号

责任编辑:黄汉平 责任校对:刘欣 版式设计:詹锦玲

出版发行:武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件:wdp4@whu.edu.cn 网址:www.wdp.com.cn)

印刷:武汉中远印务有限公司

开本:787×1092 1/16 印张:12.625 字数:306 千字 插页:1

版次:2008 年 5 月第 1 版 2008 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-06197-2/G·1086 定价:23.00 元

版权所有,不得翻印;凡购买我社的图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请与当地图书销售部门联系调换。

前言

《数学学习指导》是配合全国高等数学教育委员会组织编写的系列数学之中职《数学》教材编写的。数学教材(教学指导书)的理念和理论体系,在清华大学数学名师韩云瑞教授组织的课题组统筹下,大学到中职形成了一个较完整的有机体,大部分内容的编写都是由教学一线,具体丰富教学经验的数学教授编写。

现行中职数学面临着三项任务:一是要不断提高学生的文化素质;二是要为专业服务;三是为学生终身学习打下基础,为学生继续深造创造条件。但现在中职学校面临的现状又是:其一招收的学生数学基础不太好,学习习惯、学习方法、学习态度、学习兴趣、学习信心亟待提高;其二学习数学的目的多元化,有部分学生需升学深造,有的学生要直接就业;其三有部分学校的领导对学习数学的目的性不明确,对数学素养的作用认识不够,数学课得不到应有的保障,有的数学教师重视也不够,数学教研活动开展较少。

教育部 2000 年新颁布的中职数学教学大纲,引入了新的教学内容,如平面向量知识、数理逻辑用语等;同时启用了国家最新规定的数学符号、模块式、分层次的要求,强化数学的应用,对中职数学教师在教学观念、教学方法、教学手段上都提出了更高的要求,如何解决上述矛盾,教材必须进行改革,编者在教材及学习指导书的编写方面做了一些尝试,特别是年轻教师更希望有一本教学指导书,学生希望有一本学习指导书,配合三段式的练习:

一、课前练习(承前启后、温故知新),注重与初中内容的衔接,通过复习已学知识,引出新问题,过渡到新知识的学习,深入浅出地感知新知识;

二、课堂练习,让学生理解、巩固所学内容,分层次完成两组题(*号题是给学有余力的同学来完成);

三、课外练习,巩固消化所学知识,又兼有练习册的功能。

在编写这套学习指导训练书的过程中,编者力争较好地体现中职数学教学的目标,力争解决教与学中存在的问题。教学活动的设计,突出“练中学,学中练,精讲多练”的思想,力争引导学生去动手,去思考,在练习中总结规律和方法,发挥学生的主体作用和主观能动性,达到主动获得知识的目的。注重对学生文学素养的培养,在知识的小结中,有的数学规律用琅琅上口的口诀表达:如一元一次不等组的解集:大大取大、小小取小、大小小大中间找、大大小小无法找;一元二次不等式(分式不等式、绝对值不等式)的解集:大于取两边、小于取中间;三角函数的诱导公式:函数名不变,符号看象限等。结合数学概念名称一般都能反映概念的实质,顾名思义往往能基本上了解该概念的涵义,而且能将数学和语文知识联系起来学习,这点对数学基础不够好,数学要求也不是很高的中职生来说,能达到较好的效果。如“并集”这里的“并”可理解为“合并”的意思,等差(比)数列可简单理解为差(比)值相等的数列。解决问题,由浅入深,从特殊到一般的问题设计,增强学生的学习信心,通过趣味问题的思考,培养学生的学习兴趣,从练习中掌握学习数学的方法,培养学生终身学习数学、用数学方法思考问题、解决问题的方法。进行整体思维、化归思想、类比推理、数形结合、辩证思维等的训练。如学习函数引导学生主要从四个方面去把握:一、函数的概念,二、函数的图像,三、函数的性质,四、性质的应用;通过函



数的图像让学生联想其形状与生活中的什么图形类似,这样发挥学生的想象力,联想的图形印象又深刻,甚至终身难忘,如指数函数的图像的联想学生可以说上十几种结果:飞机起飞、飞机降落的轨迹、儿童公园的滑滑梯、风吹的杨柳枝等,使数学更能体现来源于生活又服务于实际的功能,增强学习兴趣,培养想象能力。

由于编者水平限制,本书难免存在不少缺点和错误,诚恳希望师生批评指正,以便进一步修改与完善这套教材。

编 者

2008年1月



目 录

第一模块 代 数

第一章 预备知识	3
第一节 实数的概念及其运算	3
第二节 代数式	4
第三节 方程与方程组	6
第四节 平面直角坐标系	7
第二章 集合与逻辑用语	9
第一节 集合与元素	9
第二节 集合的表示法	11
第三节 集合间的关系	13
第四节 集合间的运算	15
第五节 逻辑用语	17
第三章 不等式	20
第一节 不等式的概念和性质	20
第二节 不等式的解集和区间	22
第三节 一元一次不等式和不等式组的解法	26
第四节 一元二次不等式的解法	28
第五节 分式不等式的解法	31
第六节 含绝对值的不等式的解法	33
第四章 函数	35
第一节 函数与映射(一)	35
第二节 函数与映射(二)	38
第三节 一元二次函数的性质和图像	41
第四节 奇函数	43
第五节 偶函数	46
第六节 反函数	49
第七节 一元二次函数的图像和性质(一)	52
第八节 一元二次函数的图像和性质(二)	54



第五章 幂函数、指数函数、对数函数	57
第一节 幂函数的图像及其性质	57
第二节 指数函数	58
第三节 对数的概念	60
第四节 对数的运算	64
第五节 对数函数	67
第六节 指数函数与对数函数的应用	70
第七节 计算器的应用	72

第二模块 三 角

第六章 三角函数	77
第一节 角的概念与度量	77
第二节 三角函数的概念	82
第三节 诱导公式	86
第四节 同角三角函数的关系	90
第五节 两角和与差的正弦、余弦、正切	93
第六节 二倍角的正弦、余弦、正切公式	97
第七节 正弦函数的图像与性质	100
第八节 余弦函数的图像与性质	104
第九节 正切函数的图像与性质	109
第十节 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的性质和图像	112
第十一节 正弦定理、余弦定理及其应用	116
第七章 数列	120
第一节 数列的概念	120
第二节 等差数列及其通项公式	122
第三节 等差数列前 n 项和的公式及其简单应用	125
第四节 等比数列及其通项公式	128
第五节 等比数列前 n 项和的公式及其简单应用	130
第八章 排列与组合	133
第一节 两个基本原理	133
第二节 排列	136
第三节 组合	139
第四节 二项式定理	142



第三模块 几 何

第九章 平面向量	147
第一节 向量的概念	147
第二节 向量的线性运算	150
第三节 向量的坐标运算	153
第四节 向量的内积	156
第五节 向量的垂直与平行	158
第十章 平面解析几何	163
第一节 直线点斜式和斜截式方程	163
第二节 直线的截距式和一般式方程	166
第三节 两直线的位置关系	169
第四节 曲线与方程	172
第五节 圆的标准方程	175
第六节 圆的一般方程	178
第七节 椭圆的标准方程	180
第八节 椭圆的性质	183
第九节 双曲线的标准方程	186
第十节 双曲线的性质	188
第十一节 抛物线的标准方程	190
第十二节 抛物线的性质	193
参考文献	196





第一模块

代 数

第一章 预备知识

第一节 实数的概念及其运算

一、学习目标

- (一) 掌握实数的概念;
- (二) 掌握实数大小比较的方法;
- (三) 了解实数的运算.

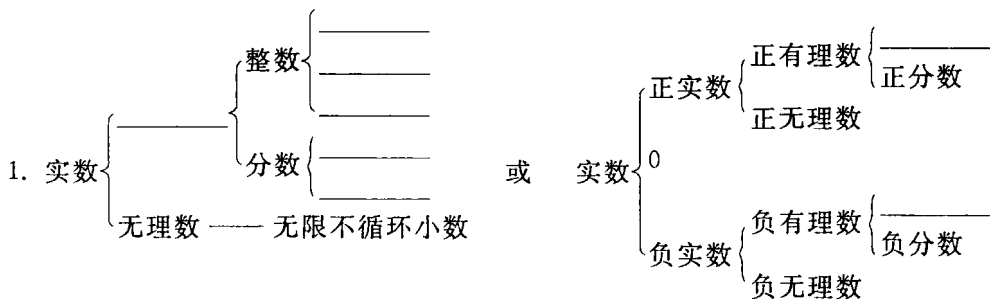
二、学习活动

(一) 课前练习

1. 判断下列各题中的数,哪些是准确数?哪些是近似数?
 - (1) 李华步行 1 千米,到书店买了 3 本书;
 - (2) 我国人口约有 13 亿,国土面积约 960 万平方公里;
 - (3) 重力加速度是 9.8 米/秒^2 ;
 - (4) “神舟五号”飞船火箭组合体高达 58.3 米,重达 500 吨;
 - (5) 圆周率等于 3.14.
2. 什么是分数?小数和分数有何关系?
3. 1.732 可以写成分数吗?若能,化成的分数是什么_____.

(二) 复习实数的概念及运算

完成下表



2. 实数的运算律(用字母表示)

- (1) 加法交换律: _____;
- (2) 加法结合律: _____;
- (3) 乘法交换律: _____;



(4) 乘法结合律: _____;

(5) 分配律: _____.

(三) 课堂练习

1. 判断题

(1) 任何实数的偶次幂是正实数. ()

(2) 在实数范围内,若 $|x| = |y|$ 则 $x = y$. ()

(3) 0 是最小的实数. ()

(4) 任何实数的绝对值是一个正数. ()

2. 下列命题中

(1) 几个有理数相乘,如果负因数个数是奇数,则积必为负;

(2) 两数之积为 1,那么这两数都是 1 或都是 -1;

(3) 两个实数之和为正数,积为负数,则两数异号,且正数的绝对值大;

(4) 一个实数的偶次幂是正数,那么这个实数一定不等于零,其中错误的命题是()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

3. 设 a 为实数,则 $|a + |a||$ 运算的结果()

A. 可能是负数 B. 不可能是负数

C. 一定是负数 D. 可能是正数

* 4. 已知 $|a| = 8$, $|b| = 2$, $|a - b| = b - a$,则 $a + b$ 的值是()

A. 10 B. -6 C. -6 或 -10 D. -10

* 5. 绝对值小于 8 的所有整数的和是()

A. 0 B. 28 C. -28 D. 以上都不是

第二节 代 数 式

一、学习目标

(一) 使学生认识字母表示数的意义,了解字母表示数是数学的一大进步;

(二) 了解代数式的概念,使学生能说出一个代数式所表示的数量关系;

(三) 通过对用字母表示数的学习,初步培养学生观察和抽象思维的能力;

(四) 通过本节课的学习,使学生深刻体会从特殊到一般的数学思维方法.

二、学习活动

(一) 课前练习

1. (1) 加法交换律 $a + b =$ _____;

(2) 乘法交换律 $a \cdot b =$ _____;

(3) 加法结合律 $(a + b) + c =$ _____;

(4) 乘法结合律 $(ab)c =$ _____;

(5) 乘法分配律 $a(b + c) =$ _____.



2. 下列各数中的有理数是_____；无理数是_____.

$0.333; \sqrt{2}; 1.732; \pi; 3.1415926; \sqrt{9}; \sqrt{10}.$

(二) 复习代数式及其值的概念

1. 单独一个数或字母是代数式吗?

2. 填空

(1) 任意写出三个代数式_____.

(2) 某厂产品产量第一年为 a , 第二年比第一年增长了 5% , 第三年比第二年增长了 4% , 则第三年的产量是_____.

(3) 用代数式表示: 数 a 的倒数与 b 的差的 3 倍为_____.

(4) 代数式 $(a-b)^2$ 的意义是_____.

3. 当 $a=2, b=-1, c=-3$ 时, 求下列代数式的值.

(1) $b^2 - 4ac$

(2) $(a+b+c)^2$

(3) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

(三) 课堂练习

1. 用代数式表示

(1) 一个三角形的三条边的长分别为 a, b, c , 求这个三角形的周长_____.

(2) 张强比王华大 3 岁, 当张强 a 岁时, 王华的年龄是_____.

(3) 飞机的速度是汽车的 40 倍, 自行车的速度是汽车的 $1/20$, 若汽车的速度是 v 千米 / 时, 那么, 飞机与自行车的速度各是多少?

2. 当 $a = \frac{1}{2}, b = -2$ 时, 求下列代数式的值.

(1) $(a-b)^2$;

(2) $-b^2 + a^2$;

(3) $a^2 + b^2$.

3. 若代数式 $x - x^2 + 2$ 的值为 5, 则 $2x^2 - 2x + 2$ 的值是多少?

* 4. 用代数式表示:

(1) 半径为 R 的圆内接正方形的面积;

(2) 边长为 a 的正方形内接圆的面积.

* 5. 若代数式 $(a-b)^2$ 的值与 $a^2 + b^2$ 相等, 求 ab 的值.



第三节 方程与方程组

一、学习目标

- (一) 使学生了解方程(组)、方程(组)的解的概念,以及掌握解方程的方法;
- (二) 了解一元二次方程的求根公式的推导,能够运用求根公式解一元二次方程.

二、学习活动

(一) 课前练习

1. 下列各式哪些是代数式,哪些不是代数式?

$$2x^2 + 3; \quad \sqrt{2} \times 6; \quad 2ab; \quad 2a + 3b = 5c; \quad 4ab + 3ab = 7ab; \quad \sqrt{b^2 - 4ac}.$$

2. 填空

- (1) 当 $a = 5$ 时, $4a^2 - 3 =$ _____;
- (2) $(4ab - b^3)(-3ab) =$ _____;
- (3) $(3x - 2y)^2 - (3x + 2y)^2 =$ _____;
- (4) 如果单项式 $x^{m-n}y^m$ 和 $-\sqrt{3}x^n y^4$ 是同类项,则 $m =$ _____; $n =$ _____.
- (5) 分式 $\frac{x+5}{x-3}$ 当 $x =$ _____ 时其值为零,当 $x =$ _____ 时无意义.

(二) 复习一元一次方程、一元二次方程、二元一次方程组的概念及解法

1. 解一元一次方程

- (1) 如果 $3x + 1 = x - 5$, 那么 $x =$ _____;
- (2) 如果 $x = 5, y = 7$, 满足 $kx - 2y = 1$, 那么 $k =$ _____;
- (3) 在 $3x + 4y = 6$ 中, 如果 $2y = 6$, 那么 $x =$ _____.

2. 填空

- (1) 一元一次方程的基本形式是 _____;
- (2) 一元二次方程的基本形式是 _____;
- (3) 二元一次方程的基本形式是 _____;
- (4) 二元一次方程组的基本形式是 _____.
- (5) $x^2 + 6x +$ _____ $= (x +$ _____ $)^2$.
- (6) 当 $k =$ _____ 时, 方程 $(k-3)x^2 + x - 5 = 0$ 不是一元二次方程.

(三) 课堂练习

1. 填空

- (1) $x^2 + 8x +$ _____ $= (x +$ _____ $)^2$;
- (2) 方程 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 中, $\Delta =$ _____ 时, 方程有两个 _____ 的实数根;
- (3) 如果 $\begin{cases} x=0 \\ y=-2 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$ 都是方程 $ax + by = 8$ 的解, 则 $a =$ _____; $b =$ _____.
- (4) 方程组 $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$ 的解是 _____.



2. 在等式 $y = kx + b$ 中, 当 $x = 1$ 时, $y = 3$; 当 $x = 2$ 时, $y = 5$. 求 k, b 的值.

* 3. 填空题

(1) 若 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$ 是方程 $x - ky = 1$ 的解, 则 $k =$ _____.

(2) 已知 $x + y = 4$ 且 $x - y = 10$, 则 $2xy =$ _____.

(3) 如果一个两位数的十位数字与个位数字的和为 5, 那么这样的两位数的个位数是_____.

* 4. 如果方程组 $\begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ kx + (k-1)y = 3 \end{cases}$ 的解 x 与 y 相等, 则 k 的值为_____.

第四节 平面直角坐标系

一、学习目标

(一) 使学生进一步熟悉由坐标确定点和由点求坐标的方法. 理解平面内的点与有序实数对之间的一一对应关系;

(二) 会用象限和坐标轴说明直角坐标系内点的位置, 并会根据点的位置, 确定点的横坐标、纵坐标的符号;

(三) 掌握确定已知点关于坐标轴(或原点)的对称点的方法.

二、学习活动

(一) 课前练习

1. 下列各式哪些是方程, 哪些不是方程?

$$6x^2 + 3 - 7x; \quad (3x + 2)^2 = 4; \quad 2x^2 - 2x + 2; \quad x^2 + y^2 = 8; \quad x = 2a; \quad 3 + 2 = 5$$

2. 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 当 Δ _____ 时有两个不同的实根; 当 Δ _____ 时有两个相同的实根; 当 Δ _____ 时没有实根.

3. 把下列方程化成一元二次方程的一般形式

(1) $6x^2 = 3 - 7x$ 的一般形式_____.

(2) $3x(x - 1) = 2(x + 2) - 4$ 的一般形式_____.

(3) $(3x + 2)^2 = 4(x - 3)^2$ 的一般形式_____.

(二)

1. 观察一个数轴, 构成数轴的核心元素是_____.

2. 实数与数轴上的点_____.

3. 观察一平面直角坐标系, 构成平面直角坐标系的核心元素是_____.

4. 实数组 (x, y) 与平面上的点_____.



(三) 进一步学习数轴与直角坐标系的有关概念

1. 判断题

- (1) 直线就是数轴; ()
- (2) 数轴是直线; ()
- (3) 任何一个有理数都可以用数轴上的点来表示; ()
- (4) 数轴上到原点距离等于 3 的点所表示的数是 +3; ()
- (5) 数轴上原点左边表示的数是负数, 右边表示的数是正数, 原点表示的数是 0. ()

2. 在直角坐标系里描出下列各点, 并指出各点所在象限及点 A, B, C, D 关于 x 轴、 y 轴及原点的对称点.

$$A(2, 3), B(-2, 5), C(0, 3), D(3, -1).$$

(四) 课堂练习

1. ① 在数轴上距原点 3 个单位长度的点表示的数是_____.

② 在数轴上表示 -6 的点在原点的_____侧, 距离原点_____个单位长度, 表示 $+6$ 的点在原点的_____侧, 距离原点_____个单位长度.

2. (1) 点 $M(5, -6)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是_____;

(2) 点 $N(a, -b)$ 关于原点的对称点的坐标是_____;

(3) 点 $P(-5, 6)$ 关于 y 轴的对称点的坐标是_____.

* 3. (1) 若点 $A(a, b)$ 在第三象限, 则点 $Q(-a+1, 3b-5)$ 在第_____象限;

(2) 若点 $B(m+4, m-1)$ 在 x 轴上, 则 $m =$ _____;

(3) 若点 $C(x, y)$ 满足 $x+y < 0, xy > 0$, 则点 C 在第_____象限.



第二章 集合与逻辑用语

第一节 集合与元素

一、学习目标

- (一) 使学生初步理解集合的概念;
- (二) 使学生理解“属于”关系的意义;
- (三) 使学生初步了解有限集、无限集.

二、学习活动

(一) 课前练习

1. 将 6 的约数填入括号内: {_____}.
2. 将 $1, -2, 0, \sqrt{5}, \frac{2}{3}, \pi$ 这些数中是实数的填入括号内 {_____}; 是有理数的填入括号内 {_____}; 是整数的填入括号内 {_____}; 是自然数的填入括号内 {_____}.
3. 你能举出一些由数组成的整体吗? _____; 人组成的整体 _____; 点组成的整体 _____; 事物组成的整体 _____.

(二) 新课学习

阅读课本完成下列练习

1. 学习集合与元素的关系: 把一些能够确定的对象看成一个整体, 这个整体是由这些对象的全体构成的集合. 构成集合的对象称为_____.

注: 集合的中文解释可以是: 聚集(在一起构成一个整体), 中文词性是动词, 而这里的集合简单理解为一个整体, 是个名词, 数学概念都是名词.

2. 元素 $1, -2$ 是否在集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 内, 1 _____ A 内; -2 _____ A 内, 用符号表示为 1 _____ A ; -2 _____ A . 一般地一个元素 a 和集合 A 有几个可能的关系 _____.

3. 常用的数集有(并用符号表示): _____.

(三) 课堂练习

1. 判断正误

- (1) “我校一年级高个子同学的全体” 构成一个集合; ()
- (2) “我校一年级身高不低于 1.6 米同学的全体” 构成一个集合; ()
- (3) $0 \in \mathbf{N}$; ()

