



21世纪高等学校规划教材

大学物理实验

主 编 胡西多 吴木营

DaXue WuLi ShiYan



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

大学物理实验

主 编 胡西多 吴木营

北京邮电大学出版社

• 北京 •

内 容 提 要

本书是 21 世纪高等学校规划教材,是结合东莞理工学院物理实验室仪器设备的实际情况,在总结多年教学实践的基础上并根据教育部颁发的《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》编写而成的。

全书共分三部分:第 1 部分讲述了物理实验基础知识;第 2 部分共选编了 25 个有关力学、热学、电磁学、光学等方面的实验;第 3 部分是附录内容,包括实验报告范例及其他一些常数和符号标准。

本书可作为高等院校各非物理专业的物理实验教学用书,也可作为高等院校物理实验技术人员或有关课程教师的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/胡西多,吴木营主编. -- 北京:北京邮电大学出版社,2012.2

ISBN 978-7-5635-2123-4

I. ①大… II. ①胡… ②吴… III. ①物理学—实验—高等学校—教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 009140 号

书 名	大学物理实验
主 编	胡西多 吴木营
责任编辑	沙一飞
出版发行	北京邮电大学出版社
社 址	北京市海淀区西土城路 10 号(100876)
电话传真	010-82333010 62282185(发行部) 010-82333009 62283578(传真)
网 址	www.buptpress3.com
电子信箱	ctrd@buptpress.com
经 销	各地新华书店
印 刷	北京联兴华印刷厂
开 本	787 mm×960 mm 1/16
印 张	12
字 数	298 千字
版 次	2012 年 2 月第 1 版 2012 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-2123-4

定价:25.00 元

如有质量问题请与发行部联系

版权所有 侵权必究

前 言

本书是 21 世纪高等学校规划教材,是结合物理实验室仪器设备的实际情况,在总结多年教学实践的基础上并根据教育部颁发的《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》编写而成的。

全书共分三部分:第 1 部分汇编了大学物理实验的基础知识。第 2 部分共选编了 25 个有关力学、热学、电磁学、光学等方面的实验。每个实验都为学生提供了较为详尽的背景介绍、基本原理、实验装置、实验过程与操作步骤、实验过程中可能会遇到的问题等方面的信息,对实验的难点也做了适当的提示,由学生独立思考、查阅资料,确定实验原理、方法,推导公式,设计实验方案,选择合适的仪器设备,完成实验。本教材对所用仪器设备作了原理性的概括介绍,并给出部分仪器的面板图及简要的说明,在实际教学过程中,教师还需对实验中所用的仪器向学生进行必要的说明和操作指导。第 3 部分是附录内容,包括实验报告范例及其他一些常数和符号标准。

东莞理工学院于 1990 年筹办。1992 年国家教委正式批准东莞理工学院建校,面向全院开设了大学物理理论课及实验课,在曾文光、邓雪儿、吴木营等老师的辛勤工作下,从无到有建立了物理实验室。2002 年升格本科以后,东莞理工学院搬迁至东莞松山湖新校区,成立了大学物理教研室及大学物理实验中心,行政上归属电子工程学院管理。

本教材由胡西多、吴木营主编。参加编写的有李洪涛、陈少文、朱德海、曾志锋、卢柱荣、彭小兰等老师。我们在编写的过程中力求做到:实验目的明确、突出,要求具体,实验原理叙述清楚,实验内容和步骤详尽,方便学生学习。

实验教学是一项集体的事业,本书编入的实验选题,汇聚了东莞理工学院物理教研室和实验中心全体教师多年的教学经验和体会,无论是教材的编写、实验的编排,还是实验仪器的安装调试,都是全体教师的劳动成果。编写一本有特色的教材,是一项艰巨而又复杂的任务,有赖于进行不断的改革实践和长期的研究探索,才能日臻完善。我们所做的工作只是一块引玉之砖,缺点和错误在所难免,敬请使用和阅读本书的教师、同学、读者和技术人员不吝指正,以便再版时修改更正。

本书的出版,得到了许多高校老师的支持并提出了许多宝贵意见,对此一并表示衷心的感谢。

编 者

目 录

第 1 部分 物理实验基础知识	1
§ 1 物理实验课的基本程序	1
§ 2 误差处理	2
§ 3 数据处理的基本方法	23
第 2 部分 基本物理实验	28
实验 1 长度的测量	28
实验 2 示波器的使用	36
实验 3 刚体转动惯量的测定	51
实验 4 用超声波测量声速	59
实验 5 日光灯及功率因数的改进	67
实验 6 杨氏模量的测定	69
实验 7 空气比热容比的测定	73
实验 8 固体线热膨胀系数的测定	76
实验 9 铁磁材料的磁滞回线和基本磁化曲线	79
实验 10 用直流电位差计校准电表	86
实验 11 用 Origin 软件处理实验数据	90
实验 12 RC 和 RL 电路的瞬态过程	94
实验 13 RC 和 RL 电路的稳态过程	98
实验 14 用牛顿环测透镜的曲率半径	102
实验 15 迈克耳孙干涉仪测光波波长	107
实验 16 光栅衍射光谱及光波波长的测定	111
实验 17 偏振光分析	114
实验 18 普朗克常量的测定	127
实验 19 用分光计测三棱镜折射率	132
实验 20 居里点的测定	138
实验 21 洛伦兹力	145
实验 22 霍耳效应	152
实验 23 电视显微密立根实验仪测量电子电荷	158

实验 24	MATLAB 语言基础	164
实验 25	半导体 PN 结的物理特性及弱电流测量实验	176
第 3 部分	附录	180
附录 1	实验报告范例	180
附录 2	光学实验基础知识	183
附录 3	基本物理常数	184
附录 4	其他常用物理常数	185
附录 5	常用物理量的符号和单位	185
附录 6	电表面板上的常用标记	186

第 1 部分 物理实验基础知识

§ 1 物理实验课的基本程序

物理实验每一个课题的完成,一般分为预习、课堂操作和完成实验报告三个阶段。

一、实验前的预习

为了在规定时间内,高质量地完成实验任务,学生一定要在实验前写好预习报告。实验前,老师会检查预习报告。没有预习不能开始实验,否则,在操作仪器的过程中容易造成仪器损坏和人身安全事故。

实验前认真阅读教材和参考其他图书资料,在弄清本次实验原理、仪器性能及测试方法和步骤的基础上,用实验报告纸写出实验预习报告。预习报告应包括下列内容:

实验名称——写出本次实验的名称。

实验目的——应简单明了地写出本次实验的目的和要求。

实验原理——扼要地叙述实验原理,写出主要公式及符号的物理意义,画上主要的示意图、电路图或光路图。若教材中的原理图与实际所用不符,应以实际采用的原理图为准。

实验内容——简明扼要地写出实验内容和操作步骤。为了使测量数据清晰明了,防止遗漏,应根据实验的要求,预先用一张 A4 白纸设计好实验中数据表格(或者参照书本给出的表格)。实验过程中,测量的数据应填入这些自制的表格,不能写在书上。

注意:要正确地表示出有效数字和单位。

二、在实验室进行实验操作

进入实验室,首先要了解实验规则及注意事项,其次就是熟悉仪器和安装调整仪器(例如,千分尺调零、天平调水平和平衡、光路调同轴等)。

准备就绪后开始测量。测量的原始数据(一定不要加工、修改)应忠实地、整齐地记录在预先设计好的实验数据表格里,数据的有效位数应由仪器的精度或分度值加以确定。数据之间要留有间隙,以便补充。发现错误的数字要用铅笔划掉,不要毁掉,因为常常在核对以后发现它并没有错。同时不要忘记记录有关的实验环境条件(如环境温度、湿度等)、仪器的精度、规格及测量量的单位。实验原始数据的优劣,决定着实验的成败,读数时务必要认真仔细。运算的错误可以修改,原始数据则不能擅自改动。全部数据必须经老师检查签字,否则本次实

验无效. 两人同做一个实验时, 要既分工又协作, 以便共同完成实验. 实验完毕后, 应切断电源, 整理好仪器, 并将桌面收拾整洁方能离开实验室.

三、实验后书写实验报告

实验报告是实验工作的总结. 要在实验报告纸上将实验报告完整而又准确地表达出来. 实验报告要求文字通顺、字迹端正、图表规矩、结果正确、讨论认真. 应养成实验完成后尽早写出实验报告的习惯, 这样做可以收到事半功倍的效果.

完整的实验报告应包括下述几部分内容.

数据表格——在实验报告纸上设计好合理的表格, 将原始数据整理后填入表格中(有老师签字的原始数据记录纸要附在本次实验报告中一起上交).

数据处理——根据测量数据, 可采用列表和作图法(用坐标纸)对所得的数据进行分析. 按照实验要求计算待测的量值、绝对误差及相对误差. 书写在实验报告上的计算过程应是: 公式→代入数据→结果, 中间计算可以不写, 但绝对不能写成: 公式→结果, 或只写结果. 对误差计算的过程应先列出各单项误差, 按如下步骤书写: 公式→代入数据→用百分数书写的结果.

结果表达——按下面格式写出最后结果:

$$N(\text{待测量}) = \overline{N}(\text{测量结果}) \pm \Delta N(\text{总绝对误差})$$

$$\epsilon_r(\text{相对误差}) = \frac{\Delta N}{N} \times 100\%$$

结果分析——对本次实验的结果及主要误差因数作简要的分析讨论, 还可以谈谈实验的心得体会. 如果实验是为了观察某一物理现象或者观察某一物理规律, 可只扼要地写出实验结论.

思考题——必须在实验报告中完成课后的思考题.

说明: 以上是对实验报告的一般性要求. 不同的实验, 可以根据具体情况有所侧重和取舍, 不必千篇一律.

§ 2 误差处理

物理实验的任务, 不仅仅是定性地观察物理现象, 也需要对物理量进行定量测量, 并找出各物理量之间的内在联系.

由于测量原理的局限性和近似性、测量方法的不完善、测量仪器的精度限制、测量环境的不理想及测量者的实验技能等诸多因素的影响, 所有测量都只能做到相对准确. 随着科学

技术的不断发展,人们的实验知识、手段、经验和技巧不断提高,测量误差被控制得越来越小,但是绝对不可能使误差降为零.因此,作为一个测量结果,不仅应该给出被测对象的量值和单位,而且还必须对量值的可靠性作出评价,一个没有误差评定的测量结果是没有价值的.

下面介绍测量与误差、误差处理、有效数字、测量结果的不确定度评定等基本知识.这些知识不仅在后面的实验中要经常用到,而且也是今后从事科学实验工作所必须了解和掌握的.

一、测量与误差

1. 测量及其分类

所谓测量,就是借助一定的实验仪器,通过一定的实验方法,直接或间接地把待测量与选作计量单位的同类物理量进行比较的全部操作.简而言之,测量是指为确定被测对象的量值而进行的操作.

按照测量值获得方法的不同,测量分为直接测量和间接测量两种.

直接从仪器或量具上读出待测量的大小,称为**直接测量**.例如,用米尺测物体的长度,用秒表测时间间隔,用天平测物体的质量等都是直接测量,相应的被测物理量称为直接测量量.

如果待测量的量值是由若干个直接测量量经过一定的公式运算后才获得的,则称为**间接测量**.例如,先直接测出铁圆柱体的质量 m 、直径 D 和高度 h ,再根据公式 $\rho = \frac{4m}{\pi D^2 h}$ 计算出铁的密度 ρ .这就是间接测量, ρ 称为间接测量量.

按照测量条件的不同,测量又可分为等精度测量和不等精度测量.

在相同的测量条件下进行的一系列测量是**等精度测量**.例如,同一个人使用同一仪器,采用同样的方法,对同一待测量连续进行多次测量,此时应该认为每次测量的可靠程度相同,故称之为等精度测量.这样的一组测量值称为一个测量列.

在不同测量条件下进行的一系列测量是**不等精度测量**.例如,不同的人员使用不同的仪器,采用不同的方法进行测量,则各次测量结果的可靠程度自然也不相同,这样的测量称为不等精度测量.处理不等精度测量的结果时,需要根据每个测量值的“权重”,进行“加权平均”,因此在一般物理实验中很少采用.

等精度测量的误差分析和数据处理比较容易,下面所介绍的误差和数据处理知识都是针对等精度测量的.

2. 误差与偏差

(1) 真值与误差

在一定的条件下,任何一个物理量都具有确定的量值.这是客观存在的,这个客观存在

的量值称为该物理量的真值. 测量的目的就是要力图得到被测量的真值. 我们把测量值与真值之差称为测量的绝对误差. 设被测量的真值为 x_0 , 测量值为 x , 则绝对误差 ϵ 为

$$\epsilon = x - x_0 \quad (1-2-1)$$

由于误差不可避免, 故真值往往是得不到的, 绝对误差的概念只有理论上的价值.

(2) 最佳值与残差

在实际测量中, 为了减小误差, 常常对某一物理量 x 进行多次等精度测量, 得到一系列测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 则测量结果的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-2-2)$$

算术平均值并非真值, 但它比任一次测量值的可靠性都要高. 系统误差忽略不计时的算术平均值可作为最佳值, 称为近真值. 我们把测量值与算术平均值之差称为残差:

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (1-2-3)$$

3. 误差的分类

正常测量的误差, 按其产生的原因和性质可分为系统误差和随机误差两类. 它们对测量结果的影响不同, 因此对这两类误差处理的方法也不同.

(1) 系统误差

在同样条件下, 对同一物理量进行多次测量, 其误差的大小和符号保持不变或随着测量条件的变化而有规律地变化, 这类误差称为系统误差. 系统误差的特征是具有确定性, 它的来源主要有以下几个方面:

仪器因素——由于仪器本身的固有缺陷或没有按规定条件调整到位而引起误差. 例如, 仪器标尺的刻度不准确, 零点没有调准, 等臂天平的臂长不等, 砝码不准, 测量显微镜精密螺杆存在回程差, 或仪器没有放水平, 偏心、定向不准等.

理论或条件因素——由于测量所依据的理论本身的近似性或实验条件不能达到理论公式所规定的要求而引起误差. 例如, 称物体质量时没有考虑空气浮力的影响, 用单摆测量重力加速度时要求摆角 $\theta \rightarrow 0$, 而实际中难以满足该条件.

人员因素——由于测量人员的主观因素和操作技术而引起误差. 例如, 使用停表计时, 有的人总是操之过急, 计时比真值短; 有的人则反应迟缓, 计时总是比真值长. 再如, 有的人对准目标时, 总爱偏左或偏右, 致使读数偏大或偏小.

对于实验者来说, 系统误差的规律及其产生原因, 可能知道, 也可能不知道. 已被确切掌握其大小和符号的系统误差称为可定系统误差; 对于大小和符号不能确切掌握的系统误差称为未定系统误差. 前者一般可以在测量过程中采取措施予以消除, 或在测量结果中进行修正. 而后者一般难以做出修正, 只能估计其取值范围.

(2) 随机误差

在相同条件下, 多次测量同一物理量时, 即使已经精心排除了系统误差的影响, 也会发现每次测量结果都不一样. 测量误差时大时小, 时正时负, 完全是随机的. 在测量次数少时,

显得毫无规律,但是当测量次数足够多时,可以发现误差的大小,以及正负都服从某种统计规律.这种误差称为**随机误差**.随机误差的特征是它的不确定性,它是由测量过程中一些随机的或不确定的因素引起的.例如,人的感觉(视觉、听觉、触觉)灵敏度和仪器稳定性有限,实验环境中的温度、湿度、气流变化,电源电压起伏,微小振动,以及杂散电磁场等都会导致随机误差.

(3) 过失误差

除系统误差和随机误差外,还有**过失误差**.过失误差是由于实验者操作不当或粗心大意造成的,例如,看错刻度、读错数字、记错单位或计算错误等.过失误差又称粗大误差.含有过失误差的测量结果称为“坏值”,被判定为坏值的测量结果应剔除不用.实验中的过失误差不属于正常测量的范畴,应该严格避免.

(4) 精密度、正确度和准确度

评价测量结果,常用到精密度、正确度和准确度这三个概念.这三者的含义不同,使用时应加以区别.

精密度——反映随机误差大小的程度.它是对测量结果的重复性评价.精密度高是指测量的重复性好,各次测量值的分布密集,随机误差小.但是,精密度不能确定系统误差的大小.

正确度——反映系统误差大小的程度.正确度高是指测量数据的算术平均值偏离真值较少,测量的系统误差小.但是,正确度不能确定数据分散的情况,即不能反映随机误差的大小.

准确度——反映系统误差与随机误差综合大小的程度.准确度高是指测量结果既精密又正确,即随机误差与系统误差均小.

现以射击打靶的弹着点分布为例,形象地说明以上三个术语的意义.如图1-2-1所示,图(a)表示精密度高而正确度低;图(b)表示正确度高而精密度低;图(c)表示精密度和正确度均低,即准确度低;图(d)表示精密度和正确度均高,即准确度高.通常所说的“精度”含义不明确,应尽量避免使用.

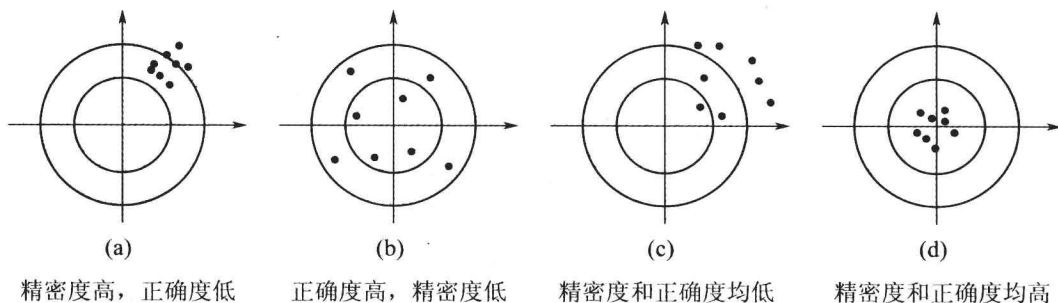


图 1-2-1 精密度、正确度和准确度示意图

二、误差处理

1. 处理系统误差的一般知识

(1) 发现系统误差的方法

系统误差一般难于发现,并且不能通过多次测量来消除.人们通过长期实践和理论研究,总结出一些发现系统误差的方法.

理论分析法——包括分析实验所依据的理论和实验方法是否有不完善的地方;检查理论公式所要求的条件是否得到了满足;量具和仪器是否存在缺陷;实验环境能否使仪器正常工作;实验人员的心理和技术素质是否存在造成系统误差的因素;等等.

实验对比法——对同一待测量可以采用不同的实验方法,使用不同的实验仪器,以及由不同的测量人员进行测量.对比、研究测量值变化的情况,可以发现系统误差的存在.

数据分析法——因为随机误差是遵从统计分布规律的,所以若测量结果不服从统计规律,则说明存在系统误差.我们可以按照规律测量列的先后次序,把偏差(残差)列表或作图,观察其数值变化的规律.比如,前后偏差的大小是递增或递减的;偏差的数值和符号有规律地交替变化;在某些测量条件下,偏差均为正号(或负号),条件变化以后偏差又都变化为负号(或正号)等情况,都可以判断存在系统误差.

(2) 系统误差的减小与消除

知道了系统误差的来源,也就为减小和消除系统误差提供了依据.

①减小与消除产生系统误差的根源:对实验可能产生误差的因素尽可能予以处理.比如,采用更符合实际的理论公式,保证仪器装置良好,满足仪器规定的使用条件等.

②利用实验技巧,改进测量方法:对于定值系统误差的消除,可以采用如下一些技巧和方法.

交换法——根据误差产生的原因,在一次测量之后,把某些测量条件交换一下再次测量.例如,用天平称质量时,把被测物和砝码交换位置进行两次测量.设 m_1 和 m_2 分别为两次测得的质量,取物体的质量为 $m = \sqrt{m_1 \cdot m_2}$,就可以消除由于天平不等臂而产生的系统误差.

替代法——在测量条件不变的情况下,先测得未知量,然后再用一已知标准量取代被测量,而不引起指示值的改变,于是被测量就等于这个标准量.例如,用惠斯通电桥测电阻时,先接入被测电阻,使电桥平衡,然后再用标准电阻替代被测电阻,使电桥仍然达到平衡,则被测电阻值等于标准电阻值.这样可以消除桥臂电阻不准确而造成的系统误差.

异号法——改变测量中的某些条件,进行两次测量,使两次测量中的误差符号相反,再取两次测量结果的平均值作为测量结果.例如,在用霍尔元件测磁场的实验中,分别改变磁场和工作电流的方向,依次为 $(+B, +I)$ 、 $(+B, -I)$ 、 $(-B, +I)$ 、 $(-B, -I)$,在4种条件下测量电势差 U_H ,再取其平均值,可以减小或消除不等位电势、温差电势等附加效应所产

生的系统误差。

此外,用“等距对称观测法”可消除按线性规律变化的变值系统误差;用“半周期偶数测量法”可以消除按周期性变化的变值系统误差等,这里不再详细介绍。

在采取消除系统误差的措施后,还应对其他的已定系统误差进行分析,给出修正值,用修正公式或修正曲线对测量结果进行修正。例如,千分尺的零点读数就是一种修正值;标准电池的电动势随温度的变化可以给出修正公式;电表校准后可以给出校准曲线;等等。

对于无法忽略又无法消除或修正的未定系统误差,可用估计误差极限值的方法进行估算。

以上仅就系统误差的发现及消除方法做了一般性介绍。在实际问题中,系统误差的处理是一件复杂而困难的工作,它不仅涉及许多知识,还需要有丰富的经验,这需要在长期的实践中不断积累,不断提高。

2. 随机误差及其分布

实验中随机误差不可避免,也不可能消除。但是,可以根据随机误差的理论来估算其大小。为了简化起见,在下面讨论随机误差的有关问题中,假设系统误差已经减小到可以忽略的程度。

(1) 标准误差与标准偏差

采用算术平均值作为测量结果可以削弱随机误差。但是,算术平均值只是真值的估计值,不能反映各次测量值的分散程度。采用标准误差来评价测量值的分散程度是既方便又可靠的。对物理量 x 进行 n 次测量,其标准误差定义为

$$\sigma(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2} \quad (1-2-4)$$

在实际测量中,测量次数 n 总是有限的,而且真值也不可不知。因此,标准误差只有理论上的价值。对标准误差 $\sigma(x)$ 的实际处理只能进行估算。估算标准误差的方法有很多,最常用的是贝塞尔法。它用标准偏差 $S(x)$ 近似代替标准误差 $\sigma(x)$ 。标准偏差的表达式为

$$S(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-2-5)$$

本书中都是用此式来计算直接测量量的标准偏差,其含义将在下面讨论。

(2) 平均值的实验标准偏差

如上所述,在进行了有限次测量后,可得到算术平均值 $\bar{x}$ 。 $\bar{x}$ 也是一个随机变量。在完全相同的条件下,多次进行重复测量,每次得到的算术平均值本身也具有离散性。由误差理论可以证明,算术平均值的标准偏差为

$$S(\bar{x}) = \frac{S(x)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-2-6)$$

由此式可以看出,平均值的标准偏差比任一次测量的标准偏差都小。增加测量次数,可

以减少平均值的标准偏差,提高测量的准确度.但是,单纯凭增加测量次数来提高准确度的作用是有限的.如图 1-2-2 所示,当 $n > 10$ 以后,随测量次数 n 的增加, $S(\bar{x})$ 减小得很缓慢.所以,在科学研究中测量次数一般取 10~20 次,而在物理实验教学中一般取 6~10 次.

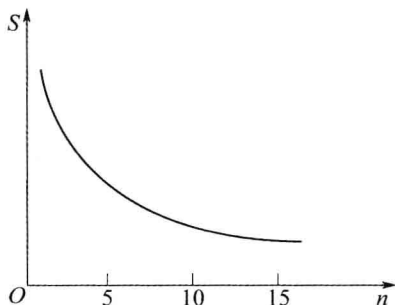


图 1-2-2 测量次数对 $S(\bar{x})$ 的影响

(3) 随机误差的正态分布规律

随机误差的分布是服从统计规律的.首先,我们用一组测量数据来形象地说明这一点.例如,用数字毫秒计测量单摆周期,重复 60 次 ($n=60$),将测量结果统计见表 1-2-1.

表 1-2-1

时间区间/s	出现次数 Δn (频数)	相对频数 $\frac{\Delta n}{n}/\%$	时间区间/s	出现次数 Δn (频数)	相对频数 $\frac{\Delta n}{n}/\%$
2.146~2.150	1	2	2.166~2.170	15	25
2.151~2.155	3	5	2.171~2.175	9	15
2.156~2.160	9	15	2.176~2.180	5	8
2.161~2.165	16	27	2.181~2.185	2	3

以时间 t 为横坐标,相对频数 $\frac{\Delta n}{n}$ 为纵坐标,用直方图将测量结果表示如图 1-2-3 所示.如果再进行一组测量(如 100 次),作出相应的直方图,仍可以得到与前述图形不完全吻合但轮廓相似的图形.随着次数的增加,曲线的形状基本不变,但对称性越来越明显,曲线也趋向光滑.当 $n \rightarrow \infty$ 时,上述曲线变成光滑曲线.这表示测值 T 与频数 $\frac{\Delta n}{n}$ 的对应关系呈连续变化的函数关系.显然,频数与 T 的取值有关,连续分布时它们之间的关系可以表示为

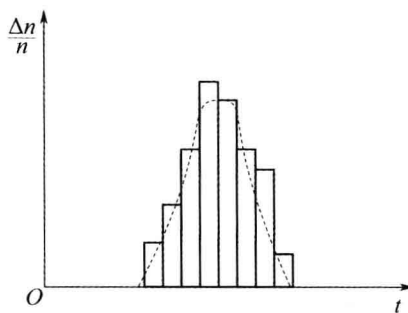


图 1-2-3 统计直方图

$$\frac{dn}{n} = f(T)dt$$

函数 $f(T) = \frac{dn}{n dt}$ 称为**概率密度函数**, 其含义是在测值 T 附近的单位时间间隔内测值出现的概率。

当测量次数足够多时, 其误差分布将服从统计规律。

许多物理测量中, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 随机误差 ϵ 服从正态分布(或称高斯分布)规律。可以导出正态分布概率密度函数的表达式为

$$f(\epsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\epsilon^2}{2\sigma^2}} \quad (1-2-7)$$

图 1-2-4 是正态分布曲线。该曲线的横坐标为误差 ϵ , 纵坐标 $f(\epsilon)$ 为误差分布的概率密度函数。 $f(\epsilon)$ 的物理含义是: 在误差值 ϵ 附近, 单位误差间隔内, 误差出现的概率。曲线下阴影面积元 $f(\epsilon)d\epsilon$ 表示误差出现在 $\epsilon \sim \epsilon + d\epsilon$ 区间内的概率。按照概率理论, 误差 ϵ 出现在区间 $(-\infty, +\infty)$ 范围内是必然的, 即概率为 100%。所以, 图中曲线与横轴所包围的面积应恒等于 1, 即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\epsilon) d\epsilon \equiv 1 \quad (1-2-8)$$

由概率理论可以证明 σ 就是标准误差。在正态分布的情况下, 式(1-2-7)中 σ 的物理意义是什么呢? 首先定性分析一下: 从式(1-2-7)可以看出, 当 $\epsilon = 0$ 时,

$$f(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$$

因此, σ 值越小, $f(0)$ 的值越大。由于曲线与横坐标轴所包围的面积恒等于 1, 所以曲线峰值高, 两侧下降就较快。这说明测量值的离散性小, 测量的精密度高。相反, 如果 σ 值大, $f(0)$ 就小, 误差分布的范围就较大, 测量的精密度低。这两种情况的正态分布曲线如图 1-2-5 所示。

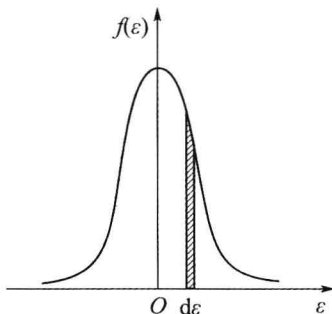


图 1-2-4 正态分布曲线

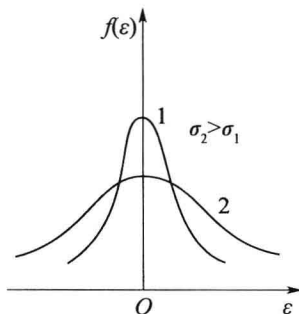


图 1-2-5 σ 的物理意义

(4) 置信区间与置信概率

我们还可以从另一个角度理解 σ 的物理意义。计算一下测量结果分布在 $-\sigma \sim \sigma$ 之间的

概率,可得

$$P_1 = \int_{-\sigma}^{\sigma} f(\epsilon) d\epsilon = 0.683 = 68.3\% \quad (1-2-9)$$

这就是说,在所测的一组数据中平均有 68.3% 的数据测值误差落在区间 $[-\sigma, \sigma]$ 之间. 同样也可以认为在所测的一组数据中,任一个测值的误差落在区间 $[-\sigma, \sigma]$ 内的概率为 68.3%. 我们把 P_1 称作**置信概率**, $[-\sigma, \sigma]$ 就是 68.3% 的置信概率所对应的**置信区间**.

显然,扩大置信区间,置信概率就会提高. 可以证明,如果置信区间分别为 $[-2\sigma, 2\sigma]$ 和 $[-3\sigma, 3\sigma]$, 则相应的置信概率为

$$P_2 = \int_{-2\sigma}^{2\sigma} f(\epsilon) d\epsilon = 95.5\% \quad (1-2-10)$$

$$P_3 = \int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\epsilon) d\epsilon = 99.7\% \quad (1-2-11)$$

一般情况下,置信区间可用 $[-k\sigma, k\sigma]$ 表示, k 称为**包含因子**. 对于一个测量结果,只要给出置信区间和相应的置信概率就表达了测量结果的精密度.

对应于 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 这个置信区间,其置信概率为 99.7%, 即在 1 000 次的重复测量中,随机误差超出区间 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 的平均概率只有 3 次. 对于一般有限次测量来说,测量值超出这一区间的可能性非常小,因此常将 $\pm 3\sigma$ 称为**极限误差**.

(5) t 分布

根据误差理论,当测量次数很少时(例如,少于 10 次),测量列的误差分布将明显偏离正态分布,这时测量值的随机误差将遵从 t 分布. 这个分布是 1908 年由戈塞特首先提出来的,由于发表时使用了笔名“Student”,故也称“学生分布”. t 分布曲线与正态分布曲线类似,两者的主要区别是 t 分布的峰值低于正态分布,而且上部较窄,下部较宽,如图 1-2-6 所示. 这样,在有限次测量的情况下,就要将随机误差的估算值取大一些,包含因子 k 应转换成 t_p , t_p 值与测量次数有关,也与置信概率 P 有关,表 1-2-2 给出了 t_p 与测量次数 n 、置信概率 P 的对应关系,供查用.

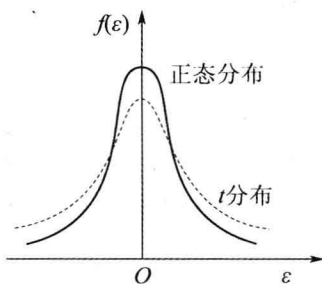


图 1-2-6 t 分布与正态分布比较

表 1-2-2 t_p 值表

$\begin{matrix} n \\ P \end{matrix}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	...	∞
0.68	1.84	1.32	1.20	1.41	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.03	...	1.00
0.95	12.71	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.09	...	1.96
0.99	63.66	9.92	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.26	2.86	...	2.58

由表 1-2-2 可见,当置信概率 $P=68\%$ 时, t_p 因子随测量次数增加而趋向于 1. 当 $n>6$

以后, t_p 与 1 的偏离并不大,故在进行误差估算时,置信概率取 68.3%,包含因子可以不加修正.

3. 坏值的剔除

在一列测量值中,有时会混有偏差很大的“可疑值”.一方面,“可疑值”可能是坏值,会影响测量结果,应将其剔除不用;另一方面,当一组正确测量值的分散性较大时,尽管概率很小,出现个别偏差较大的数据也是可能的,即“可疑值”也可能是正常值,如果人为地将它们剔除,也不合理.因此需要有一个合理的准则,来判定“可疑值”是否为“坏值”.下面介绍 3 种常用的准则.

(1) 拉依达准则

如前所述, $\pm 3\sigma$ 可认为是极限误差,它的估算值 $\pm 3S(x)$ 也可以认为是极限偏差.按照拉依达准则,将偏差大于 $\pm 3S(x)$ 的数据视为坏值而将它剔除.剔除坏值时,首先应算出测量列 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的算术平均值 $\bar{x}$ 和任一次测量值的标准偏差 $S(x)$,然后检验每一个测值的偏差.如果 $|x_i - \bar{x}| > 3S(x)$,则确定 x_i 为坏值,予以剔除.对剔除后的测量列再重复进行上述步骤,直到无坏值为止.

应该指出的是,拉依达准则只有在测量次数 $n \geq 10$ 时才能应用.因为根据 $S(x)$ 的定义式(1-2-5),当 $n < 9$ 时,恒有 $|x_i - \bar{x}| < 3S(x)$,即拉依达准则失效.

(2) 肖维涅准则

肖维涅准则考虑了测量次数对偏差的影响.设重复测量的次数为 n ,任一次测量值的标准偏差为 $S(x)$,肖维涅准则认为,如果测值 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 满足 $|x_i - \bar{x}| > C(n)S(x)$,则认为 x_i 为坏值,予以剔除.式中 $C(n)$ 称为肖维涅系数,其值与测量次数 n 有关.表 1-2-3 给出了不同测量次数对应的 $C(n)$ 值.测量次数越多, $C(n)$ 越大;当 $n > 100$ 时, $C(n)$ 值接近于 3,和拉依达准则相当.但当 $n \leq 4$ 时,肖维涅准则无效,所以表中的系数 n 从 5 开始.

表 1-2-3 肖维涅系数

n	$C(n)$	n	$C(n)$	n	$C(n)$
5	1.65	14	2.10	23	2.30
6	1.73	15	2.13	24	2.31
7	1.80	16	2.15	25	2.33
8	1.86	17	2.17	30	2.39
9	1.92	18	2.20	40	2.49
10	1.96	19	2.22	50	2.58
11	2.00	20	2.24	75	2.71
12	2.03	21	2.26	100	2.81
13	2.07	22	2.28	200	3.02