

重点高中

修订本

数学导读

王祥麟 宋淑英 等编

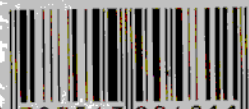


上海科学技术文献出版社

重点高中 导读丛书



ISBN 7-5439-0481-0



9 787543 904811 >

ISBN 7-5439-0481-0/O-041

定价：25.00 元

重点高中数学导读

(修订本)

王祥麟 样淑英 等编

上海科学技术文献出版社

责任编辑：张秉芬

封面设计：何永平

重点高中数学导读

（修 订 本）

王祥麟 宋淑英 等编

*

上海科学技术文献出版社出版发行

（上海市武康路2号 邮政编码200031）

全 国 新 华 书 店 经 销

苏州市吴中区文化印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 24 字数 580 000

1998年9月第1版 2005年6月第9次印刷

印数：52 301—55 300

ISBN 7-5439-0481-0/O · 041

定 价：25.00 元

前 言

《重点高中数学导读》修订本(第三版)是根据现行全日制中学数学教学大纲和上海市全日制高级中学数学科课程标准,结合现行高中数学课本(统编教材和上海市新编教材),凭藉编者数十年教学经验,又结合当前学生水平编写而成的一本高中数学学习指导和复习提高的参考书。语言通俗易懂,阐述深入浅出,起到导读作用。

本书自1990年5月初版以来,先后已再版12次,发行量达17万余册,深受广大读者欢迎。

随着教育改革不断深入,为更妥切地配合当前教学实际,为此,在保持原有特色、风采的基础上,加强了对能力训练与培养的要求,同时增添了大量新的教学内容,如:向量初步、概率与统计初步、函数极限和导数、定积分及其应用等篇章。对高中各年级的期中、期末考试试题也作了更新,其它各单元也作了不同程度的调整、充实,以更好地满足广大读者的需要。

导读(第三版)共分五篇。第Ⅰ篇 代数与初等函数;第Ⅱ篇 立体几何与解析几何;第Ⅲ篇 向量初步和概率、统计初步;第Ⅳ篇 极限和导数、定积分及其应用;第Ⅴ篇 高中各年级期中、期末考试试题(附解答)。

第Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ篇按教学内容逐章介绍:一、内容提要。二、重点、难点剖析,对重点、难点、关键及知识网络结构作了精辟独到的分析,以达到帮助读者抓住重点、解决难点、切实掌握教材内容。三、思路与技能,该部分对各种解题技能、技巧和重要数学

方法,从培养思维,开启智能的角度详尽介绍,为此,例题均经精选,有典型性,且具有一定的深度。四、启示或小议,帮助读者开拓知识面,综合沟通数学各学科之间的联系。五、每章最后配有练习题与自测题,并均有解答,以供自验。

第Ⅴ篇按照教学进度与教学要求,设计编写了各年级期中、期末考试试题(附解答)供读者自我测定,也可供教师命题时参考。

本书由王祥麟、宋淑英、李彦中、孙永铨、徐浩颖、桂思铭、吴金放、崔家华、祝莹、陈杰、陈张平、张美均等编写,最后全书由王祥麟进行统稿。限于编者水平,难免有缺点与不足之处,敬请广大读者批评、指正。

愿本书能成为广大高中学生和数学爱好者的良师益友。

编者

1998年3月

目 录

第 I 篇 代数与初等函数

第一单元 集合与命题;幂函数、指数函数和对数

函数 (1)

一、内容提要 (1)

二、重点、难点剖析 (1)

三、思路与技能 (34)

四、启示或小议 (61)

五、练习题与自测题 (63)

练习题与自测题简解或答案 (70)

第二单元 三角函数 (77)

一、内容提要 (77)

二、重点、难点剖析 (77)

三、思路与技能 (88)

四、启示或小议 (118)

五、练习题与自测题 (125)

练习题与自测题简解或答案 (132)

第三单元 反三角函数和三角方程 (142)

一、内容提要 (142)

二、重点、难点剖析 (142)

三、思路与技能 (146)

四、启示或小议 (166)

五、练习题与自测题 (168)

练习题与自测题简解或答案 (174)

第四单元 不等式 (178)

一、内容提要 (178)

二、重点、难点剖析	(178)
三、思路与技能	(179)
四、启示或小议	(195)
五、练习题与自测题	(199)
练习题与自测题简解或答案	(203)
第五单元 数列和数学归纳法	(207)
一、内容提要	(207)
二、重点、难点剖析	(207)
三、思路与技能	(209)
四、启示或小议	(229)
五、练习题与自测题	(232)
练习题与自测题简解或答案	(238)
第六单元 复数	(243)
一、内容提要	(243)
二、重点、难点剖析	(243)
三、思路与技能	(245)
四、启示或小议	(258)
五、练习题与自测题	(262)
练习题与自测题简解或答案	(266)
第七单元 排列、组合和二项式定理	(271)
一、内容提要	(271)
二、重点、难点剖析	(271)
三、思路与技能	(283)
四、启示或小议	(296)
五、练习题与自测题	(297)
练习题与自测题简解或答案	(301)

第Ⅱ篇 立体几何与解析几何

第一单元 直线与平面	(304)
------------------	-------

[一] 线线关系	(304)
一、内容提要	(304)
二、重点、难点剖析	(304)
三、思路与技能	(305)
四、启示或小议	(310)
[二] 线面关系	(311)
一、内容提要	(311)
二、重点、难点剖析	(311)
三、思路与技能	(312)
四、启示或小议	(320)
[三] 面面关系	(322)
一、内容提要	(322)
二、重点、难点剖析	(322)
三、思路与技能	(323)
四、启示或小议	(335)
练习题与自测题	(336)
练习题与自测题简解或答案	(343)
第二单元 多面体	(346)
[一] 多面体	(346)
一、内容提要	(346)
二、重点、难点剖析	(346)
三、思路与技能	(349)
四、启示或小议	(360)
[二] 多面体的体积	(361)
一、内容提要	(361)
二、重点、难点剖析	(361)
三、思路与技能	(362)
四、启示或小议	(376)
练习题与自测题	(377)

练习题与自测题简解或答案	(382)
第三单元 直线	(384)
一、内容提要	(384)
二、重点、难点剖析	(384)
三、思路与技能	(390)
四、启示或小议	(403)
五、练习题与自测题	(407)
练习题与自测题简解或答案	(410)
第四单元 圆锥曲线	(414)
一、内容提要	(414)
二、重点、难点剖析	(414)
三、思路与技能	(428)
四、启示或小议	(453)
五、练习题与自测题	(457)
练习题与自测题简解或答案	(461)
第五单元 坐标变换	(467)
一、内容提要	(467)
二、重点、难点剖析	(467)
三、思路与技能	(473)
四、启示或小议	(478)
五、练习题与自测题	(480)
练习题与自测题简解或答案	(481)
第六单元 参数方程和极坐标	(485)
[一] 参数方程	(485)
一、内容提要	(485)
二、重点、难点剖析	(485)
三、思路与技能	(491)
[二] 极坐标系	(504)
一、内容提要	(504)

二、重点、难点剖析	(504)
三、思路与技能	(509)
启示或小议	(515)
练习题与自测题	(519)
练习题与自测题简解或答案	(523)

第Ⅲ篇 向量初步和概率、统计初步

第一单元 向量初步	(530)
一、内容提要	(530)
二、重点、难点剖析	(530)
三、思路与技能	(540)
四、启示或小议	(556)
五、练习题与自测题	(560)
练习题与自测题简解或答案	(565)
第二单元 概率与统计初步	(570)
[一] 概率初步	(570)
一、内容提要	(570)
二、重点、难点剖析	(570)
三、思路与技能	(577)
[二] 统计初步	(585)
一、内容提要	(585)
二、重点、难点剖析	(585)
三、思路与技能	(595)
启示或小议	(599)
练习题与自测题	(607)
练习题与自测题简解或答案	(611)

第Ⅳ篇 极限和导数、定积分及其应用

第一单元 极限	(615)
---------------	-------

一、内容提要	(615)
二、重点、难点剖析	(615)
三、思路与技能	(619)
四、启示或小议	(630)
五、练习题与自测题	(631)
练习题与自测题简解或答案	(637)
第二单元 导数、定积分及其应用	(645)
[一] 导数及其应用	(645)
一、内容提要	(645)
二、重点、难点剖析	(645)
三、思路与技能	(652)
[二] 定积分及其应用	(657)
一、内容提要	(657)
二、重点、难点剖析	(657)
三、思路与技能	(661)
启示或小议	(664)
练习题与自测题	(667)
练习题与自测题简解或答案	(673)

第V篇 高中各年级期中、期末考试试题(附解答)

高一年级第一学期期中考试试题(附解答)	(680)
第一学期期末考试试题(附解答)	(684)
第二学期期中考试试题(附解答)	(689)
第二学期期末考试试题(附解答)	(694)
高二年级第一学期期中考试试题(附解答)	(699)
第一学期期末考试试题(附解答)	(704)
第二学期期中考试试题(附解答)	(711)
第二学期期末考试试题(附解答)	(716)

高三年级第一学期期中考试试题(附解答)	(721)
第一学期期末考试试题(附解答)	(726)
第二学期期中考试试题(附解答)	(731)
高中会考模拟试题(附解答)	(737)
高考模拟试题(附解答)	(743)

第 I 篇 代数与初等函数

第一单元 集合与命题;幂函数、 指数函数和对数函数

一、内容提要

集合、子集、交集、并集、补集和全集;命题、命题的四种形式及其相互关系;映射、一一映射、逆映射、函数及其性质;幂函数、指数函数和对数函数,指数方程和对数方程。

二、重点、难点剖析

集合是近代数学最基本的概念之一,很多重要的数学分支如近世代数、实变函数、概率统计和拓扑学等都建立在集合论的基础上。随着科学技术的迅速发展,“集合”这一术语在科技、科普读物中也经常出现,因此,中学阶段学习一些集合初步知识显得十分必要。它既可为今后学习近代数学提供有利条件,同时也有利于中学数学的学习。因此集合及其有关概念和它们相互之间的区别与联系是本单元的重点。然而由于集合概念逻辑性强、符号又较多,所以初学时较难理解和掌握,故它又是一个难点。

命题和推出关系是今后学习论证题的基础,命题的四种形式之间的相互关系又是间接法证明的逻辑基础。因此在学习时必须加以重视。

此外,应该认识到函数概念是中学数学中的一个重要内容,所以映射、函数、幂函数、指数函数和对数函数等基础知识,都是本单元的重点。

映射,由映射来定义函数、逆映射来定义反函数是学习时的难点。因此在学习中也必须加以重视。

(一) 集合

1. 集合是数学中的一个原始概念,不能用其它更基本的概念来定义它,故又称为不定义概念,对它只能作描述性的说明。集合中的对象叫做集合里的元素,元素可以是任何事物。

2. 构成一个集合必须具备以下三个特征

(1) 确定性 集合中的任何一个对象,可以通过某种法则来判定它属于或不属于这个集合,二者必居其一。

例如“相当小的数的全体”、“模范中学高一(1)班身长比较高的男学生”、“好看的花布”等它们都不能构成集合,因为“相当小”、“较高”、“好看”这些标准都很模糊,不具有确定性。而“大于5的数的全体”、“模范中学高一(1)班身高不低于165cm的男学生”等都是集合。

(2) 互异性 在同一个集合里,不能重复出现相同的元素。例如: $\{a, b, c, c, d\}$ 的写法是错误的,应该写成: $\{a, b, c, d\}$ 。

(3) 无序性 在同一集合里,不考虑元素之间顺序。例如 $\{a, b, c\}$ 与 $\{b, c, a\}$ 、 $\{c, a, b\}$ 都表示同一集合。

3. 集合的表示方法

(1) 描述法 给出集合中元素的代表符号,用数学语言对集合中的元素的特性加以说明的方法。例如集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$ 这里竖线前面的 x 叫做代表元素,后面部分 $1 < x < 2$ 是描述代表元素具有的特性。

(2) 列举法 把集合中的元素一一列出的方法。例如:我国

古代四大发明,可表示为: {指南针、火药、造纸、活字印刷};又如集合 $M = \{-5, -2, 0, 1\}$ 。

上述两种表示方法: 列举法能比较具体看清集合中的元素,而描述法能看清元素的特性。采用哪一种方法要由具体问题而定。但这样说,并不是说任何一个集合都可以同时用上述两种方法表示,例如上述集合 A 就不能用列举法表示。集合 M 亦不宜用描述法 $\{x | x = -5, x = -2, x = 0, x = 1\}$ 来表示。

4. 空集

空集是一个数学概念,不是一个实体,它是为了方便而引入,对它需注意:

(1) 空集是一个不含任何元素的集合,记作 $\emptyset$ 。例如求方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实数根,显然方程无解,此时它的解用集合来表示就可以记作为 $x \in \emptyset$ 。又如两平行直线的公共交点的集合是 $\emptyset$ 。

(2) 空集 $\emptyset$ 与单元集合 $\{0\}$ 的区别。空集不包含任何元素, $\{0\}$ 表示集合中有一个元素零,二者完全不同。例如方程 $x(x^2 + 1) = 0$ 的实数解用集合表示就是 $\{x | x = 0\}$, 即 $x \in \{0\}$ 。

(3) $\emptyset$ 与 $\{\emptyset\}$ 的不同。 $\emptyset$ 是空集, $\{\emptyset\}$ 表示用空集 $\emptyset$ 作元素组成的集合。所以 $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 。由此可见,集合中的元素也可以以集合形式出现。例如集合 $\{1, 2, \{3, 5\}\}$ 它的元素是 1、2 和 $\{3, 5\}$ 。

5. 子集、真子集

(1) 定义: 两个集合 A, B , 如果 A 的任何一个元素都是 B 的元素, 那么 A 叫做 B 的子集。记作 $A \subseteq B$ (读作 A 包含于 B) 或 $B \supseteq A$ (读作 B 包含 A)。

这里 $A \subseteq B$ 包含了两种可能, $A = B$ 或 $A \subset B$, 且二者只居其一。

两个集合 A, B , 如果 A 的任何一个元素都是 B 的元素, 而

B 中至少有一个元素不属于 A , 那么 A 叫做 B 的真子集。记作 $A \subset B$ (读作 A 真包含于 B), 或 $B \supset A$ (读作 B 真包含 A)。

例如写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集和真子集。

[解] 子集: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ 。

真子集: 上述子集中除去 $\{a, b, c\}$ 。

(2) 子集的性质

1) $A \subseteq A$ 。

2) 如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$ 则 $A \subseteq C$ 。

3) 规定 $\emptyset \subseteq A$ (空集是任何集合的子集)。

4) 如果 $A \subseteq B, A \supseteq B$ 则 $A = B$ 。

5) 有限集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 的子集个数为 2^n 个。真子集的个数为 $2^n - 1$ 个。

在学习集合时, 对符号的使用应特别注意: 元素与集合之间的从属关系只能用“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”表示; 集合与集合之间的包含用“ $\supseteq$ ”, 真包含用“ $\supset$ ”, 相等用“ $=$ ”。相互不能混淆。例如集合 $M = \{0, 1, 2\}$ 、集合 $N = \{0\}$ 它们之间的关系是 $M \supset N$ 。 $1 \in M$ 、 $1 \notin N$ 。

6. 交集、并集、全集和补集

课本不仅用文字给出了它们的定义, 还用表达式给予表示。

如: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$,

$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$,

$\bar{A} = \{x | x \in I \text{ 且 } x \notin A\}$,

这些式子中需注意“且”和“或”, $A \cap B$ 的任何一个元素都是 A, B 的公共元素。所以 $A \cap B$ 必定是 A 与 B 的公共子集。则 $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$ 。而 $A \cup B$ 可能成下列三种情况:

1) $x \in A$ 但 $x \notin B$, 2) $x \in B$ 但 $x \notin A$, 3) $x \in A$ 且 $x \in B$ 。因