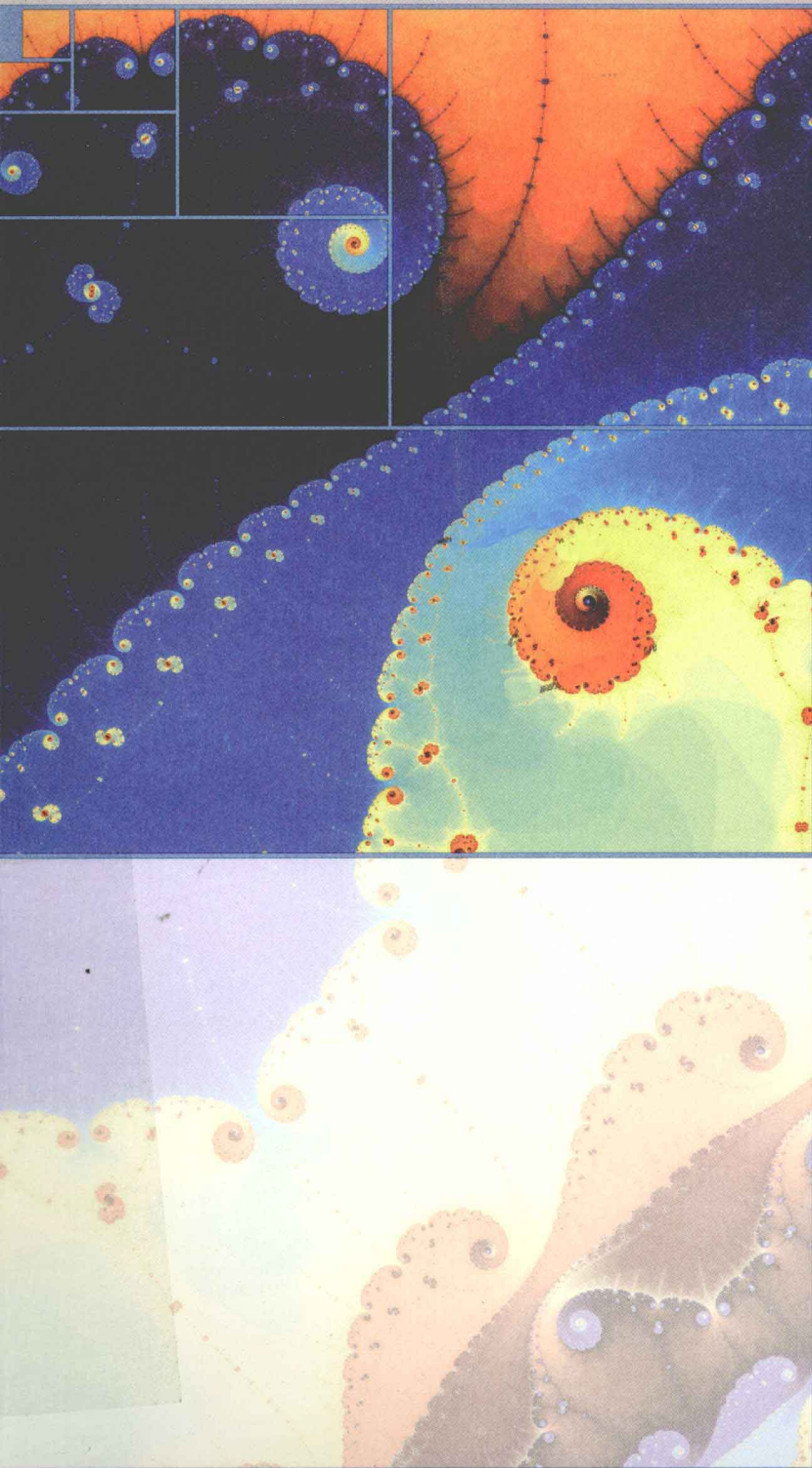


数学与人文 · 第七辑

魅力数学

主 编 丘成桐 杨 乐 季理真
副主编 李文林

Mathematics & Humanities



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

数学与人文 · 第七辑
Mathematics & Humanities

魅力数学

MEILI SHUXUE

主 编 丘成桐 杨 乐 季理真
副主编 李文林



高等教育出版社 · 北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

International Press

图书在版编目 (CIP) 数据

魅力数学 / 丘成桐, 杨乐, 季理真主编. — 北京:
高等教育出版社, 2012.7
(数学与人文; 第 7 辑)
ISBN 978-7-04-034149-2

I. ①魅… II. ①丘… ②杨… ③季… III. ①数学-
普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字 (2012) 第116730号

Copyright © 2012 by
Higher Education Press
4 Dewai Dajie, Beijing 100120, P. R. China, and
International Press
387 Somerville Ave., Somerville, MA 02143 U.S.A.

出品人 苏雨恒
总 监 制 吴 向
总 策 划 李冰祥
策 划 赵天夫
责任编辑 赵天夫
责任校对 龚丽娜
书籍设计 王凌波
责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
印 刷 涿州市星河印刷有限公司
开 本 787×1092 1/16
印 张 10.5
字 数 260 000
版 次 2012年7月第1版
印 次 2012年7月第1次印刷
定 价 25.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究
物 料 号 34149-00

郑重声明 高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。

任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010) 82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

丛书编委会

主 编:

丘成桐 杨 乐 季理真

名誉编委 (按姓氏拼音次序排列):

丁夏畦 谷超豪 李大潜 陆启铿 齐民友 石钟慈 万哲先
王 元 吴文俊 张景中

编 委 (按姓氏拼音次序排列):

蔡文端 冯克勤 顾 沛 胡作玄 黄宣国 井竹君 康明昌
李 方 李建华 李文林 刘猷军 马绍良 曲安京 沈一兵
孙小礼 王仁宏 王善平 王则柯 翁玉林 吴 杰 肖 杰
徐 浩 许洪伟 严加安 姚恩瑜 于 靖 袁向东 张奠宙
张海潮 张顺燕 张英伯 郑方阳 郑绍远 周 坚 朱熹平

责任编委:

李 方

丛书编辑部 (按姓氏拼音次序排列):

邓宇善 杨 静 赵春莉

特约撰稿人 (按姓氏拼音次序排列):

冯克勤 纪志刚 贾朝华 李文林 王则柯 张英伯

《数学与人文》丛书序言

丘成桐

《数学与人文》是一套国际化的数学普及丛书，我们将邀请当代第一流的中外科学家谈他们的研究经历和成功经验。活跃在研究前沿的数学家们将会用轻松的文笔，通俗地介绍数学各领域激动人心的最新进展、某个数学专题精彩曲折的发展历史以及数学在现代科学技术中的广泛应用。

数学是一门很有意义、很美丽、同时也很重要的科学。从实用来讲，数学遍及物理、工程、生物、化学和经济，甚至与社会科学有很密切的关系，数学为这些学科的发展提供了必不可少的工具；同时数学对于解释自然界的纷繁现象也具有基本的重要性；可是数学也兼具诗歌与散文的内在气质，所以数学是一门很特殊的学科。它既有文学性的方面，也有应用性的方面，也可以对于认识大自然作出贡献，我本人对这几方面都很感兴趣，探讨它们之间妙趣横生的关系，让我真正享受到了研究数学的乐趣。

我想不只数学家能够体会到这种美，作为一种基本理论，物理学家和工程师也可以体会到数学的美。用一个很简单的语言解释很繁复、很自然的现象，这是数学享有“科学皇后”地位的重要原因之一。我们在中学念过最简单的平面几何，由几个简单的公理能够推出很复杂的定理，同时每一步的推理又是完全没有错误的，这是一个很美妙的现象。进一步，我们可以用现代微积分甚至更高深的数学方法来描述大自然里面的所有现象。比如，面部表情或者衣服飘动等现象，我们可以用数学来描述；还有密码的问题、电脑的各种各样的问题都可以用数学来解释。以简驭繁，这是一种很美好的感觉，就好像我们能够从朴素的外在表现，得到美的感受。这是与文化艺术共通的语言，不单是数学才有的。一幅张大千或者齐白石的国画，寥寥几笔，栩栩如生，如生的美景便跃然纸上。

很明显，我们国家领导人早已欣赏到数学的美和数学的重要性，在 1999 年，江泽民先生在澳门濠江中学提出一个几何命题：五角星的五角套上五个环后，环环相交的五个点必定共圆，意义深远，海内外的数学家都极为欣赏这个高雅的几何命题，经过媒体的传播后，大大地激励了国人对数学的热情，我希望这个丛书也能够达到同样的效果，让数学成为我们国人文化的一部分，让我们的年轻人在中学念书时就懂得欣赏大自然的真和美。

前言

李文林

本辑以丛书主编丘成桐先生的《新亚书院毕业典礼演讲》开篇，演讲回顾了作者一家与香港新亚书院的创办人、国学大师钱穆夫妇的过从交往，提倡钱穆等老一辈学人的文化风骨与精神——“秉持传统价值，重视精神文明”，这也应该是《数学与人文》丛书的宗旨之一。

英国数学家、哲学家罗素说过：“数学不仅拥有真理，而且拥有至高无上的美。”数学之美究竟是怎样的美？是不是只能为数学家们孤芳自赏抑或可以为广大公众所共享？本辑“魅力数学”栏刊登丘成桐先生的《几何学赏析》，数学大师亲自向您展示和阐释什么是数学之美！季理真主编的《数学，数学家和小说》，则引入了数学与小说的结合这一饶有趣味的话题。

本辑“数学人生”栏选载的柯尔莫戈洛夫《我是怎么成为数学家的》，是一代巨匠的成长回忆。杨乐院士《在中国科学院里成长点滴》一文，记述了一名有志于数学的少年梦想成真的故事。

“读读欧拉，他是我们所有人的老师！”这是拉普拉斯经常对年轻人说的一句话。的确，阅读数学家特别是数学大师们的原始著述是学习数学创新思维最直接有益的途径。新辟栏目“读读大师”，将陆续选摘数学史上的经典之作或数学大师们的经验之谈。本辑摘登黎曼就职（讲师）演讲候选论文之一《是否可以用三角级数表示已知的任意函数——历史及问题》的一部分，从中可以看到大师们怎样从历史汲取创新灵感的一个范例。

本辑“数学星空”栏将连载介绍双奖巨擘——菲尔兹奖暨沃尔夫数学奖双奖得主的简历及主要成就。《长相忆，白云掩目沧海碧》是作家映碧纪念华罗庚的文章，如歌如泣，亲切感人。“数坛巾帼”续登了女数学家柯瓦列夫斯卡娅与埃米·诺特的传记《数坛双璧》。

“数海钩沉”栏《古代希腊和中国数学比较之初探》，就古代希腊和中国数学的不同特点提出了作者的见解。《日本神社数学》一文介绍了日本传统数学中独特的“算额”及其在日本现代数学教育中的作用。

“数学科学”栏《不能判定？无法判定！》一文，讨论了不可判定性问题的丰富例子，分析了这类“无处不在”的问题在计算机时代的深远意义。

本辑“数学家诗词”刊登了丁夏畦院士的诗作。“诗言志”，我们热烈欢迎更多的数学家将自己的诗词创作奉献给公众，与大家共享互勉。

在“人物访谈”栏刊登了对旅澳华人数学家、澳大利亚科学院院士汪徐家的访谈。

最后，本辑刊登了一封特殊的读者来信——David Munford 教授（国际数学联盟前主席、菲尔兹奖得主）就本丛书第一辑发表的《中国与印度数学的过去、现在与未来》一文致作者丘成桐先生的信，信中涉及了古代沿丝绸之路知识传播这一深刻的文化史谜题。

目 录

《数学与人文》丛书序言（丘成桐）

前言（李文林）

开篇

- 1 新亚书院毕业典礼演讲（丘成桐）

魅力数学

- 4 几何学赏析（丘成桐）
22 数学，数学家和小说（季理真，译者：赵振江）

数海钩沉

- 36 古代希腊和中国数学比较之初探
——“绳”与“矩”，“量”与“数”（王善平）
45 日本神社数学——算额的故事（徐泽林）

数学科学

- 54 不能判定？无法判定！
（Chaim Goodman-Strauss，译者：朱慧灵，校订者：冯琦）

数学星空

- 79 双奖巨擘——菲尔兹奖暨沃尔夫数学奖双奖得主
的简历及主要成就（上）（张静）
92 长相忆，白云掩目沧海碧（映碧）

数坛巾幗

- 104 数坛双璧——柯瓦列夫斯卡娅和埃米·诺特（下）（赵振江）

读读大师

- 110 是否可以用三角级数表示已知的任意函数
——历史及问题（黎曼，译者：胥鸣伟）

数学人生

- 120 我是怎么成为数学家的（柯尔莫戈洛夫，译者：姚芳）
131 在中国科学院里成长点滴（杨乐）

数学家诗词

- 138 诗十首（丁夏畦）

人物访谈

- 141 从千岛湖走向世界——著名数学家汪徐家教授访谈

读者来信

- 153 致丘成桐的一封信（David Mumford）

新亚书院毕业典礼演讲

丘成桐

编者按：新亚书院是香港中文大学的一个书院。香港中文大学现在由新亚书院、崇基学院、联合书院及逸夫书院组成，是香港唯一实行书院联邦制的大学。

今天我荣幸地接受贵学院的邀请，在毕业典礼上演讲。

我在香港长大，与新亚书院有一段渊源。先父与新亚书院的创办人钱穆¹⁾先生互有往还。钱穆先生在沙田西林寺旁边居住了一段时期，而我们家则住在沙田下禾輦龙凤台。先父常到钱先生家访问，沟通学术。我当时年幼，替先母送手造的年糕和腊肠到钱先生家，而钱师母则回送腊鸭或猪头，也由此见到钱先生在家中用功写作的光景。在这些交往中，我领略到中国学者的风骨。钱先生曾邀请先父到新亚任教，但不幸先父早逝，无缘新亚书院。1990年我第一次到台湾，也曾到外双溪素书楼去探望钱先生。钱先生家中都是书，年纪已是九十，眼睛不行了，犹倦倦不息地著作。钱师母则费尽心力去提供良好的环境给钱先生。

钱师母送了一套钱先生的书给我，我也花了一些时间浏览了这些书，让

¹⁾钱穆先生 1895 年生于江苏无锡，1990 年卒于台北。钱先生是完全靠自学苦读而在学术界确立地位的学者，他对中国历史，尤其是对中国历代思想家及其思想源流的研究和考辨，均自成一家之言。在历史研究中，重视中国历史发展的特殊性和悠久传统，在通史、文化史、思想史、史学理论与方法方面都有深入研究，闻名海内外，是 20 世纪中国不可多得的一位国学大师、著名史学家、思想家、教育家。

钱先生曾任燕京大学、北京大学等校教授。抗日战争时期，先后在西南联合大学、华西大学、四川大学任教，并曾主持齐鲁大学国学研究所。1946 年任昆明五华学院文史研究所所长，并任教于云南大学。1948 年任无锡江南大学文学院院长兼历史系主任。1949 年去香港，创办亚洲文商专科夜校。

钱先生专著多达 80 种以上，其代表作有《先秦诸子系年》、《中国近三百年学术史》、《国史大纲》、《文化学大义》、《中国历史精神》、《中国思想史》、《中国历代政治得失》、《宋明理学概述》、《朱子新学案》、《中国学术通义》等。此外还有结集出版论文集多种，如《中国学术思想史论丛》、《中国学术通义》、《中国文化丛谈》等。

我更深切地了解到当年钱先生做学问和为人的态度。他建立起的新亚精神使我极为钦佩。他在极艰苦的情形下，维持新亚独有的儒家思想，将中国两千多年的文化在香港继续维持下来，也培养了不少大学者。当然最有名望的要数余英时先生。我读钱先生和余先生的书，如沐春风，看到中国文化的博大精深的一面。

在我出生那一年，钱穆和唐君毅两位大师在九龙租赁两间教室举办亚洲文商专科夜校。翌年春改为日校，即今日之新亚书院。当年办校之辛苦，并非今日同学所能想象。教员薪酬以钟点计，一个钟点为二十港元²⁾。即使如此，钱先生也还需要到台湾去找寻经济支持，蒋介石总统直接从总统府每月拨款三千元，新亚书院才得以渡过难关。以后名家如左舜生、董作宾、钱宗颐、罗香林，都曾在新亚任教。

当年创校诸学者在极端困难下，奋力地为中国文化做承接和启发的任务，他们的风骨已经成为新亚的传统和文化，这可以由新亚校训“诚明”两字表现出来。

中庸说：“自诚明，谓之性。自明诚，谓之教。诚则明矣，明则诚矣。”诚是德性的表现，明是知识的了解。中华民族的美德由这两个字可以得到深入的认识。

记得六年前，金耀基校长带我去参观新亚书院的合一亭，是弘扬钱先生特别推崇的儒家“天人合一论”，而金校长称此景为“香港第二景”³⁾。我看了之后，也觉得印象深刻。但是回家细思“天人合一”的概念，艰深难明，却意境高超，非人力所能及。以我们人类百年的寿命，能够知道宇宙之奥秘，知道人类生存的意义，一切现象的原理，这是何等困难而伟大的事情。可是即使能够在这些学问下有些微小但重要的贡献，也可能成为不朽的事情。

要达到天人合一，必须要懂得天人合一带来的美丽感觉。这感觉可由音乐、诗词歌赋、图画来表现，这些文化是人类对大自然的美的赞叹得出来的结果。但对于大自然更为积极和深入的理解，必须通过实验，通过数理推算。希腊精神所带给我们对真和美的欣赏是达成天人合一的最重要的一环，可见天人合一是一个东西文化都有的观念，希望我们能够注意。

同学们要毕业了，很多同学都会去谋事，不见得认为上述的学问之道会对你们有任何好处。但是当你们生活安定后，中夜睡醒的时候，总会问，人

²⁾1950年到1953年是新亚书院经济最困难的时期。开学几个月后，因资助人王岳峯先生的企业受到致命打击，无法继续支持新亚书院，经费来源断绝。新亚书院当时从学生所收到的学费，只占总支出的百分之二十，远不足够。一方面教师暂缓领薪酬，四处张罗；一方面钱先生想办法筹募捐助。

³⁾金校长认为：香港无第一景。合一亭位于新亚书院宿舍间平台，亭顶透明，其旁植有竹树，亭下设有石凳，可眺望吐露港，亭前设有水池，远近水天一色。游人可在池边濯足而坐，池中有一大树。人坐其中，仿佛与大自然浑然一体。亭的外墙，刻有钱先生的“天人合一论”。

生一世间，所为何事。为什么我们在看“香港第二景”时，有一番滋味。需知道创作和欣赏这一景，并不需要很多金钱的投入，但这一景让我们意境自然提高。在谋生之外必有更重要的境界，也愿我们毕业的同学记着创校诸公的文化精神，让我们秉承他们的传统。

2011 年 12 月 1 日

几何学赏析

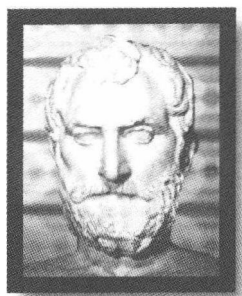
丘成桐

丘成桐，当代数学大师，现任哈佛大学讲座教授，1971 年师从陈省身先生在加州大学伯克利分校获得博士学位。发展了强有力的偏微分方程技巧，使得微分几何学产生了深刻的变革。解决了卡拉比（Calabi）猜想、正质量猜想等众多难题，影响遍及理论物理和几乎所有核心数学分支。年仅 33 岁就获得代表数学界最高荣誉的菲尔兹奖（1982），此后获得 MacArthur 天才奖（1985）、瑞典皇家科学院 Crafoord 奖（1994）、美国国家科学奖（1997）、沃尔夫奖（2010）等众多大奖。现为美国科学院院士，中国科学院和俄罗斯科学院的外籍院士。筹资成立浙江大学数学科学研究中心、香港中文大学数学研究所、北京晨兴数学中心和清华大学数学科学中心四大学术机构，担任主任，不取报酬。培养的 60 余位博士中多数是中国人，其中许多已经成为国际上杰出的数学家。由于对中国数学发展的突出贡献，获得 2003 年度中华人民共和国科学技术合作奖。

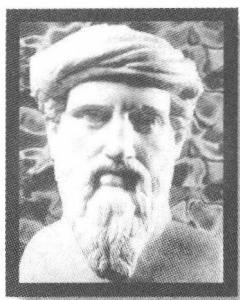
古人在生活实践中，发现某些简单的几何图形满足一定的规律。这些规律简洁明了，具有美感，令人惊叹！

这些几何性质，虽然在埃及和巴比伦时代已经有了一定的论述，但要到了公元前 600 年，在希腊文明中才得到明确推崇。第一位希腊几何学家叫 Thales（泰勒斯），他不再用神秘学或宗教来解释自然，代之以他始创逻辑的思维来解释自然界和几何现象。

传至 Pythagoras（毕达哥拉斯）学派，才给出定理的证明的概念。此学派认为宇宙的实体有二：数（number）和无限的空间（unlimited space）。他们认为万物皆数，数是存在的有限方面，而空间是存在的无限方面。二者相合而万象生。

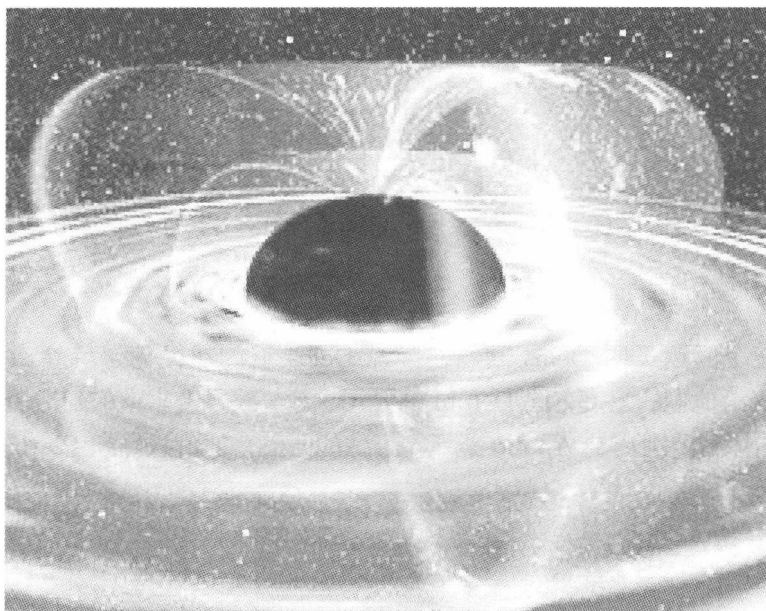


↑ Thales

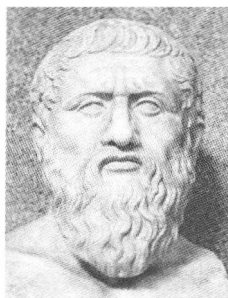


↑ Pythagoras

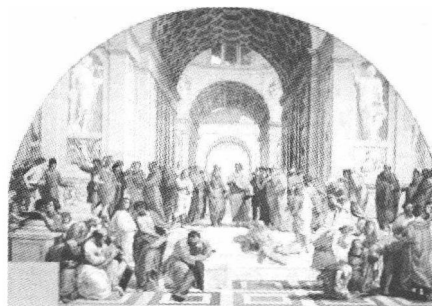
这种概念仍然影响到当今几何学的发展。毕竟坐标系使我们可以用数字明确地描述几何图形，而物体的分布既影响了空间本身的几何，也受到空间几何的影响。



以后 Plato（柏拉图）在雅典郊外成立学院（Academy），宣称不懂几何者，不得入其门，可见希腊学者如何重视几何学。

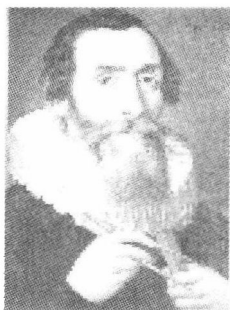


↑ Plato



↑ 雅典学院

Plato 发现只有五种正多面体，这个几何定理令希腊哲学家大为振奋，直到 16 世纪天文学家 Kepler（开普勒）仍企图用这个事实解释宇宙的结构。事实上，这些漂亮的多面体并不足以解释天体的运行，但是它们却在自然界的晶体中出现。

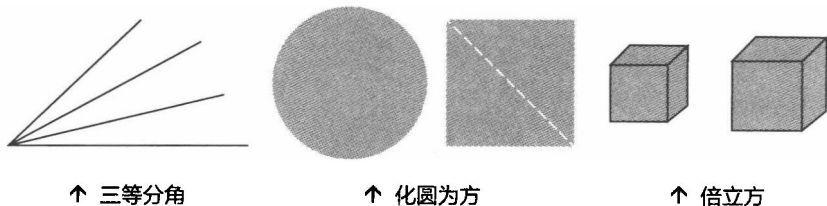


↑ Kepler

Plato 也提出了三个著名的几何问题：

1. 三等分一角；
2. 构造正方形与单位圆同面积；
3. 构造立方体，其体积为单位立方体的两倍。

这三个问题影响数学界差不多两千年，第三个问题在印度和中国亦出现过。如果容许用复杂的机械来解这三个问题，古代数学家早已找到答案，但 Plato 坚持要用最单纯的几何方法，即是只靠用圆规和直尺来构造这些几何图形。

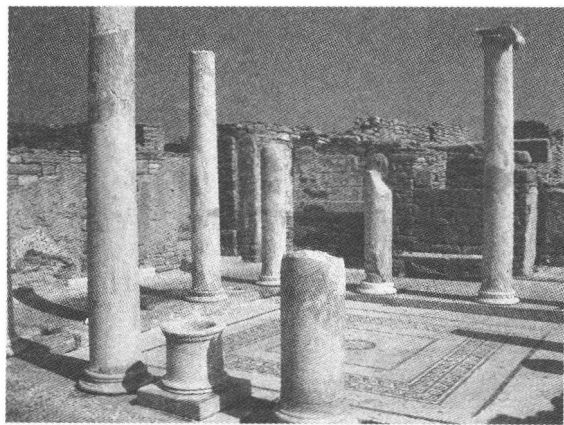


↑ 三等分角

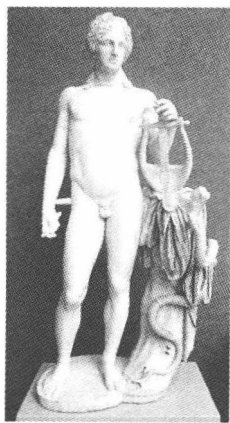
↑ 化圆为方

↑ 倍立方

第三个问题又叫 Delos 问题，传说 Delos 城的居民为了解除由太阳神 Apollo 降给他们的瘟疫，向 Delphi 的祭司求救，祭司要求他们建造一个立方体，它的体积要刚好是 Apollo 祭坛立方体的两倍，他们只好向 Plato 请教。



↑ Delos



↑ Apollo

这三个问题要到 Galois（伽罗瓦）理论出现后，才得到圆满解决。19 世纪的数学家发现这些几何问题，与用圆规和直尺所能构造的数字有密切的关

系。他们发现这些数字必须满足一些以整数为系数的多项式方程。然而，与上述有关的几何问题所产生的数字（例如 $\sqrt{\pi}$, $\sqrt[3]{2}$ ）并不满足这些方程 [1882 年 Lindemann（林德曼）证明 π 为超越数，它不满足任何整数为系数的多项式方程]，因此这些古典问题是不能用圆规和直尺来解决的。



↑ Galois



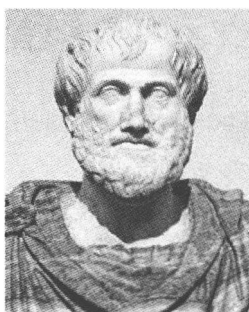
↑ Lindemann

Euclid（欧几里得）集当时几何学的大成，用五条公理推导大量有趣的命题，实开千古科学从简入繁和演绎法之先河，直接影响到以后牛顿的力学体系。牛顿利用三个基本定律来推导天体的运行，其中逻辑运用之妙，无与伦比。

欧氏的理论实源于 Aristotle（亚里士多德）的三段论法，即大前提、小前提和结论。这些推论方式叫演绎法，它预定一些由直觉得到的公设，这些直觉的起点，亚氏认为是矛盾律与排中律。但亚氏用归纳方法搜集资料，归纳而得一结论，取为前提，叫做归纳法。



↑ Euclid



↑ Aristotle

Euclid 就是通过归纳法，发现平面几何中有五个显而易见的性质，他取之为公理，并且根据这些公理推导出平面几何所有的定理。

第五条公理叫平行公理，它指出在直线外任何一点，必有唯一的直线通过这点而不与原来的直线相交。

后世很多几何学家都不太愿意接受这条公理，他们试图用其他四条公理