

普通高等教育电子信息类“十二五”规划教材

信号与系统

XINHAO YU XITONG

主 编 王吉林 纪正雕

副主编 夏菽兰 杨汉青



教学资源库
<http://jse.ndip.cn>



国防工业出版社

National Defense Industry Press

普通高等教育电子信息技术“十二五”规划教材

信号与系统

主 编 王吉林 纪正飏

副主编 夏菽兰 杨汉华 顾光旭

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书主要阐述了信号的时域分析和变换域分析,采用连续与离散并行、先时域后变换域的体系结构。本书论述清楚,概念明确,重点突出,层次清晰,便于教学。

全书共包括信号与系统、连续信号与系统的时域分析、离散系统的时域分析、连续系统的频域分析、连续系统的 s 域分析、 Z 变换、系统函数7章。各个章节配有不同层次的习题,以供选用。

本书可作为高等学校电子、通信、自动化类等各专业“信号与系统”课程的本科生教材,也可供有关科技工作者自学参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/王吉林,纪正飏主编. —北京:国防工业出版社, 2012. 7

普通高等教育电子信息类“十二五”规划教材

ISBN 978-7-118-08088-9

I. ①信… II. ①王… ②纪… III. ①信号系统—高等学校—教材 IV. ①TN911. 6

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第118999号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787 × 1092 1/16 印张 14 字数 312 千字

2012年7月第1版第1次印刷 印数 1—4000册 定价 26.00元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010) 88540777

发行邮购:(010) 88540776

发行传真:(010) 88540755

发行业务:(010) 88540717

前 言

随着科学技术的不断发展以及相关领域知识的不断更新,信息技术在当今社会的重要性日渐体现。“信号与系统”课程教学对象从原来的电子专业扩展到了几乎所有的电类专业,其内容也根据新技术以及教学对象的变化不断进行调整,其应用背景也从单一的电子系统扩展到了其他的信息处理系统。在近年来的教学改革中,教学内容以电路分析内容为基础,进一步向信号和系统分析上集中,使本课程的体系更加突出,便于学生掌握课程的核心内容。多年来的教学实践证明,这种体系符合学生的认知规律,有利于学生学习和掌握课程的相关内容。

本书从概念上可以区分为信号分析和系统分析两部分,但二者又是密切相关的。根据连续信号分解为不同的基本信号,对应推导出线性系统的分析方法,如时域分析、频域分析和复频域分析。离散信号的分析也是类似的过程。

本书采用连续、离散并行的布局安排,可先集中精力学好连续信号与系统分析的内容,再通过类比理解离散信号与系统分析的概念,从而建立起完整的信号与系统的知识体系。

本书编写的目的是让学生掌握信号和线性系统分析的基本理论、基本原理和方法,掌握线性时不变系统的各种描述方法,掌握线性时不变系统的时域和频域分析方法,掌握有关系统的稳定性、频响、因果性等工程应用中的一些重要结论,使学生能够在后续课程的学习及相关工作中灵活应用这些方法解决遇到的实际问题。

为了使学生能较好地理解、运用所学的基本概念和分析方法,本书还精选了较多典型例题和习题编排在每章节之中,供学生选做。

本书由王吉林、纪正飏、夏菽兰、杨汉华、顾光旭老师共同编写,其中第1章、第2章由王吉林负责编写;第3章、第4章由纪正飏负责编写;第5章由王吉林、夏菽兰负责编写;第6章由杨汉华、王吉林负责编写;第7章由顾光旭负责编写。王吉林、纪正飏、夏菽兰负责总体规划及全书统稿工作。

在本书编写过程中,盐城工学院电子信息工程系的同事们给予了很多的支持和帮助,本书还得到了盐城工学院教材出版基金的资助。陈荣教授指导了本书的编写工作,提出了许多的宝贵意见,许多兄弟院校的老师也提出了很多建设性的意见,在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平及编写时间所限,书中难免会有错误和不当之处,敬请读者批评指正。

编者
2012年1月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 绪言	1
1.2 信号的分类	3
1.2.1 确定信号和随机信号	4
1.2.2 连续信号和离散信号	5
1.2.3 周期信号和非周期信号	6
1.2.4 能量信号和功率信号	7
1.2.5 一维信号和多维信号	8
1.2.6 因果信号和反因果信号	8
1.3 信号的基本运算	8
1.3.1 信号的加、减、乘运算	8
1.3.2 信号的时间变换运算	9
1.4 阶跃函数和冲激函数	12
1.4.1 阶跃函数	12
1.4.2 冲激函数	13
1.4.3 序列 $\delta(k)$ 和 $\varepsilon(k)$	15
1.5 系统的性质及分类	16
1.5.1 线性	17
1.5.2 时不变系统与时变系统	19
1.5.3 因果系统与非因果系统	20
1.6 系统的描述	21
1.6.1 连续系统	21
1.6.2 离散系统	23
本章小结	25
本章习题	27
第2章 连续信号与系统的时域分析	30
2.1 LTI连续系统的响应	30
2.1.1 微分方程的经典解	30
2.1.2 关于 0_- 和 0_+ 初始值	34
2.1.3 零输入响应和零状态响应	36
2.2 冲激响应和阶跃响应	38
2.2.1 冲激响应	38

2.2.2 阶跃响应	40
2.3 卷积积分	42
2.3.1 信号的时域分解与卷积积分	42
2.3.2 卷积的图解	44
2.4 卷积积分的性质	46
2.4.1 卷积代数	46
2.4.2 奇异函数的卷积特性	47
2.4.3 卷积的微积分性质	47
2.4.4 卷积的时移特性	49
本章小结	49
本章习题	51
第3章 离散系统的时域分析	56
3.1 离散时间基本信号	57
3.1.1 离散时间信号	57
3.1.2 离散时间基本信号	58
3.2 LTI 离散系统的响应	60
3.2.1 差分与差分方程	60
3.2.2 差分方程	62
3.2.3 全解求解的一般步骤	65
3.2.4 零输入响应和零状态响应	66
3.3 单位序列和单位序列响应	67
3.3.1 单位序列响应	67
3.3.2 单位阶跃响应	69
3.4 卷积和	69
3.4.1 卷积和的定义	69
3.4.2 卷积和的图示	71
3.4.3 卷积和的性质	73
3.4.4 离散系统零状态响应	76
本章小结	78
本章习题	79
第4章 连续系统的频域分析	82
4.1 信号的正交分解	82
4.1.1 矢量的正交分解	82
4.1.2 信号的相关性	83
4.1.3 正交函数集	85
4.1.4 信号的正交分解	86
4.2 傅里叶级数	87
4.2.1 傅里叶级数的三角形式	87
4.2.2 奇函数、偶函数的傅里叶系数	90

4.2.3 指数形式的傅里叶级数	92
4.3 周期信号的频谱	93
4.3.1 周期信号的频谱	93
4.3.2 周期信号频谱的特点	94
4.3.3 周期信号的功率	96
4.4 非周期信号的连续时间傅里叶变换	96
4.4.1 傅里叶变换	96
4.4.2 奇异信号及其他一些典型信号的傅里叶变换	99
4.5 傅里叶变换的性质	101
4.5.1 线性	101
4.5.2 时移特性	102
4.5.3 频移特性	103
4.5.4 尺度变换	104
4.5.5 对称性	105
4.5.6 卷积	106
4.5.7 时域微积分	107
4.5.8 频域的微分和积分	108
4.5.9 帕斯瓦尔关系	109
4.6 周期信号的傅里叶变换	111
4.7 LTI 系统的频域分析	113
4.7.1 系统频率响应	113
4.7.2 无失真传输	116
4.7.3 理想低通滤波器的特性	117
4.8 取样定理	118
4.8.1 信号的时域取样	119
4.8.2 频域抽样	122
本章小结	124
本章习题	125
第5章 连续系统的 s 域分析	130
5.1 拉普拉斯变换	130
5.1.1 从傅里叶变换到拉普拉斯变换	130
5.1.2 双边拉普拉斯变换的收敛域	131
5.1.3 单边拉普拉斯变换	133
5.1.4 常用信号的单边拉普拉斯变换	133
5.2 单边拉普拉斯变换的性质	134
5.2.1 线性	135
5.2.2 尺度变换	135
5.2.3 时移(延时)特性	135
5.2.4 复频移	136

5.2.5	时域的微分特性	136
5.2.6	时域积分	137
5.2.7	时域卷积定理	137
5.2.8	s 域微分和积分	138
5.2.9	初值和终值定理	138
5.3	单边拉普拉斯逆变换	140
5.4	复频域分析	144
5.4.1	微分方程的变换解	144
5.4.2	系统函数	146
5.4.3	系统的 s 域框图	148
5.4.4	RLC 电路系统的 s 域模型	150
5.4.5	拉普拉斯变换与傅里叶变换	154
	本章小结	155
	本章习题	156
第 6 章	Z 变换	160
6.1	Z 变换	160
6.1.1	从拉普拉斯变换到 Z 变换	160
6.1.2	Z 变换的定义和收敛域	161
6.1.3	常用序列的双边 Z 变换	163
6.2	Z 变换的性质	164
6.2.1	线性 (包括齐次性、可加性)	165
6.2.2	位移 (时移) 性	165
6.2.3	序列乘 a^k (z 域尺度变换)	167
6.2.4	k 域卷积定理	167
6.2.5	序列乘 k (z 域微分)	168
6.2.6	序列除 $(k+m)$ (z 域积分)	169
6.2.7	k 域反转 (双边 Z 变换)	170
6.2.8	部分和	171
6.2.9	初值定理	171
6.2.10	终值定理	172
6.3	逆 Z 变换	173
6.3.1	幂级数展开法	174
6.3.2	部分分式展开法	175
6.4	z 域分析	178
6.4.1	差分方程的 z 域解	178
6.4.2	一般信号 $f(k)$ 激励下的零状态响应	180
6.4.3	系统函数	182
6.4.4	系统的 z 域框图	183
6.4.5	z 域与 s 域的关系	185

本章小结·····	186
本章习题·····	187
第7章 系统函数 ·····	189
7.1 系统函数与系统特性 ·····	189
7.1.1 系统函数的零点、极点分布图 ·····	189
7.1.2 $H(s)$ 与系统的频率特性 ·····	193
7.2 系统的稳定性 ·····	194
7.2.1 连续系统的稳定性 ·····	194
7.2.2 离散系统的稳定性 ·····	196
7.3 信号流图 ·····	199
7.3.1 连续信号流图 ·····	199
7.3.2 梅森公式 ·····	201
7.3.3 连续系统直接模拟 ·····	202
7.3.4 离散系统信号流图 ·····	203
7.3.5 离散系统的模拟 ·····	205
本章小结·····	207
本章习题·····	207
附录一 常用信号的傅里叶变换对·····	210
附录二 常用符号的单边拉普拉斯变换·····	211
附录三 常用函数 Z 变换表 ·····	212
参考文献·····	213

第 1 章 绪 论

通过本章的学习，学生应该了解和掌握信号和系统的概念及分类；掌握典型信号的定义，并能绘制典型信号的波形；了解阶跃信号和冲激信号的定义；了解信号的不同分析方式。深刻理解信号的时域运算及系统的线性、时不变、因果性。重点掌握冲激信号的性质。

1.1 绪 言

信号与系统的概念其实对于每个人并不陌生，在学习、生活和工作中有很多例子都属于信号与系统的范畴。一个由电阻、电感和电容组成的电路就是一个系统。电压源的电压或电流源的电流就是一个给定的输入信号，该电路的每个元件上的电压和电流就是该电路（系统）对这个输入信号作出响应的输出信号。

信号来源于拉丁文“*signum*（记号）”一词，其含意甚广。“信号”这一术语不仅出现于科学技术领域之中，而且在日常生活之中，人们每时每刻几乎都与信号打交道。上课的铃声就是一种信号，火车、船舶的汽笛声，汽车的喇叭声也是一种信号，这些都是声信号。道路交叉路口和铁路轨道旁设置的红绿灯是一种信号，发射信号弹的闪烁亮光也是一种信号，这些都是光信号。收音机和电视机天线从天空中接收到的电磁波是一种信号，它们每一级电路的输入、输出电压（*voltage*）或电流（*current*）也是信号，这都是电信号。除此之外，还有电视机和计算机显示器屏幕上的图像、文字信号，交警指挥的手势信号，军舰使用的旗语信号等。所有这些五花八门的信号，虽然它们的物理表现形式各不相同，但是它们却存在两个共同的特点。无论是声信号、光信号、电信号，还是其他形式的信号，其本身都是一种变化着的物理量，或者说是一种物理体现，这个特点是显而易见的。而另一个特点则表现为，信号都包含有一定意义，也就是说，信号载有被描述、记录或传输的消息所包含的信息（*information*）（消息和信息是两个不同概念，可参阅有关信息论书籍。通常在不追究术语的严密性时，可将消息和信息视为等同概念）。上课的铃声信号，表示上课时间到了的信息；雷达荧光屏上的光点信号，表示有飞机出现的信息；生物细胞中 DNA 的结构图案信号，表示了一定的遗传信息，等等。因此可以说，信号就是用于描述、记录或传输的消息（或者说信息）的任何对象的物理状态随时间的变化过程。简而言之，信号就是载有一定信息（或消息）的一种变化着的物理量。也可说，信号就是载有一定信息的一种物理体现。信号是消息（或信息）的表现形式，消息（或信息）则是信号的具体内容。人们相互问讯、发布新闻、广播图像或传递数据，其目的都是要把消息（或信息）借助于一定形式的信号传递出去。

在信息时代，“信息”是一项重要的资源，通过传输与交换就能创造出价值。在现

代科学技术日益发展的条件下,携带信息的信号和传输系统日益复杂,促进了信号与系统在理论研究上的进一步发展。古代用烽火信号传递信息,近代用无线电报传递信息,现代用光纤宽带网传递信息。自古以来,人们就在不断地寻求各种方法,将信息(消息)转化为信号,以实现信息(消息)的传输、记忆与处理。我国古代利用烽火台的狼烟报警,希腊人利用火炬位置表示字母符号,就是利用光信号进行信息传递的早期范例。击鼓鸣金报送时刻或传达命令,是利用声信号进行信息传递的例证。以后出现了信鸽、驿站和旗语等传送信息(消息)的各种方法。然而,这些方法无论在距离、速度还是在有效性与可靠性方面,都没有得到较满意的解决。19 世纪初叶之后,人们开始研究如何利用电信号进行信息(消息)的传送,使人类在信息传输、记忆与处理等方面取得了显著的进步和满意的效果。1837 年,莫尔斯(F. B. Morse)发明了电报,将点、划、空进行适当组合构成了莫尔斯电码,以表示字母和数字。1876 年,贝尔(A. G. Bell)发明了电话,直接将语音变换成电信号沿导线传递。19 世纪末,赫兹(H. Hertz)、波波夫(A. C. Попов)、马可尼(G. Marconi)等人研究用电磁波传送无线电信号的问题。1901 年,马可尼成功地实现了横跨大西洋的长距离无线电通信(信息传输)。从此,传输电信号的通信方式得到了广泛的应用与迅速发展。现在,电话、电报、无线电广播、电视等利用电信号的通信方式,已成为日常生活不可缺少的联系手段。目前,不仅实现了遍绕地球的全球电信号通信,而且已实现了太阳系范围的电信号通信。还要指出,电信号与许多种非电信号之间可以方便地相互转换。上课铃声的这种声信号和指挥交通的红绿灯这种光信号,都是由电信号控制和转变而得到的。语言作为声信号通过话筒变换成电信号,放大之后推动扬声器又将其复原成语言信号,使之在较远处也能听到。景物图像的光信号通过电视摄像机变成电信号,电视发射台加工处理之后以电磁波形式辐射到空间,远处的电视接收机收到辐射的电磁波后再一次加工处理使之在电视机屏幕上显示原景物的图像信号。实际应用中常常将各种物理量,如声波动、光强度、机械运动的位移或速度等转换成电信号,以利于远距离的信息传输。经传输后在接收端再将电信号还原成原始的消息。

如何在有限的带宽内传递更多的信息,如何保证信息传递的安全可靠,这都是现代信号与系统中要研究的问题。信号的基本分析方法、系统的基本分析方法,是现代信号与系统分析方法的基础。

信号与系统理论涉及范围广泛,内容十分丰富。信号理论包括信号分析、信号处理和信号综合;系统理论包括系统分析和系统综合。信号分析主要讨论信号的表示、信号的性质等;系统分析主要研究给定的系统在输入信号的作用下产生的输出信号(响应)。信号分析与系统分析关系紧密又各有侧重,前者侧重于信号的解析表示、性质、特征等,后者则着眼于系统的特性、功能等。

为了有效地传播和利用信息,常常需要将信息转换成便于传输和处理的信号。例如,上课铃声——声信号,表示该上课了;十字路口的红绿灯——光信号,指挥交通;电视机天线接收的电视信息——电信号;广告牌上的文字、图像信号等。

信号的产生、传输和处理需要一定的物理装置,这样的物理装置常称为系统(system)。一般而言,系统是指若干相互关联的事物组合而成的、具有特定功能的整体。如手机、电视机、通信网、计算机网等都可以看成系统。它们所传送的话音、音乐、图

像、文字等都可以看成信号。信号的概念与系统的概念常常紧密地联系在一起。系统的基本作用是对输入信号进行加工和处理，将其转换为所需要的输出信号。

(1) 信号：一种物理量（电、光、声）的变化。

(2) 消息：待传送的一种以收发双方事先约定的方式组成的符号，如语言、文字、图像、数据等。

(3) 电信号：与上述消息（语言、文字、图像、数据）相对应的变化的电流或电压，或电容上的电荷、电感中的磁通等。

(4) 信息：所接收到的未知内容的消息，即传输的信号是带有信息的。

(5) 系统：一组相互有联系的事物并具有特定功能的整体。

系统可分为物理系统和非物理系统。电路系统、通信系统、自动控制系统、机械系统、光学系统等属于物理系统；而生物系统、政治体制系统、经济结构系统、交通系统、气象系统等属于非物理系统。

信号的概念与系统的概念是紧密相连的。信号在系统中按一定规律运动、变化，系统在输入信号的驱动下对其进行加工、处理并发送输出信号，如图 1.1 - 1 所示。输入信号常称为激励，输出信号常称为响应。

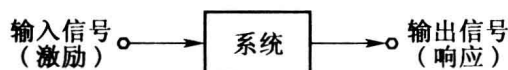


图 1.1 - 1 信号的输入和输出

在分析属性各异的各类系统时，常常将具体系统抽象化理想化为某种模型，将系统中运动、变化的各种量（电压、电流、力、位移、光强等）统称为信号。宏观地研究信号作用于系统的运动变化规律，揭示系统的一般性能，而不关心它内部的各种细节。

在一定意义上，系统与电路（circuit）或网络（network）是同义词。系统所关心的是，对于给定的信号形式与传输、处理的要求，系统能否与之相匹配，系统为此而需要具有怎样的功能和特性。网络问题的重点在于，为实现系统的功能与特性，网络应具有怎样的结构，其各种参数如何确定。系统与网络的差异主要体现在观察事物的着眼点或处理问题的角度。系统问题侧重注意全局，而网络问题则侧重关心局部。例如，仅由一个电阻和一个电容组成的简单电路，在网络分析中，注意研究其各支路、回路的电压或电流；而从系统的观点来看，可以研究它如何构成具有微分或积分功能的运算器。近年来，由于大规模集成电路技术的发展，各种极其复杂的网络系统可以直接做在一个很小的集成电路芯片上，使得系统、网络、电路以及器件之间的差别日益缩小，无需严格区分各名词之间的差异。本书中，系统、网络与电路等名词通用。

一般而言，信号分析和系统分析是信号处理、信号综合及系统综合的共同理论基础。本书主要介绍信号分析和系统分析的基本概念和基本分析方法，以便为读者进一步学习有关网络理论、通信理论、控制理论、信号处理和信号检测理论等打下基础。

1.2 信号的分类

绪论中指出，信号是随时间变化的，它的数学表达式是时间的函数，这是信号的基本描述方法。当然，可以用它的函数图像（信号波形）来表示。为了讨论方

便，本书中常常把信号与函数两个术语视为同义词。除了时间表达式与波形这两个直观的信号描述方法之外，还可以用频谱分析或其他正交变换的方式来描述信号和研究信号。

信号是消息的表现形式，即信号的载体，通常体现为随若干变量而变化的某种物理量。在数学上，可以描述为一个或多个独立变量的函数。例如，在电子信息系统中，常用的 $f(t)$ 、 $i(t)$ 、 $q(t)$ 等电信号可以理解为是时间 t 或其他变量的函数；又如，在图像处理系统中，描述平面黑白图像像素灰度变化情况的图像信号，可以表示为平面坐标位置 (x, y) 的函数，等等。

如果信号是单个独立变量的函数，称这种信号为一维信号。一般情况下，信号为 n 个独立变量的函数时，就称为 n 维信号。为了方便起见，一般都将信号的自变量设为时间 t 或序号 k 。

与函数一样，一个实用的信号除用解析式描述外，还可用图形、测量数据或统计数据描述。通常，将信号的图形表示称为波形或波形图。

(1) 时域法：将信号表示成时间的函数。例如，正弦信号具有一些时间特性，如变化快慢、周期长短等。

(2) 频域（变换域）：通过正交变换，将信号表示成其他变量的函数。信号是信息的一种物理体现。它一般是随时间或位置变化的物理量。信号按物理属性分为电信号和非电信号。它们可以相互转换。电信号容易产生，便于控制，易于处理。本课程讨论电信号，简称为信号。

按照信号的不同性质与数学特征，可以有多种不同的分类方法。在信号分析中最常用到的是以下几种分类方法。

1.2.1 确定信号和随机信号

按分布性质的不同，信号可以区分为确定性信号（deterministic signal）和随机信号（random signal）。如果信号可以用一个确定的时间函数表示，就称其为确定信号（或规则信号），当给定某一时刻值时，这种信号有确定的数值。

然而，实际上，由于种种原因，在信号传输过程中存在着某些不确定性或不可预知性。例如，在通信系统中，收信者在收到所传送的消息之前，对信息源所发出的消息总是不可能完全知道的，否则通信也就失去其意义了。此外，信号在传输和处理的各个环节中不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响，使信号产生失真（畸变），而这些干扰和噪声的情况总是不可能完全知道的，这类不确定性或不可预知性统称为随机性。具有这种性质的信号称为随机信号，或不确定信号。它不能用确定的时间函数加以描述，而只能知道它在某一时刻取某一函数值的概率。例如，图 1.2 - 1 为确定信号和随机信号的波形。

因此，严格来说，在实践中遇到的信号一般都是随机信号。分析随机信号要用到概率、统计的观点和方法。即使如此，研究确定信号仍是十分重要的，这是因为它是一种理想化的模型。

电子系统中的起伏热噪声、雷电干扰信号就是两种典型的随机信号。研究确定信号是研究随机信号的基础。本书只讨论确定信号。

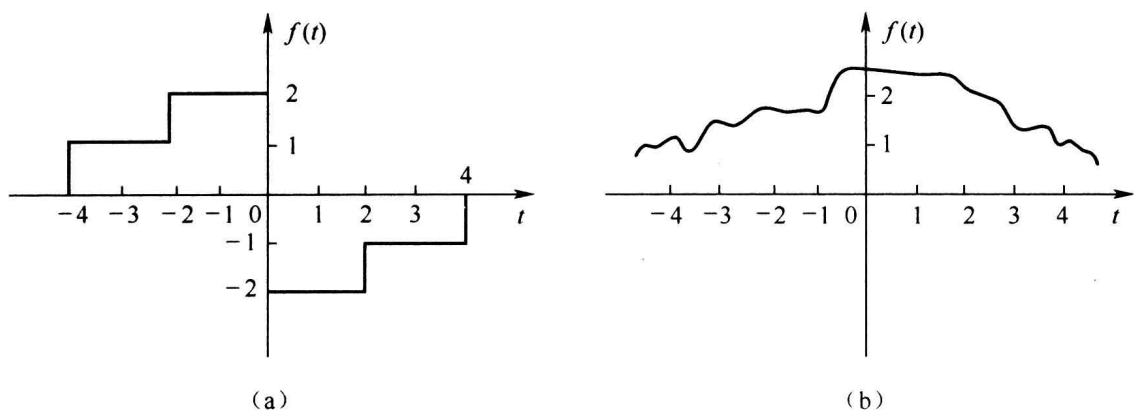


图 1.2-1 确定信号与随机信号的波形

1.2.2 连续信号和离散信号

按函数自变量取值的连续性与否，信号可以区分为连续时间信号（continuous time signal）和离散时间信号（discrete time signal）。对于所讨论的时间范围内，在任意时刻点上（除若干不连续点外）函数如果都有确定的值与之对应，这种信号就称为连续时间信号，如正弦信号。而离散时间信号，在时间上是离散的，它只在某些时间的离散点上给定函数值，而在其他时间上都没有定义。

1. 连续信号

在连续时间范围内有定义的信号称为连续时间信号，简称连续信号。这里“连续”是指函数的定义域是连续的，而信号的值域可以是连续的，也可以是不连续的。例如，图 1.2-2 (a) 中的信号，其定义域 $(0, 2)$ 和值域 $[-1, 1]$ 都是连续的。图 1.2-2 (b) 中的信号，其定义域在 $t=0$ 、 $t=1$ 、 $t=2$ 处有间断点，但其函数值只取 -1 和 $+1$ 两个离散的数值。

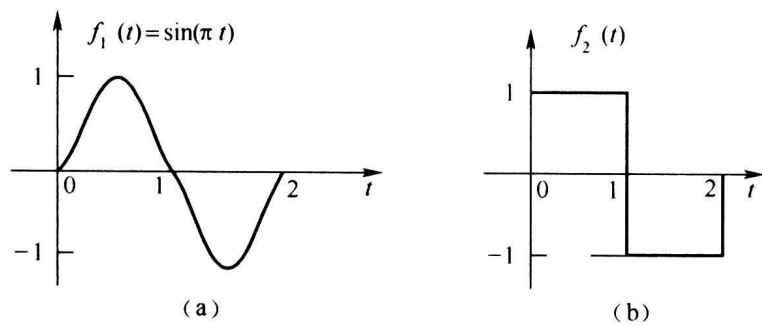


图 1.2-2 连续信号

对于像 $f_2(t)$ 这样的有间断点的函数，一般可不定义间断点处的函数值。为了使函数定义更加完整，在间断点处，可将信号的取值规定为左极限与右极限和的一半。

因此，对于图 1.2-2 (b) 中的信号，有

$$f_2(1) = \frac{f_2(1_-) + f_2(1_+)}{2} \tag{1.2-1}$$

2. 离散信号

仅在一些离散的时间瞬间才有定义的信号称为离散时间信号，简称离散信号。这里的离散是指信号的定义域，它只取某些规定的值，在其余时间不予定义。大多数离散时间信号是由对连续时间信号采样得到的，取值上可以仍然取连续值。

例如，图 1.2 - 3 中的 $f(t)$ 仅在一些离散时刻 $t_k(k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots)$ 才有定义，其余时间无定义。

相邻离散点的间隔 $T_k = t_{k+1} - t_k$ 可以相等也可不等。通常取等间隔 T ，离散信号可表示为 $f(kT)$ ，简写为 $f(k)$ ，这种等间隔的离散信号也常称为序列。其中 k 称为序号。

上述离散信号可简画为如图 1.2 - 4 所示的图形。

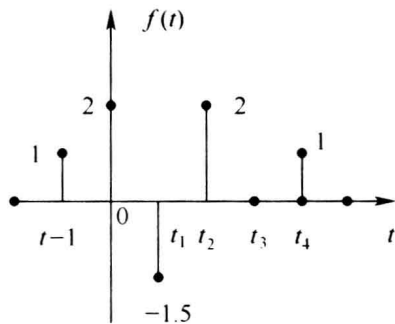


图 1.2 - 3 信号 $f(t)$

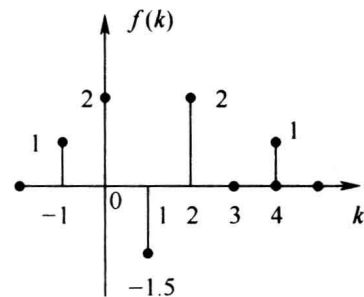


图 1.2 - 4 离散信号 $f(k)$

用表达式可写为

$$f(k) = \begin{cases} 1, & k = -1 \\ 2, & k = 0 \\ -1.5, & k = 1 \\ 2, & k = 2 \\ 0, & k = 3 \\ 1, & k = 4 \\ 0, & \text{其他 } k \end{cases}$$

或可以表示为

$$f(k) = \{ \cdots 0, 1, 2, -1.5, 2, 0, 1, 0 \cdots \}$$

↑
 $k = 0$

通常将对应某序号 m 的序列值称为第 m 个样点的“样值”。

离散时间信号又分为取样信号 (sampling signal) 与数字信号 (digital signal) 两种。其中，取样信号是指时间不连续，但幅度取值连续的离散时间信号；而数字信号是指时间不连续，幅度也不连续的离散时间信号。一般可将取样信号经量化后变成数字信号。与模拟信号相比，数字信号具有抗干扰能力强、传输精度高、保密性好等优势。

1.2.3 周期信号和非周期信号

周期信号 (period signal) 是定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间上，且每隔一定时间 T (或整数 N)，按相同规律重复变化的信号，以下是它的表达式。

连续周期信号 $f(t)$ 满足 $f(t) = f(t + mT), m = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots$

离散周期信号 $f(k)$ 满足 $f(k) = f(k + mN), m = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots$

满足上述关系的最小 T (或整数 N) 称为该信号的周期。不具有周期性的信号称为

非周期信号。

例 1.2-1 判断下列信号是否为周期信号,若是,确定其周期。

$$(1) f_1(t) = \sin 2t + \cos 3t;$$

$$(2) f_2(t) = \cos 2t + \sin \pi t。$$

解 两个周期信号 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的周期分别为 T_1 和 T_2 。若其周期之比 T_1/T_2 为有理数,则其和信号 $x(t) + y(t)$ 仍然是周期信号,其周期为 T_1 和 T_2 的最小公倍数。

(1) $\sin 2t$ 是周期信号,其角频率和周期分别为

$$\omega_1 = 2\text{rad/s}, T_1 = 2\pi/\omega_1 = \pi\text{s}$$

$\cos 3t$ 是周期信号,其角频率和周期分别为

$$\omega_2 = 3\text{rad/s}, T_2 = 2\pi/\omega_2 = (2\pi/3)\text{s}$$

由于 $T_1/T_2 = 3/2$ 为有理数,故 $f_1(t)$ 为周期信号,其周期为 T_1 和 T_2 的最小公倍数 2π 。

(2) $\cos 2t$ 和 $\sin \pi t$ 的周期分别为 $T_1 = \pi\text{s}$, $T_2 = 2\text{s}$, 由于 T_1/T_2 为无理数,故 $f_2(t)$ 为非周期信号。

例 1.2-2 判断正弦序列 $f(k) = \sin(\beta k)$ 是否为周期信号,若是,确定其周期。

解 $f(k) = \sin(\beta k) = \sin(\beta k + 2m\pi)$, $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ (1.2-2)

其中, β 称为正弦序列的数字角频率,单位 rad。

由式(1.2-2)可见:

(1) 仅当 $2\pi/\beta$ 为整数时,正弦序列才具有周期 $N = 2\pi/\beta$ 。

(2) 当 $2\pi/\beta$ 为有理数时,正弦序列仍为具有周期性,但其周期为 $N = M(2\pi/\beta)$, M 取使 N 为整数的最小整数。

(3) 当 $2\pi/\beta$ 为无理数时,正弦序列为非周期序列。

例 1.2-3 判断下列序列是否为周期信号,若是,确定其周期。

$$(1) f_1(k) = \sin(3\pi k/4) + \cos(0.5\pi k);$$

$$(2) f_2(k) = \sin(2k)。$$

解 (1) $\sin(3\pi k/4)$ 和 $\cos(0.5\pi k)$ 的数字角频率分别为 $\beta_1 = 3\pi/4\text{rad}$, $\beta_2 = 0.5\pi\text{rad}$ 。

由于 $2\pi/\beta_1 = 8/3$, $2\pi/\beta_2 = 4$ 为有理数,故它们的周期分别为 $N_1 = 8$, $N_2 = 4$ 。故 $f_1(k)$ 为周期序列,其周期为 N_1 和 N_2 的最小公倍数 8。

(2) $\sin(2k)$ 的数字角频率为 $\beta_1 = 2\text{rad}$ 。由于 $2\pi/\beta_1 = \pi$ 为无理数,故 $f_2(k) = \sin(2k)$ 为非周期序列。

1.2.4 能量信号和功率信号

按信号的能量(energy)和功率(power)是否有限,信号可以分为能量有限信号(energy signal)和功率有限信号(power signal)。要知道信号的能量特性或功率特性,需研究信号(电压或电流)在单位电阻上所消耗的能量或功率。

将信号 $f(t)$ 施加于 1Ω 的电阻上,它所消耗的瞬时功率为 $|f(t)|^2$, 在区间 $(-\infty, \infty)$ 的能量和平均功率定义分别为

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$$

$$P \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt$$

若信号 $f(t)$ 的能量有界, 即 $E < \infty$, 则称其为能量有限信号, 简称能量信号。此时 $P = 0$ 。若信号 $f(t)$ 的功率有界, 即 $P < \infty$, 则称其为功率有限信号, 简称功率信号, 此时 $E = \infty$ 。

有些信号既不是属于能量信号也不属于功率信号, 如 $f(t) = e^t$ 。

1.2.5 一维信号和 multidimensional 信号

按函数自变量数目不同, 信号可以分为一维信号 (one-dimensional signal) 和 multidimensional 信号 (multi-dimensional signal)。若信号表示为时间 t 的函数, 则这种信号是一维信号。一维信号的这种时间函数关系可以用数学表达式、波形图、数据表等方式来表达。 $\sin t$ 、 e^{-t} 等具体函数表达式可以表示信号, 也可用 $f(t)$ 、 $x(t)$ 等抽象的函数表达式表示信号。从数学表达式来看, 信号可以表示为一个或多个变量的函数, 称为一维或 multidimensional 函数。

话音信号可表示为声压随时间变化的函数, 这是一维信号。而一张黑白图像中的每个点 (像素) 具有不同的光强度, 任一点又是二维平面坐标中两个变量的函数, 这是二维信号。还有更多维变量的函数的信号。

本书只研究一维信号, 且自变量多为时间。

1.2.6 因果信号和反因果信号

常将 $t = 0$ 时接入系统的信号 $f(t)$ [在 $t < 0$, $f(t) = 0$ 时] 称为因果信号或有始信号, 阶跃信号是典型的一个。而将 $t \geq 0$, $f(t) = 0$ 的信号称为反因果信号。

1.3 信号的基本运算

在信号与系统分析中经常要遇到信号的各种运算。本节将介绍连续时间信号的各种运算。

1.3.1 信号的加、减、乘运算

(1) 加减运算。任一瞬间的和信号值 $y(t)$ 或 $y[k]$ 等于同一瞬间相加信号瞬时值的和, 即

$$y(t) = f_1(t) + f_2(t) \quad y[k] = f_1[k] + f_2[k]$$

(2) 乘法运算。任一瞬时的乘积信号值 $y(t)$ 或 $y[k]$ 等于同一瞬时相乘信号瞬时值的积, 即

$$y(t) = f_1(t) \cdot f_2(t) \quad y[k] = f_1[k] \cdot f_2[k]$$

两信号 $f_1(\cdot)$ 和 $f_2(\cdot)$ 的相加减乘指同一时刻两信号之值对应相加减乘。

例 1.3-1 信号 $f_1(k)$ 与 $f_2(k)$ 的加减乘运算。