

上海大学出版社

2006年上海大学博士学位论文 7



# 介观超导环磁通 涡旋态研究

- 作者：朱宝鹤
- 专业：无线电物理
- 导师：周世平



上海大学出版社

2006年上海大学博士学位论文 7



# 介观超导环磁通 涡旋态研究

- 作者：朱宝鹤
- 专业：无线电物理
- 导师：周世平



**图书在版编目(CIP)数据**

2006 年上海大学博士学位论文. 第 1 辑/博士学位论文编辑部编. —上海: 上海大学出版社, 2009. 12

ISBN 978 - 7 - 81118 - 511 - 9

I. 2... II. 博... III. 博士—学位论文—汇编—上海市—2006 IV. G643.8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 162521 号

**2006 年上海大学博士学位论文**

——第 1 辑

上海大学出版社出版发行

(上海市上大路 99 号 邮政编码 200444)

(<http://www.shangdapress.com> 发行热线 66135110)

出版人: 姚铁军

\*

南京展望文化发展有限公司排版

上海华业装潢印刷厂印刷 各地新华书店经销

开本 890 × 1240 1/32 印张 264.75 字数 7 376 千

2009 年 12 月第 1 版 2009 年 12 月第 1 次印刷

印数: 1—400

ISBN 978 - 7 - 81118 - 511 - 9/G · 513 定价: 1000.00 元(50 册)

# 上海大学

本论文经答辩委员会全体委员审查,确认符合上海大学博士学位论文质量要求。

答辩委员会名单:

|     |     |              |        |
|-----|-----|--------------|--------|
| 主任: | 郑 抗 | 教授,上海交通大学物理系 | 200240 |
| 委员: | 陈 鸿 | 教授,同济大学物理系   | 200092 |
|     | 邱经武 | 教授,复旦大学物理系   | 200433 |
|     | 曹世勛 | 教授,上海大学物理系   | 200444 |
|     | 徐克西 | 教授,上海大学物理系   | 200444 |
| 导师: | 周世平 | 教授,上海大学      | 200444 |

评阅人名单:

|     |              |        |
|-----|--------------|--------|
| 郑 抗 | 教授,上海交通大学物理系 | 200240 |
| 陈 鸿 | 教授,同济大学物理系   | 200092 |
| 陈 健 | 教授,南京大学电子工程系 | 210093 |

评议人名单:

|     |            |        |
|-----|------------|--------|
| 张金仓 | 教授,上海大学物理系 | 200444 |
| 蔡传兵 | 教授,上海大学物理系 | 200444 |

## 答辩委员会对论文的评语

本论文着重研究两部分内容,即介观超导环的涡旋态性质和涡旋电荷分布。

关于涡旋态,作者首先研究巨涡旋态的超导特性,包括:自由能、库柏对密度、磁场强度和超导电流等。同时分析介观环的尺寸对它们的影响。然后,引入鞍点态,详细分析随着磁场变化涡旋态可能发生的相变。接着,给出多涡旋态的结构分析及其与巨涡旋态的关系。最后,研究表面超导电性的增强效应对超导态的影响。

关于电荷分布,作者首先提出分析涡旋电荷的理论模型。然后,给出在迈斯纳态和巨涡旋态下介观环可能存在的三种电荷分布。并引入  $H-R_i$  相图分析不同尺寸的介观环,其电荷分布的变化。最后,研究不同 de Gennes 边界条件下对电荷分布的影响。

根据朱宝鹤同学的答辩和他对答辩委员所提问题的回答,一致通过该论文答辩。

## 答辩委员会表决结果

经答辩委员会表决,全票同意通过朱宝鹤同学的博士学位论文答辩,建议授予理学博士学位。

答辩委员会主任:郑 杭

2006年6月28日

# 摘 要

自 20 世纪 90 年代初以来,随着纳米技术的发展,介观超导体成为一个新兴的研究领域。所谓介观超导体是指它的尺寸可与相干长度  $\xi$  或穿透深度  $\lambda$  相比较。与宏观超导体相比,由于介观样品有很强的边界效应,它们的涡旋态在很大程度上受样品的尺寸和形状的影响。

本论文运用 Ginzburg-Landau 理论,在 de Gennes 边界条件

$$n \cdot \left( -i\hbar \nabla - \frac{2e\mathbf{A}}{c} \right) \psi \Big|_S = \frac{i}{b} \psi \Big|_S$$

下研究薄介观环的涡旋态和涡旋电荷的性质。表征波函数表面外延长度的参量  $b$  在内表面和外表面可以取不同的大小和符号,标记为  $b_i$  和  $b_o$ 。 $b < 0$  和  $b > 0$  分别对应表面超导电性的增强和抑制。

涡旋态的性质主要有:(1) 介观超导体有两种涡旋态:巨涡旋态和多涡旋态。巨涡旋态的角动量量子数为  $L$ ,波函数分布呈轴对称。当环足够大时,巨涡旋能分裂成多涡旋。多涡旋态  $(L_1, L_2)$  表示一个角动量为  $L_1$  的巨涡旋在环的中央(若  $L_1 = 0$ , 则中央无涡旋),外部有  $L_2 - L_1$  个单涡旋对称环绕成一圈。巨涡旋态和多涡旋态之间的转变是二阶相变。自由能的鞍点提供了表面势垒使  $L \rightarrow L+1$  态转变并不必然发生在基态转变



场  $H_{lr}$ 。考虑鞍点态的作用,当增大磁场, $L$  态得以亚稳态的形式保持到某一进入磁场  $H_p > H_{lr}$ , 然后转变为  $L+1$  态。而降低外场时, $L+1$  态能保持至某一排出磁场  $H_e < H_{lr}$ , 然后转变为  $L$  态。如果固定外半径  $R_o$ 。而增大内半径  $R_i$ , 迈斯纳态也就是  $L=0$  态的超导电性受抑制;巨涡旋态的超导电性增强,并有更多的巨涡旋态出现。表面超导电性增强效应能增加库柏对的数目,降低  $L$  态的自由能,提升临界温度和临界磁场,并使更多的巨涡旋态出现。(2) 我们分  $R_i \ll R_o$  和  $R_i \lesssim R_o$  两种情况。对于前者,在  $L > 0$  态,顺磁和抗磁迈斯纳效应同时发生作用,所以是耦合迈斯纳态。超导电流在环的内部和外部流向相反。对于后者, $L > 0$  态是纯粹的顺磁迈斯纳态或抗磁迈斯纳态。超导电流在环内流向一致。另外,超导环的基态能出现顺磁迈斯纳效应。(3) 在  $H-T$  相图中,提高温度导致能出现的涡旋态的数目减少。若温度足够高,则只有  $L=0$  态存在。对于比较窄的介观环, $T_c$  曲线会出现 Little-Parks 振荡。(4) 对于实验中观测到的分数量子磁通现象,给出了可能的物理解释:涡旋电荷的电中性要求近涡旋核与样品边缘区域将分布等量异号电荷;与此对应的涡旋场将在体系哈密顿量诱导自旋-轨道耦合项;将其对角化发现,它等价于在粒子波函数中诱发一个几何位相(类 AC 位相),从而给出分数量子磁通。

涡旋电荷的性质主要有:(1) 在  $1/b=0$  的边界条件下,介观环共有  $N-P$ (环的内半径附近是负电荷,外半径附近是正电荷)、 $N-P-N$ (环的内外半径附近都是负电荷,中间是正电荷)和  $P-N$ (环的内半径附近是正电荷,外半径附近是负电荷)三种电荷分布。 $L=0$  态只有  $P-N$  分布。对于巨涡旋态,如果内半

径小于某一临界内半径  $R_{i, cr}$ , 随磁场增大依次出现 N-P 和 N-P-N 两种涡旋电荷分布。特别地, 当外半径充分小, 比如  $R_o/\xi < 1.44$ , 整个 L 态可以呈现纯的 N-P 或 N-P-N 分布。当  $R_i > R_{i, cr}$ , 在较高磁场下会出现 P-N 分布。P-N 分布对应抗磁迈斯纳态; N-P-N 分布对应耦合迈斯纳态; N-P 分布的较低磁场范围是顺磁迈斯纳态, 较高磁场范围是耦合态。当  $1/b = 0$  时, 虽然超导环有不同的电荷分布, 但超导体仍保持电中性。(2) 表面超导电性的增强和抑制产生两种新的电荷分布, 即 N 和 P 分布, 它们分别对应整个介观环完全是负电荷和正电荷。如果介观环各表面的  $b$  值符号相同, 则介观环的电性由  $b$  的符号决定。负/正  $b$  值对应超导电性的增强/抑制, 从而超导体带负/正电。但当  $-1/b_i > 1/b_o > 0$  和  $1/b_i > -1/b_o > 0$  时, 超导体的电性同时依赖于环的尺寸, 并且能在超导电性抑制的情况下带负电。当  $1/b_o > 1/b_i > 0$ , 对于一定尺寸的介观环, 随磁场增大, 超导态和正常态会交替循环出现, 从而超导体交替呈现带正电和电中性。

**关键词** 介观超导体, 涡旋态, 涡旋电荷

## Abstract

The progress of nanofabrication technologies from the 1990s resulted in an increase of interest in the study of superconducting properties of mesoscopic samples. A mesoscopic sample is such that its size is comparable to the coherence length  $\xi$  and penetration depth  $\lambda$ . The properties of mesoscopic systems are considerably influenced by confinement effects. Therefore, the vortex state will depend on the size and the geometry of the sample.

The vortex state and vortex charge of a thin mesoscopic ring are investigated theoretically in the framework of the phenomenological Ginzburg-Landau theory within the de Gennes boundary condition  $\mathbf{n} \cdot \left[ -i\hbar \nabla - \frac{2e\mathbf{A}}{c} \right] \psi \Big|_S = \frac{i}{b} \psi \Big|_S$ .

The surface extrapolation lengths  $b$  on the inner surface and the outer surface can own different value and sign, and are denoted as  $b_i$  and  $b_o$ , respectively.  $b < 0$  and  $b > 0$  correspond to surface superconductivity of enhancement and suppression.

The main properties of the vortex state are listed as follows: (1) In mesoscopic samples two kinds of vortex states can exist, that is, the giant vortex state and the multivortex

state. The giant vortex state is circular symmetric with a fixed value of angular momentum  $L$ . For sufficiently large rings the giant vortex can break up into multivortices. The multivortex state  $(L_1, L_2)$  represents that one vortex with angular momentum  $L_1$  situates in the center of the ring with  $L_2 - L_1$  single vortices on a single ring. The phase transition between the giant vortex and the multivortex state is of second order. There are saddle points of the free energy representing the surface barrier which has to be overcome for transition between the different vortex states. Due to the saddle state, the transition  $L \rightarrow L + 1$  does not necessarily coincide with the magnetic field  $H_{tr}$  where the ground state changes from  $L$  to  $L + 1$  state. For increasing applied field, the  $L$  state remains stable up to the penetration field  $H_p > H_{tr}$  and transits then to the  $L + 1$  state. For decreasing field, the  $L + 1$  state remains stable down to the expulsion field  $H_e < H_{tr}$ . With increasing size of the hole for fixed outer radius  $R_o$ , the superconductivity of the Meissner state, i. e., the  $L = 0$  state, is suppressed while that of the giant vortex state is enhanced, and the number of possible giant vortex state increases. In addition, an enhancement of surface superconductivity can increase the number of Cooper pair, lower the free energy, improve the critical temperature and the critical fields, and make more giant vortex states occur.

(2) We distinguish two situations, i. e.,  $R_i \ll R_o$  and  $R_i \lesssim R_o$ .

For  $R_i \ll R_o$ , the  $L > 0$  state consists of a combination of the paramagnetic and the diamagnetic Meissner effect, which corresponds to a coupled Meissner state. The direction of the supercurrent in the inner part of the ring is opposite to the outer part. On the other hand, for  $R_i \lesssim R_o$ , the  $L > 0$  state is a pure paramagnetic Meissner state or a pure diamagnetic Meissner state. The supercurrent flows in the whole ring in the same direction. In addition, the paramagnetic Meissner effect can occur in the ground state for a ring. (3) In  $H-T$  phase diagram, increasing temperature results in a decrease of the number of possible vortex state. For an enough high temperature, only  $L = 0$  state can exist. In addition, the Little-Parks oscillations in  $T_c$  curve occur for a narrow ring. (4) The charge distribution around vortex core induces an electrostatic field, which generates a spin-orbit term that leads to an additional geometric phase and provides possible interpretations for experimental observations of the fractional flux penetration.

The main properties of the vortex charge are listed as follows: (1) For the case of  $1/b = 0$ , the mesoscopic ring may present three kinds of charge distribution, that is, the N-P distribution (negative charges near the inner radius and positive charges near the outer radius), the N-P-N distribution (negative charges near both the inner and outer radius and positive charges in the middle part), and the P-N distribution (positive charges near the inner radius and

negative charges near the outer radius). Only P-N distribution occurs in the  $L = 0$  state. For a giant state, if the inner radius is smaller than a critical inner radius  $R_{i, cr}$ , the N-P and N-P-N distributions appear in turn with increasing the magnetic field. Specially, if the outer radius is sufficiently small, e. g.  $R_o/\xi < 1.44$ , a pure N-P or N-P-N distributions can appear in whole  $L$  state. When  $R_i > R_{i, cr}$ , the P-N distribution exists for a higher field. The P-N distribution and the N-P-N distribution correspond to the diamagnetic Meissner state and the coupled Meissner state, respectively. The N-P distribution corresponds to the paramagnetic Meissner state in a weak field and the coupled Meissner state in a strong field. When  $1/b = 0$ , in spite of different types of charge distribution, the sample as a whole remains electrically neutral. (2) The surface enhancement and suppression of superconductivity produce two new kinds of charge distribution, that is, the N and P distributions, which mean negative charges and positive charges in whole ring, respectively. When the ring is in contact with the materials having a same sign of  $b$  on each side, the sign of total charge is determined by the sign of  $b$ . A negative/positive value  $b$  implies superconductivity enhancing /depressing, and the superconductor is negatively/positively charged. For the cases of  $-1/b_i > 1/b_o > 0$  and  $1/b_i > -1/b_o > 0$ , the sign of total charge depends on the ring size, and the ring can be electronegative even if its

superconductivity is suppressed. At the situation of  $1/b_o > 1/b_i > 0$ , the superconducting state and the normal state cyclically appear as the field varies for a suitable size ring. As a consequence, the ring shows the electropositivity and the electroneutrality by turns with the field.

**Key words:** Mesoscopic superconductor, Vortex state, Vortex charge

# 目 录

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 第一章 绪论 .....                 | 1  |
| 1.1 概述 .....                 | 1  |
| 1.2 论文内容安排 .....             | 5  |
| 第二章 Ginzburg-Landau 理论 ..... | 6  |
| 2.1 研究对象 .....               | 6  |
| 2.2 理论模型 .....               | 7  |
| 第三章 涡旋态 .....                | 14 |
| 3.1 迈斯纳态和巨涡旋态 .....          | 14 |
| 3.2 自由能 .....                | 16 |
| 3.3 磁化强度 .....               | 18 |
| 3.4 库柏对密度和超导电流 .....         | 20 |
| 3.5 鞍点态 .....                | 25 |
| 3.6 多涡旋态 .....               | 28 |
| 3.7 $H-T$ 相图 .....           | 32 |
| 3.8 表面超导电性 .....             | 34 |
| 3.9 分数量子磁通 .....             | 38 |
| 第四章 涡旋电荷 .....               | 43 |
| 4.1 公式 .....                 | 43 |
| 4.2 电荷密度 .....               | 44 |
| 4.3 径向电荷变号位置 .....           | 47 |
| 4.4 $H-R_i$ 相图 .....         | 49 |



|                            |           |
|----------------------------|-----------|
| 4.5 涡旋半径 .....             | 50        |
| 4.6 外半径影响 .....            | 53        |
| 4.7 表面超导电性 .....           | 60        |
| 4.8 多涡旋态 .....             | 75        |
| <b>参考文献</b> .....          | <b>77</b> |
| <b>攻读博士学位期间发表的论文</b> ..... | <b>86</b> |
| <b>致谢</b> .....            | <b>88</b> |