全国普通高等教育“十二五”应用型人才培养重点规划教材

大学物理基础

DAXUE WULI JICHU

主编◎饶瑞昌

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

全国普通高等教育“十二五”应用型人才培养重点规划教材

大学物理基础

饶瑞昌　主编

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书根据教育部制定的《理工类非物理专业大学物理课程教学基本要求（2008）》，为适应高等学校应用型本科教学需要而编写。

全书包含力学、热学、电磁学、波动学和近代物理学，在保证知识系统性和科学性的同时，对基本概念、基本理论的阐述清楚详细，说理透彻，易读易懂，便于掌握，参考授课学时数为90学时左右。

本书可作为独立学院理工类各专业的大学物理课程教材，也可供少学时的本科理工类各专业的读者使用。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理基础 / 饶瑞昌主编．—北京：北京理工大学出版社，2011.10

ISBN 978-7-5640-5166-2

Ⅰ.①大…　Ⅱ.①饶…　Ⅲ.①物理学-高等学校-教材　Ⅳ.①O4

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第196593号

出版发行 / 北京理工大学出版社
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编 / 100081
电　　话 / (010)68914775(办公室)　68944990(批销中心)　68911084(读者服务部)
网　　址 / http://www.bitpress.com.cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 北京市通州富达印刷厂
开　　本 / 787毫米×1092毫米　1/16
印　　张 / 19.5
字　　数 / 456千字
版　　次 / 2011年10月第1版　2011年10月第1次印刷　　责任编辑 / 钟　博
印　　数 / 1～4000册　　责任校对 / 周瑞红
定　　价 / 39.80元　　责任印制 / 王美丽

前　言

随着我国高等教育改革的逐步深入，各类独立学院如雨后春笋般相继成立，它是一种新的办学模式，其生源既不同于一本、二本院校，又不同于高职院校。为适应独立学院应用型人才培养对大学物理教学的需要，我们编写了这本教材。本教材力图体现以下几方面的要求：

1. 体系完整，重点突出

本教材紧扣高等院校非物理专业大学物理课程教学基本要求，在以经典内容为主体构建全书框架的同时，在结构和内容的安排上力求具有较强的逻辑性，从而给学生一个完整的知识体系框架和一个清晰的脉络层次。本教材包括五篇十三章，其内容为：

第一篇：力学（第一、二、三章）——研究物体的机械运动及规律。

第二篇：热学（第四、五章）——研究物质热现象的性质和变化规律。

第三篇：电磁学（第六、七、八章）——研究电磁学的运动和电磁相互作用的规律。

第四篇：波动学（第九、十、十一章）——研究宏观领域的波动规律。

第五篇：近代物理学（第十二、十三章）——研究高速运动的时空观和微观粒子的内部结构及相互作用规律。

2. 提高起点，避免重复

微积分的应用是大学物理与中学物理的主要区别，为避免和中学物理重复，适当提高了起点，让学生自始至终使用微积分的处理方法。因此，本书的例题几乎均要用到一定的微积分知识，并保留了必要的中间步骤，以便学生易于读懂，习题中的大部分也要应用一定的微积分知识。

3. 通俗易懂，好教好学

针对应用型本科学生的基础和学习的特点，在教材编写上采用多形象分析，少抽象推演，多用通俗易懂的语言描述，少用深奥晦涩的术语论证的最优化方案，对教学内容作了深入浅出、详略得当、重点突出的介绍，加强了对物理概念、物理思想和物理图像的论述，删减了一些应用型大学生不需要的繁复的数学推导，以利于学生加深对基本内容的理解，切实体会大学物理的实用性。

本书由饶瑞昌主编。参加本书编写的还有：饶黄云、潘琳、李群、何娟美、王爱星、吕波、李迎、彭凤梅、尧莉等。在编写过程中，我们广泛参考了国内新近出版的大学物理教材及其他相关书籍和文献，在此不一一列出。对相关的作者致以深深的谢意。

本书系东华理工大学重点资助教材。在本书的编写出版过程中，东华理工大学长江学院给予了大力的支持，兄弟院校的同仁们提出了中肯的意见，北京理工大学出版社提供了多方的帮助，在此一并表示衷心的感谢。

编写适合应用型本科学生的教材，是教学改革的一种尝试，尽管编者努力追求尽善尽美，但由于水平有限，教材中难免有错误之处，敬请读者批评指正。

编　者

目　　录

第一篇　力学

第二篇　热学

第三篇 电磁学

第四篇 波动学

第五篇 近代物理学

第一篇

力　　学

第一章

质点运动学

力学分为运动学和动力学，运动学研究物体运动随时间的变化，其主要任务仅限于研究物体运动变化的规律，而不涉及它们变化的原因。

本章讨论质点运动的描述，并通过描述质点运动的物理量来反映物体运动的规律。

§1.1 参照系与坐标系

一、质点

任何物体都有一定的形状、大小和内部结构，一般情况下，物体各点的运动状态各不相同，而且物体大小和形状也可能变化。如果物体的大小和形状在我们研究问题中不起作用，或者所起的作用很小且可以忽略不计时，我们就近似地把该物体看做一个具有质量而没有大小和形状的几何点，称为质点。

质点是经过科学抽象形成的概念，把物体当做质点是有条件的、相对的，而不是任意的、绝对的。在如下情况下可以把物体当做质点处理：

当物体做平动时，可将物体看做质点，因为物体平动时，物体上各点的运动情况完全相同，任意一个点的运动都代表了整个物体的平动。

当物体的线度远小于它运动的空间范围时，可将物体看做质点。例如，在研究地球这个庞大物体绕太阳公转时，由于地球与太阳的平均距离(约为 1.5×10^8 km)比地球的半径(约 6.37×10^3 km)大得多，地球上各点相对于太阳的运动可以看做是相同的，所以在研究地球公转时，就可以把地球当做质点。但是，在研究地球本身的自转时，地球上各点的运动情况就大不相同，这时就不能再把地球当做质点了。

必须指出：质点实际上是不存在的，它只是为了研究问题的方便抽象出来的一种理想模型，是实际物体在一定条件下的抽象。这种在一定条件下把研究对象抽象化、理想化为某种模型的研究方法在物理中经常使用。因为这样做可使许多复杂问题简化，抓住主要矛盾，忽略次要因素，找出其中规律。

大学物理学中常见的理想模型主要有质点、刚体、弹性体、理想气体、弹簧振子、点电荷、薄透镜、点光源、绝对黑体等。它们都是基于同样的道理而建立起来的。

当物体在所研究的问题中不能视为质点时，可把物体看做是由许多个质点组成的。这许多个质点的集合称为质点系。通过分析质点系的运动，就可以弄清楚整个物体的运动。所以，研究质点的运动是研究物体运动的基础。

二、参照系

宇宙中的任何物体都处于不停的运动中，大到星系，小到原子、电子，无一不在运动，但描述物体的运动总是相对于其他物体而言的。例如，观察行驶着的火车的位置变化，通常以地面某一物体(如电线杆)作为参考，并把它看成不动的。同样，观察河水的流动，也是以某一个我们认为是不动的物体(如桥墩)为参考来判别的。所以，在观察一个物体的位置以及它的位置变化时，总要选取其他物体来做参考，这个被选为描述物体运动的参考物体(或物体系)叫做参照系。然而选取不同的参照系，对物体运动情况的描述是不同的。例如，在一平稳行驶的轮船中，以轮船为参照系，静坐的乘客相对于船是静止不动的，以地面为参照系，它相对于地面的某一物体的位置却不断变化。可见，相对于不同的参照系(轮船或地面)，物体运动的情况是不同的，这一事实称为运动描述的相对性。因此，在讲述物体运动情况时，必须指明是对什么参照系而言的。

在运动学中，参照系的选择是任意的，主要根据问题的性质和研究问题的方便来定，在讨论地面上物体的运动时，通常选地面或相对地面静止的物体作参照系，而在描述太阳系中行星的运动时，则通常选太阳作参照系。

三、坐标系

在选定参照系以后，为了定量地描述物体的位置和位置随时间的变化，必须在参照系上建立一个坐标系，当物体沿直线运动时，可选取一坐标原点，以原点 O 作一坐标轴 Ox，如图 1－1 所示，物体所在位置 P，就由它距原点 O 的距离，即坐标 $x=OP$ 来确定，这种坐标系叫做直线坐标系。

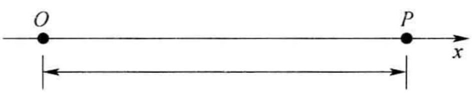

图 1－1

当物体在平面上运动时，可选取一坐标原点 O，通过原点 O 作一坐标轴 Ox，再通过原点 O 作一与 Ox 轴相垂直的 Oy 轴，如图 1－2 所示，这样，物体的位置 P 可由它的 Ox 轴和 Oy 轴上的投影点到 O 点距离，即坐标 x 和 y 来确定，这种坐标系叫做平面直角坐标系。

当物体在空间运动时，可选取一坐标原点 O，通过原点 O 作三条相互垂直的 Ox 轴、Oy 轴和 Oz 轴，如图 1－3 所示，这样，物体的位置可由它的 Ox 轴、Oy 轴和 Oz 轴上的投影点到 O 点的距离，即坐标 x、y 和 z 来确定，这种坐标系叫做空间直角坐标系。

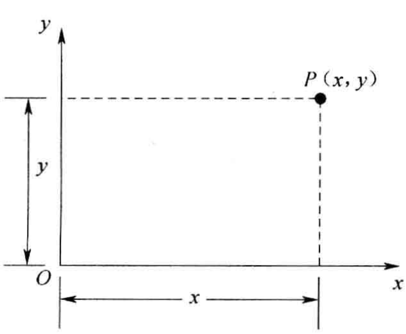

图 1－2

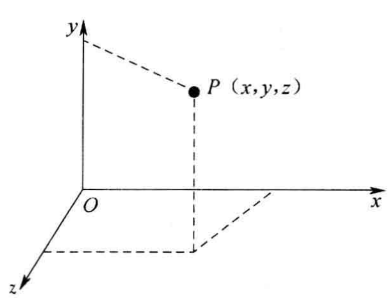

图 1－3

四、国际单位制

物理量是多种多样的，通常在众多的物理量中选取一组彼此独立的物理量作为基本量，

其单位作为基本单位，而其他的物理量则根据定义或定律由基本量导出，叫做导出量，它们的单位就叫导出单位。

由于各国使用的单位制种类很多，给国际科学技术交流带来很大不便，为此，1960 年第十一届国际计量大会通过了国际单位制(缩写为 SI)。我国的法定计量单位即以国际单位制为基础。

国际单位制选取七个物理量：长度、质量、时间、电流、热力学温度、物质的量、发光强度作为基本量，这七个基本量的基本单位相应为 m(米)、kg(千克)、s(秒)、A(安培)、K(开尔文)、mol(摩尔)和 cd(坎德拉)。

§1.2 描述质点运动的物理量

一、位置矢量

位置矢量是描述质点位置的物理量。如图 1－4 所示，质点在某一时刻的位置可由平面直角坐标系的两个坐标 x、y 确定，也可以从坐标原点 O 向质点所在位置 P 作有向线段$\boldsymbol{OP}=\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{r}$ 称为质点的位置矢量，由于 $\boldsymbol{r}$ 与坐标 x、y 有一一对应关系，若令 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 分别表示沿 x、y 轴正方向的单位矢量，在平面直角坐标系中，位置矢量可写成

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} \tag{1-1}$$

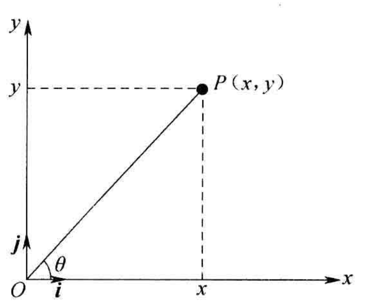

图 1－4

位置矢量的大小为

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{1-2a}$$

位置矢量的方向由 $\boldsymbol{r}$ 与 x 轴正向夹角 θ 表示为

$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \tag{1-2b}$$

二、位移

位移是描述初始时刻和终止时刻质点位置变动大小和方向的物理量。如图 1－5 所示，质点沿图中曲线运动，t 时刻位于 A 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_A$，$t+\Delta t$ 时刻到达 B 点，位量矢量为 $\boldsymbol{r}_B$，我们将由 A 点指向 B 点的有向线段称为位移，以 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示。位移是矢量，其大小等于由 A 点指向 B 点的直线距离，其方向为由 A 点指向 B 点的方向。在平面直角坐标系中，位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 可写成

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r} &= \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A = (x_B\boldsymbol{i} + y_B\boldsymbol{j}) - (x_A\boldsymbol{i} + y_A\boldsymbol{j}) \\ &= (x_B - x_A)\boldsymbol{i} + (y_B - y_A)\boldsymbol{j} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j}\end{aligned} \tag{1-3}$$

位移的大小为

$$|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \tag{1-4a}$$

位移的方向由 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与 x 轴正向夹角 θ 表示，即

$$\theta = \arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) \tag{1-4b}$$

当 $\Delta t \to 0$ 时，位移应用微分形式 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 来表示。

必须指出，位移只给出质点在一段时间内位置变动的结果，但并未给出质点是沿什么路径由起点运动到终点，因此一定要认清质点在一段时间内的位移和所经过的路程的区别。路程是质点所经历的实际路径的长度。在图 1－5 中，位移是有向线段$\overrightarrow{AB}$，是矢量，它的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$即割线的长度；路程是标量，即曲线弧$\overset{\frown}{AB}$的长度，记为ΔS。一般情况下，ΔS和$|\Delta \boldsymbol{r}|$并不相等，仅在$\Delta t \to 0$时，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}S$。即使在直线运动中，位移和路程也是截然不同的两个概念，例如：某质点沿直线从A点到B点，又返回A点，显然该质点经过的路程等于A、B之间距离的两倍，而位移却为零。

此外，$|\Delta \boldsymbol{r}|$与Δr也不相同，前者代表位移的大小，后者表示位置矢量大小的增量，由图 1－5 可以看出，$|\Delta \boldsymbol{r}| = \overline{AB}$，取$\overline{OC} = \overline{AB}$，则$\Delta r = \overline{CB}$，显然，$|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta r$，即使当$\Delta t \to 0$时，仍有$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| \neq \mathrm{d}r$。

在国际单位制中，位置矢量、位移和路程的单位都是 m(米)。

三、速度

速度是描述质点运动快慢和方向的物理量，如图 1－6 所示，若质点在t时刻位于A点，$t+\Delta t$时刻位于B点，则在Δt时间内，质点的位移为$\Delta \boldsymbol{r}$，我们定义质点的平均速度为其位移$\Delta \boldsymbol{r}$与所经历的时间Δt之比，即

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-5}$$

平均速度是矢量，其大小为$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \dfrac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}$，其方向与$\Delta \boldsymbol{r}$的方向相同。

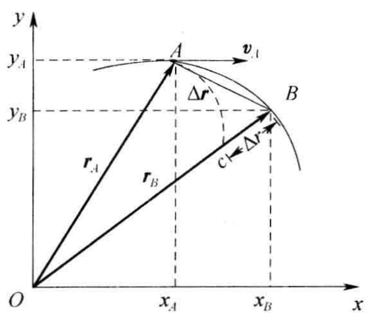

图 1－5

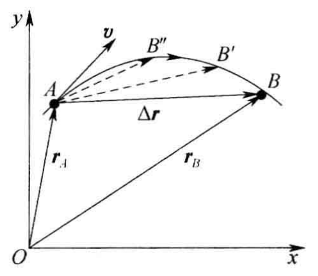

图 1－6

质点所经过的路程与完成这一路程所用时间之比$\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$称为质点在该段时间内的平均速率，用

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-6}$$

来表示。由于位移的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$与路程的长短Δs一般不等，故平均速度的大小与平均速率一般并不相等，仅在不变向的直线运动中，两者才有相同的数值。

平均速度只能粗略地描述一段时间内的运动情况，并不能反映出质点在某一时刻或某一位置的运动情况。那么，如何精确地描述质点在某一时刻或某一位置的运动呢？

仍以图 1－6 所示的质点运动为例，若B点比较接近于A点时，位移$\Delta \boldsymbol{r}$较小，相应地所用的时间Δt也较短，此时A、B两点间的平均速度就能比较精确地反映质点在A点的运

动情况。时间 Δt 取得越短，就越能反映 A 点的真实运动。当 Δt 趋近于零时，$\Delta\boldsymbol{r}$ 也趋近于零，但是，这时$\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$却趋近于某一极限值，即在 Δt 时间内的平均速度也就趋近于 A 点的真实速度，这个速度叫做 A 点的瞬时速度，用$\boldsymbol{v}$表示，则有

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-7}$$

上式表明，质点在某一时刻(或某一位置)的瞬时速度等于该质点的位置矢量对时间的一阶导数。瞬时速度又叫即时速度，简称速度。

速度是一个矢量，其方向是当 Δt 趋近于零时的极限方向，由图 1-6 可知，质点在点 A 的速度方向，是沿着轨道上点 A 的切线指向质点前进的方向。在平面直角坐标系中，

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j} \tag{1-8a}$$

它的两个分量为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\qquad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \tag{1-8b}$$

速度的大小为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2} \tag{1-9a}$$

速度的方向由$\boldsymbol{v}$与 x 轴正向夹角 θ 表示，即

$$\theta=\arctan\frac{v_y}{v_x} \tag{1-9b}$$

平均速率的极限值称为瞬时速率，简称速率，用 v 表示，即

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

式(1-10)表明，瞬时速率等于路程对时间的一阶导数，瞬时速率也是标量，由于 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，所以瞬时速度的大小一定等于瞬时速率。

在国际单位制中，速度和速率的单位均为 m/s(米/秒)。

四、加速度

加速度是描写质点运动速度变化快慢的物理量。如图 1-7 所示，质点在 t 时刻位于 A 点时速度为$\boldsymbol{v}_A$，在 $t+\Delta t$ 时刻在到达 B 点时速度为$\boldsymbol{v}_B$，速度的增量 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A$，我们定义平均加速度为速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$与产生该增量所需的时间 Δt 之比，即

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-11}$$

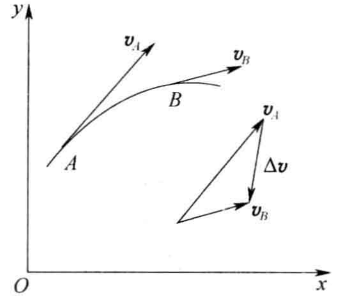

图 1-7

平均加速度 $\boldsymbol{a}$ 是矢量。平均加速度的大小表示在确定时间内质点运动速度改变的快慢程度，它的方向就是质点速度增量的方向。平均加速度仅反映了一段时间内速度的变化程度，仍然不能把这段时间内各个时刻速度变化的情况精确地表达出来。为了精确反映速度变化的情况，只有将时间 Δt 取得足够小，相应地时间 Δt 内的速度变化量 $\Delta\boldsymbol{v}$也很小，这样，当 Δt 趋近于零时，$\Delta\boldsymbol{v}$也趋近于零，但是，这时 $\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$ 却趋近于某一极限值，这个极限值就叫做时刻 t 的瞬时加速度，用 $\boldsymbol{a}$ 表示，则有

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-12}$$

上式表明，质点在某一时刻或某一位置的瞬时加速度，等于速度对时间的一阶导数，或者位置矢量对时间的二阶导数。瞬时加速度又叫即时加速度，简称加速度。

加速度是矢量，它的方向是当 Δt 趋近于零时速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$的极限方向，$\Delta \boldsymbol{v}$的极限方向一般与$\boldsymbol{v}$的方向不同，所以加速度的方向与同一时刻速度的方向一般不相一致，在曲线运动中加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向总是指向曲线凹的一侧。

在平面直角坐标系中，加速度矢量可表示为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} \tag{1-13a}$$

它的两个分量为

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}, \qquad a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-13b}$$

加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \tag{1-14a}$$

加速度的方向由 $\boldsymbol{a}$ 与 x 轴正向夹角 θ 表示，即

$$\theta = \arctan\frac{a_y}{a_x} \tag{1-14b}$$

在国际单位制中，加速度的单位为 $\mathrm{m/s^2}$（米/秒^2）。

五、运动方程

质点的位置矢量随时间变化的过程就是质点的运动过程，我们把位置矢量与时间的函数关系称为质点的运动方程，即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1-15a}$$

上式在平面直角坐标系中的两个分量式是

$$x = x(t), \qquad y = y(t) \tag{1-15b}$$

如果从运动方程的分量式消去参数 t，就得到质点的轨道方程，它表示质点运动时所经历的路径。

§1.3 质点运动学的两类基本问题

在实际问题中，对于一般的质点运动学问题，可以归纳成如下两类基本问题。

第一类问题：已知质点的运动方程，求速度和加速度。对这类问题只需将已知的$\boldsymbol{r}(t)$函数对时间 t 求导即可求解。

[例 1-1] 一质点在 xOy 平面内运动，运动方程为

$$x = 2t, \qquad y = 19 - 2t^2 \qquad \text{(SI)}$$

(1) 计算并图示质点的运动轨道。

(2) 写出 $t=1$ s 时刻和 $t=2$ s 时刻质点的位置矢量，并计算这 1 s 内质点的平均速度。

(3) 计算 1 s 末和 2 s 末质点的速度和加速度。

(4) 在什么时刻，质点的位置矢量与其速度矢量恰好垂直？这时，它们的 x、y 分量各为多少？

(5) 在什么时刻，质点离原点最近？算出这一距离。

(6) 在运动方程中，使时间 t 取负值，所得结果如何解释？

解 (1) 从运动方程消去时间 t 得轨道方程

$$y=19-\frac{1}{2}x^2(x>0)$$

运动轨道为一抛物线，如图 1－8 所示。

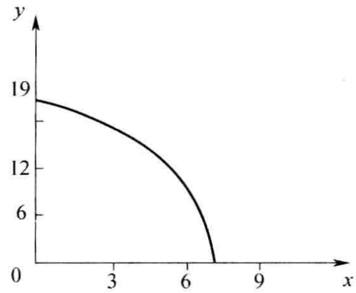

图 1－8

(2) 由质点方程，可知它的位置矢量为

$$\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}$$

当 $t=1$ s， $\boldsymbol{r}_1=2\boldsymbol{i}+17\boldsymbol{j}$

当 $t=2$ s， $\boldsymbol{r}_2=4\boldsymbol{i}+11\boldsymbol{j}$

$$\boldsymbol{v}=\frac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1}{\Delta t}=\frac{(4\boldsymbol{i}+11\boldsymbol{j})-(2\boldsymbol{i}+17\boldsymbol{j})}{2-1}=2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}$$

(3) $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$， $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-4\boldsymbol{j}$

当 $t=1$ s， $\boldsymbol{v}_1=2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$ $\boldsymbol{a}_1=-4\boldsymbol{j}$(沿负 y 方向)

当 $t=2$ s， $\boldsymbol{v}_2=2\boldsymbol{i}-8\boldsymbol{j}$ $\boldsymbol{a}_2=-4\boldsymbol{j}$(沿负 y 方向)

(4) 当位置矢量与速度矢量垂直时，$\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{v}=0$，故：

$$[2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}]\cdot(2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j})=0$$

得

$$4t-4t(19-2t^2)=0$$

解得：$t_1=0$， $t_2=3$ s

当 $$t_1=0, x_1=0, y_1=19\ \mathrm{m}, v_{x_1}=2\ \mathrm{m/s}, v_{y_1}=0$$

当 $$t_2=3\ \mathrm{s}, x_2=6\ \mathrm{m}, y_2=1\ \mathrm{m}, v_{x_2}=2\ \mathrm{m/s}, v_{y_2}=-12\ \mathrm{m/s}$$

(5) $r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2t)^2+(19-2t^2)^2}$

当 r 取极值时应有

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$$

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{(2t)^2+(19-2t^2)^2}=\frac{4(t^2-9)}{\sqrt{4t^4-72t^2+19^2}}=0$$

$$t=\pm 3\ \mathrm{s}$$

当 $t=3$ s，$\dfrac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}>0$，所以得质点离原点最近距离

$$r_{\min}=\sqrt{(2\times 3)^2+(12-2\times 3^2)}=6.08(\mathrm{m})$$

(6) t 取负值表示开始观察之前的时刻，若物体运动规律不变，将 $-t$ 代入方程，所得 x、y 值则表示在观察开始之前的 t 时刻质点应在的位置坐标。

第二类问题： 已知质点的加速度(或速度)及初始条件($t=0$ 时的速度和位置矢量)，求运动方程。对于这类问题，可通过积分运算求解。

[例 1－2] 一质点具有恒定加速度 $\boldsymbol{a}=6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$，在 $t=0$ 时，$\boldsymbol{r}_0=10\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{v}_0=0$，求：

(1) 任意时刻的速度和位置矢量。

(2) 质点为 xOy 平面上的轨道方程。

解 该题属于质点运动学的第二类问题，已知加速度 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t)$ 及初始条件，求速度及运