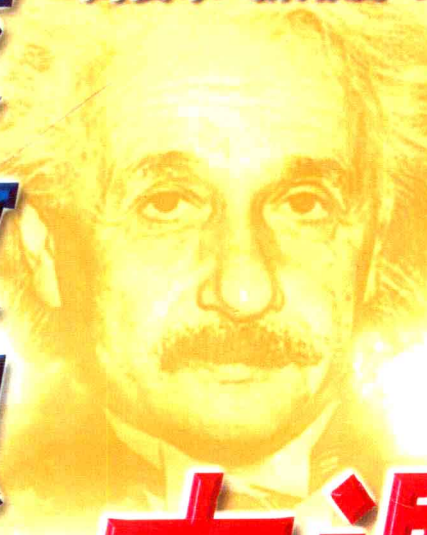


发散思维

高要求 新角度 大视野 广思路



大课堂

丛书主编 希扬

立体几何

高中

同步最新教材

导引思维发散

点燃智慧火花

培养创新能力

本书主编 源流



龍門書局



发载展维大课堂 (修订版)



高中立体几何

源 流 主 编

源 流 陈明铸 齐 健
叶畋田 陈民胜 郭莉君 编 著

龍 門 書 局

2000

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010) 64034160(打假办)

发散思维大课堂(修订版)

高中立体几何

源 流 主 编

责任编辑 张启男 刘四旦

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

北京二二〇七工厂印刷

科学出版社总发行

各地书店经销

*

1999年6月第 一 版 开本：850×1168 1/32

2000年6月修 订 版 印张：13 3/8

2000年8月第六次印刷 字数：416 000

印数：128 001—138 000

ISBN 7-80111-640-2/G · 555

定 价：14.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前言

发散思维即求异思维,它从一点出发沿着多方向达到思维目标。用图表示,它就是从一点出发向知识网络空间发出的一束射线,使之与两个或多个知识点之间形成联系。它包含横向思维、逆向思维及多向思维。发散思维具有多向性、变通性、流畅性、独特性的特点,即思考问题时注重多思路、多方案,解决问题时注重多途径、多方式。它对同一个问题,从不同的方向、不同的侧面、不同的层次,横向拓展,逆向深入,采用探索、转化、变换、迁移、构造、变形、组合、分解等手法,开启学生心扉,激发学生潜能,提高学生素质,这对造就创造性人才至关重要。

本套丛书力求贴近整个教学环节,立足于培养学生的创造思维能力,增强学生思维的灵活性、拓展性,以便提高学生解决实际问题的能力。为此,我们紧密联系学生学习实际,全面深入反映近年来特别是1999年的全国高考、各省市中考的试题。紧扣教学大纲和现行教材,从初一到高二,按现行教材同步到每个章节或单元。高三作为高考总复习,综合了高中三个年级的内容,以“决胜高考”的形式推出。初一至高二每章(或每单元)均由以下六个部分组成。

基本目标要求 使学生学会运用目标管理的方法,掌握学习重点和方向,做到有的放矢,学习每章(或每单元)可达到预期的学习目的和效果。

基础知识导引 高度概括每章(或每单元)的内在知识体系,精辟分析高、中考的知识点。

重点难点点拨 以画龙点睛之笔突出重点、难点,以此作为展开发散思维的主线。

发散思维导练 是本套丛书的主体结构,它分为以下两部分:

发散思维分析 从知识点、重点、难点出发,分析本章(或本单元)的知识内容、相互关系,并运用发散思维方法揭示思维规律,突出解题规律,以达到融会贯通的目的。

发散思维应用 精选典型例题,通过重点问题的多角度、多侧面、多层次的发散思维,透析、培养学生概念辨析、综合概括、转化变换、思维迁移、逆向运用、实验设计、书写表达、多解多变的全方位能力。

巩固基础训练 提高能力测试 可以帮助学生借此检验课堂学习效果；同时家长可借此考查学生对课本各章节知识的掌握程度。

在每册书后面另附三套“发散思维综合能力测试题”，以供学生针对高、中考试题进行综合训练。为配合二省一市教材在全国的推广使用，今年还增编了高一数学、物理、化学、语文(通用)等学科版本。同时推出高三总复习内容，每章(或单元)由**考点精析 三基导引 范例研展 反馈测试**等栏目组成。并附1999年高考和2000年春季招生统一考试试题(理工农医类)及模拟试卷。

本书用到如下各种发散思维：

题型发散 是将典型问题，变换其题型的一种发散思维。

解法发散 是通过一题多法、多题一法进行变通训练的发散思维。

纵横发散 是通过两个或多个发散点间的联系以及发散点与其它知识点间的联系，借助例题形成发散思维。

转化发散 是通过保持原命题的实质而变换其形式的一种发散思维。

迁移发散 是利用数学公式、图形在不同学科中的不同含义与等价形式，把一个学科中的公式、定理、原则和方法，巧妙地迁移到另一个学科中，达到化难为易目的。

构造发散 是通过逻辑思维和丰富的联想，恰当地构造出某些元素，使原有元素变成新元素，或变成新元素之间的一种新的组合形式。

分解发散 是把一个复杂命题分解成一些单纯命题，并逐个加以分析和解决的发散思维。

逆向发散 是由目标至条件的定向思考的一种发散思维。

阶梯发散 是解题能力或方法逐步深入的一种发散思维。

创造发散 是克服思维定势，不按常规思维解决问题的一种发散思维。

综合发散 是通过教材各章发散点之间的联系，一个学科与其它学科之间的联系综合思考的一种发散思维。

总之，本套丛书由浅入深，精析多练，学练结合，阶梯训练，逐步提高，并揭示中、高考的测试规律，使学生的复习与应试实际更贴近，从而提高学生灵活运用知识，增强迁移应变能力和创造性思维能力。

由于本套丛书编写时间紧迫和编者水平所限，不妥之处，祈望读者不吝赐教。

源 流

2000年2月

打开思维宝库 提高创新能力

——《发散思维大课堂》修订版序

《发散思维大课堂》修订版，以全新的姿态呈现于读者面前。“全新”的特点表现在三个方面：

其一，原版丛书只有初一到高二各科；修订版则增加了高三与高考总复习的内容，突出了“大课堂”的“大”，使本套丛书更显整体化与系统化。高三总复习部分是既能与原丛书配套成龙，又能独立成书的一部应试宝典。

其二，原版丛书根据统编教材编写，修订版除上述外，又根据十省市教材增编了高一的数、理、化、语文（统用）等学科版本，使“大课堂”双轨化与完美化，能让更多的读者嗅到它的书香。

其三，修订版对原版的部分内容作了增删，对教材的讲授更精、更实用；对训练题的设计更新、更得当，突出了“知识转化能力”的特色，强化了对素质的培养。

阅读《发散思维大课堂》修订版，将更能拓展你的视野，塑造你的慧心和灵气。它会引导你将知识由课内“发散”到课外，由死知识“发散”为活知识；它还能激发你动脑探索知识的兴趣，打开思维宝库，提高创新能力。

希 扬

2000年3月

《发散思维大课堂》丛书

编 委 会

主 编：希 扬

副主编：源 流

编 委：孙济占 张功俭

王兴桃 陆仁章

丁赉禧 宋 力

贾振辛

启动发散思维 挖掘深层智能

——《发散思维大课堂》序

《发散思维大课堂》是我们奉献给广大读者的涵盖中学主要课程且与现行教材同步的素质教育辅导丛书。培养和造就无数有慧心、有灵气、会学习、能创新的人才，是我们教育和出版工作者的神圣使命；而引导中学生学会科学思维的方法，借以挖掘自身潜能，提高学习质量、效率和整体素质，是我们研究的重大课题。

思维是人类特有的一种脑力活动。孔子说“学而不思则罔”。“罔”即迷惑而无所所得。意思是说，只读书而不思考，就等于没有读书。哲学家哥德也曾风趣地说：“经验丰富的人读书用两只眼睛。一只眼睛看到纸面上的话，另一只眼睛看到纸背面的话。”“纸背面的话”就是指思维，指要思要想，要多思多想。这些至理名言深刻地揭示了思维与学习的辩证关系。

发散思维，即求异思维。它包括横向思维、逆向思维及多向思维。它要求你放开眼界，对已知信息进行分析、综合，并科学加工，从而收到“一个信息输入，多个信息产出”的功效。它的特色，表现在思维活动的多向性；它的功能，表现为可以开启心扉，震撼心灵，挖掘深层信息，架设起由已知，经可知，达未知的桥梁，创造出新的思路和解法；它的操作，要求从一点出发，向四周辐射，“心骛八极，思接千载”，从而编织起信息网络，达到思维的预想目标。

近年来，笔者发现一些具有远见卓识的学者、教师、出版家，已将“发散思维”引入中学课堂，取得可喜成果。师生们称赞说，运用发散思维“进行思维与灵魂的对话”，使我们深深体味到了“纸上

得来终觉浅，心中悟出方知深”的真谛；不仅开阔了视野，而且取得了举一反三、触类旁通的效果。

鉴于发散思维的良好效应，我们特邀了对这方面有建树的老师，将这种创新思维运用到语文、英语、数学、物理、化学等教学之中，并精心设计出学生易于接受的独具特色的这套素质教育丛书。

这套丛书具有显著的四大特点，每一个特点都体现创新意识。

1. **高标准** 指在如林的教辅读物中，它博采众家之长，自成体系。它不仅传播知识信息，更着重进行科学思维与方法的点拨，能促使学生学会思考，学会分析，学会应用。

2. **新角度** 指它在中学主要课程中对教材的处理和试题的设计运用了发散思维，对重点难点的点拨与导练，呈现出新的模式和跨越，蕴涵着对学生智能的深层开发。

3. **大视野** 指丛书眼界开阔，立足课内，向课外拓展，知识面宽，信息量大，涵盖率高；且以人才开发为动力，坚持“一切为了学生，为了一切学生”的原则；体现了智力开发的针对性与具体操作的实用性。

4. **广思路** 指引导学生从多角度思考和切入问题，并向纵深发展。它不仅探索了多种信息的深邃内涵，也着力探索了信息的广阔外延；力图培养与规范学生驾驭信息的能力，激发他们去寻找自己新的增长点。

好书凭借力，送君上青云。古人说，“君子爱人，必教之以其方”。这套丛书会教你：“博学之，审问之，慎思之，明辨之，笃学之。”尤其能助你学会思考！

寸有所长，尺有所短。发散思维教学毕竟是近年来在教学百花园中出现的新事物，目前尚难尽善尽美。万望朋友们不吝赐教。

希 扬

1999年3月

目 录

第一章 直线和平面	1
基本目标要求.....	1
基础知识导引.....	1
重点难点点拨.....	8
发散思维导练	15
★ 发散思维分析	15
★ 发散思维应用	16
(一) 共面、共线、共点问题	16
(二) 异面直线问题	34
(三) 平行、垂直关系问题	59
(四) 距离和角的问题.....	105
巩固基础训练.....	149
提高能力测试.....	162
第二章 多面体和旋转体	176
基本目标要求.....	176
基础知识导引.....	176
重点难点点拨.....	179
发散思维导练.....	183
★ 发散思维分析	183
★ 发散思维应用	184
(一) 多面体.....	184
(二) 旋转体.....	230
(三) 多面体、旋转体的体积.....	253
巩固基础训练.....	317

提高能力测试.....	328
发散思维综合能力测试题（一）.....	338
发散思维综合能力测试题（二）.....	342
发散思维综合能力测试题（三）.....	346
参考答案.....	349

第一章 直线和平面

基本目标要求

- 一、掌握平面的概念及平面的性质.
- 二、掌握空间两直线的位置关系与异面直线的定义及异面直线所成角的定义.
- 三、熟练掌握线面平行和垂直关系的判定定理和性质定理.
- 四、熟练掌握三垂线定理及逆定理.
- 五、深刻理解两平面平行、垂直及二面角,二面角的平面角的概念.
- 六、准确掌握面面平行,面面垂直的判定定理和性质定理.
- 七、能够画出空间两条直线,两个平面、直线和平面的各种位置关系的图形,能根据图形想像它们的位置关系.

基础知识导引

一、平面

1. 平面的概念

“平面”是一个只描述而不定义的最基本的原始概念,对这一概念应理解三点:

- (1)“平面”是平的;
- (2)“平面”无厚度;
- (3)“平面”可以向四面八方无限延伸(与一条直线可以向两端无限延伸一样),因此,平面是无边界的.

2. 平面的表示

平面通常用一个平行四边形来表示,对水平位置的平面,一般是画一个锐角为 45° 、横边为邻边 2 倍的平行四边形来表示,这个平行四边形是表示它所在的整个平面,如图 1-1(a). 在画铅垂平面时,要有一组对边为铅垂线,如图 1-1(b). 画两相交平面时,一定要画出它们的交线,如图 1-1(c)、(d). 此时应注意,当一个平面的一部分被另一个平面遮住时,应把被遮住部分的线段画成虚线或不画,以加强立体感.

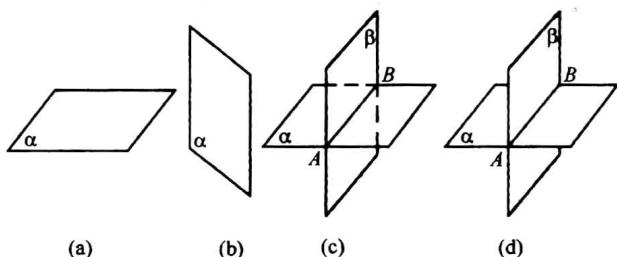


图 1-1

3. 平面的基本性质

(1) 判定直线在平面内的依据：

公理 1 如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线上所有的点都在这个平面内。

(2) 判定两平面有交线及交线位置的依据：

公理 2 如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条通过这个点的公共直线。

在确定平面截多面体所得截面形状时，常常利用这个公理。

(3) 确定平面的条件：

公理 3 不共线的三点确定一个平面。

推论 1 直线和这条直线外一点确定一个平面。

推论 2 两条相交直线确定一个平面。

推论 3 两条平行直线确定一个平面。

(4) 确定两直线平行的条件：

公理 4(三线平行公理) 平行于同一条直线的两条直线互相平行。

二、直线与直线(简称线线)、直线与平面(简称线面)、平面与平面(简称面面)的位置关系

1. 位置关系

(1) 线线：

共面直线	{	相交直线——有且只有一个公共点；
		平行直线
	} 无公共点。	
异面直线		

(2) 线面：

直线在平面内

} 有 ~~无数~~
一个 公共点;

直线在平面外 { 直线和平面相交
直线和平面平行——无公共点.

(3) 面面:

两平面平行——没有公共点的两个平面互相平行;

两平面相交——有一条公共直线.

2. 两条直线平行的判定法

(1) 在同一平面内, 没有公共点.

(2) 平行于同一条直线的两条直线互相平行.

(3) 如果一条直线和一个平面平行, 经过这条直线的平面和这个平面相交, 那么这条直线就和交线平行.

(4) 如果两条直线同垂直于一个平面, 那么这两条直线平行.

(5) 如果两个平行平面同时和第三个平面相交, 那么它们的交线平行.

(6) 三个平面两两相交于三条直线, 如果其中两条平行, 那么第三条也和它们平行.

3. 两条直线垂直的判定法

(1) 一条直线垂直于一个平面, 则必和平面内的任何一条直线垂直.

(2) 如果一条直线和两条平行直线中的一条垂直, 那么也和另一条垂直.

(3) 如果一条直线平行于一个平面, 那么这个平面的任何垂线都和这条直线垂直.

(4) 三垂线定理: 在平面内的一条直线, 如果和这个平面的一条斜线的射影垂直, 那么它也和这条斜线垂直.

(5) 三垂线定理的逆定理: 在平面内的一条直线, 如果和这个平面的一条斜线垂直, 那么它也和这条斜线的射影垂直.

4. 直线和平面平行的判定法

(1) 如果一条直线和一个平面没有公共点, 那么这条直线和这个平面平行.

(2) 如果平面外的一条直线和这个平面内的一条直线平行, 那么这条直线和这个平面平行.

(3) 如果平面外的两条平行线中有一条和平面平行, 那么另一条也和这个平面平行.

(4) 如果两个平面平行, 那么一个平面内的任何一条直线都平行于另一

平面.

(5)一个平面和不在这平面内的一条直线都垂直于另一个平面,那么这条直线平行于这个平面.

5. 直线和平面垂直的判定法

(1)如果一条直线和平面内的任何一条直线都垂直,那么这条直线垂直于这个平面.

(2)如果一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直,那么这条直线垂直于这个平面.

(3)如果两条平行线中的一条垂直于一个平面,那么另一条也垂直于这个平面.

(4)如果两个平面垂直,那么在一个平面内垂直于它们交线的直线垂直于另一个平面.

(5)如果两个相交的平面都垂直于第三个平面,那么它们的交线也垂直于第三个平面.

(6)如果三条共点直线两两垂直,那么其中一条直线垂直于另两条所确定的平面.

6. 平面和平面平行的判定法

(1)如果两个平面没有公共点,那么这两个平面互相平行.

(2)如果一个平面内的两条相交直线都平行于另一个平面,那么这两个平面平行.

(3)垂直于同一直线的两平面互相平行.

(4)平行于同一平面的两平面互相平行.

7. 平面和平面垂直判定法

(1)两个平面相交,如果所成二面角是直二面角,那么这两个平面互相垂直.

(2)如果一个平面经过另一个平面的一条垂线,那么这两个平面互相垂直.

(3)如果一个平面与另一个平面的平行线垂直,那么这两个平面互相垂直.

三、直线与直线、直线与平面、平面与平面的度量关系

1. 夹角

(1)两条异面直线所成的角:

①过空间任一点,分别作两条异面直线的平行线,所得两相交直线夹的

锐角(或直角)[图 1-2(a)],叫做两条异面直线所成的角。

②连同共面的两条直线一并考虑,空间两条直线所成的角 θ 的范围是 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 。

(2)直线和平面所成的角:

①平面的一条斜线和它在平面上的射影所成的锐角,叫做这条直线和这个平面所成的角[图 1-2(b)].

②一条直线垂直于平面,我们说它们所成的角是直角。

③一条直线和平面平行或在平面内,我们说它们所成的角是 0° 的角。

④直线和平面所成的角 θ 的范围是 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 。

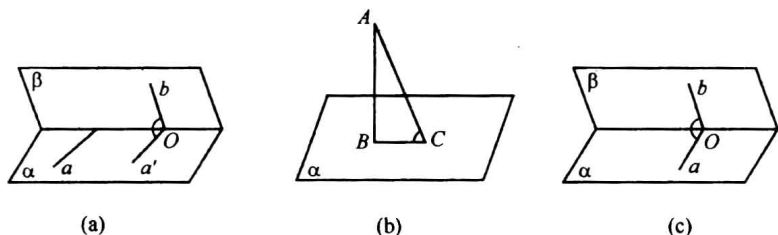


图 1-2

(3)二面角的平面角:

①以二面角的棱上任意一点为端点,在两个面内分别作垂直于棱的两条射线,这两条射线所成的角称作二面角的平面角[图 1-2(c)].

二面角的大小,可以用它的平面角度量。

平面角是直角的二面角叫做直二面角。

②设二面角的平面角为 θ ,则 θ 的范围是 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ (构成二面角的两个半平面在同一平面时,二面角是 180° 的二面角,但一般不研究此情况)。

③两个平面平行,我们说它们所成的角是 0° 的角。两个平面相交构成四个二面角,其中相对的两个二面角的平面角可以成为对顶角,因此空间两个平面所成的角 θ 的范围是 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 。

2. 垂直(如表 1-1 所示)

表 1-1

	线 线	线 面	面 面
定 义	如果两条直线所成的角是直角,就说这两条直线互相垂直.	如果一条直线和一个平面内的任意一条直线都垂直,就说这条直线和这个平面垂直.	两个平面相交,如果所成的二面角是直二面角,就说这两个平面互相垂直.
判 定	①根据定义判定. ②三垂线定理:在平面内的一条直线,如果和这个平面的一条斜线的射影垂直,那么它也和这条斜线垂直. ③三垂线定理的逆定理:在平面内的一条直线,如果和这个平面的一条斜线垂直,那么它也和这条斜线的射影垂直. ④垂直于两条平行线中的一条,也一定垂直于另一条. ⑤平面几何中所有判断垂直的法则.	①如果一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直,那么这条直线垂直于这个平面. ②如果两条平行直线中的一条垂直于一个平面,那么另一条也垂直于同一个平面.	如果一个平面经过另一个平面的一条垂线,那么这两个平面互相垂直.
性 质	如果两条直线互相垂直,那么这两条直线所成的角等于 90° .	①和一个平面垂直的直线,垂直于这个平面内的任一直线. ②两条不重合直线同垂直于一个平面,那么这两条直线平行.	两个平面垂直,那么:①在一个平面内垂直于它们交线的直线垂直于另一个平面;②经过第一个平面内的一点垂直于第二个平面的直线,在第一个平面内.

3. 距离

(1)两条异面直线的距离:

①两条异面直线的公垂线——和两条异面直线都垂直相交的直线.

②两条异面直线的距离——两异面直线的公垂线在这两条异面直线间的线段的长度.

(2)直线和平面的距离:

一条直线和一个平面平行,这条直线上任意一点到平面的距离,称作这条直线和平面的距离.

(3)两个平行平面的距离:

和两个平行平面同时垂直的直线,称作两个平行平面的公垂线;它夹在这两个平行平面间的部分,称作这两个平行平面的公垂线段.公垂线段的长度称做两个平行平面的距离.