刘燕　刘建伟　主编

注册环保工程师基础考试
应试一本通

ZHUCE HUANBAO GONGCHENGSHI JICHU KAOSHI
YINGSHI YIBENTONG

紧扣最新考试大纲

权威专家精心编写

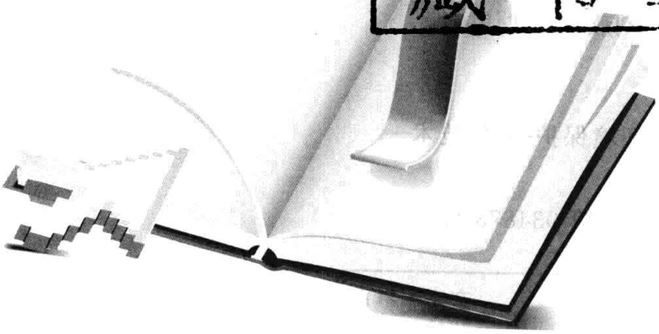
复习应考必备

化学工业出版社

刘燕　刘建伟　主编

注册环保工程师基础考试应试一本通

ZHUCE HUANBAO GONGCHENGSHI JICHU KAOSHI
YINGSHI YIBENTONG



化学工业出版社
·北京·

注册环保工程师执业资格考试业已开始，为有效指导考生复习、应考而组织编写的本辅导教材，以建设部最新公布的注册环保工程师基础考试大纲为依据，以大纲中提供的参考书目为基础，集中了编者们深厚的专业知识和多年丰富的教学、辅导经验，使其具有较强的指导性和实用性。

本书力求简明扼要，联系实际，对照最新考试大纲中的各知识点逐一讲解，着重对基本概念的理解和运用，特别是其中的例题结合考试真题的形式，既注意突出了重点概念的应用，又与考试的实际情况相结合，使参考人员能够在较短的时间内掌握全部考试内容。

本书应可以作为参加注册环保工程师执业资格基础考试人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

注册环保工程师基础考试应试一本通/刘燕，刘建伟主编．北京：化学工业出版社，2011.4
ISBN 978-7-122-10685-8

Ⅰ. 注… Ⅱ. ①刘… ②刘… Ⅲ. 环境保护-工程技术人员-资格考试-自学参考资料 Ⅳ. X

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 034878 号

责任编辑：徐　娟　　　　文字编辑：陈　元
责任校对：吴　静　　　　装帧设计：史利平

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号　邮政编码 100011）
印　　装：大厂聚鑫印刷有限责任公司
787mm×1092mm　1/16　印张 27½　字数 830 千字　2011 年 5 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686）　售后服务：010-64518899
网　　址：http://www.cip.com.cn
凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定　　价：88.00 元

前言

注册环保工程师执业资格考试制度是为适应社会主义市场经济体制，使工程设计管理体制和人事管理制度尽快与国际接轨的一项配套改革措施。注册环保工程师资格必须通过全国统一考试取得。

为配合全国注册环保工程师资格考试，也为有效指导考生复习、应考所组织编写的本辅导教材，以中华人民共和国建设部公布的注册环保工程师基础考试大纲为依据，以大纲中提供的参考书目为基础，集中了编者们深厚的专业知识和多年丰富的教学、辅导经验，使其具有较强的指导性和实用性。本书包含了数学（李群高编）、普通物理（魏京花编）、普通化学（岳冠华编）、理论力学（刘燕编）、材料力学（张英编）、流体力学（王文海编）、电气与信息（叶安丽、刘辛国、陈志新编）、法律法规（刘建伟编）、工程经济（孙震编）、工程流体力学与流体机械（王文海编）、环境工程微生物（高敏编）、环境监测与分析（陈小珍、刘建伟编）、环境评价与环境规划（刘建伟编）、污染防治技术（王敏、刘建伟、陈小珍编）和职业法规（刘建伟编），共十五门课程的基础知识。

本辅导教材自2009年5月出版以来，深受广大读者和考生的好评。本次主要是针对2009年新的考试大纲，在内容上进行了重大修改。

本书的主要特点是：

（1）紧扣考试大纲中的各知识点逐一讲解，简明扼要，联系实际，着重于对概念的理解和运用；

（2）书中的例题结合考试真题的形式，注意突出重点概念的讲解；

（3）本书内容精练，使参考人员能够在较短的时间内，掌握全部考试内容。

由于时间仓促，在编写过程中难免有疏漏之处，恳请读者指正。

编者

2011年1月

目录

第一篇　工程科学基础

第1章　数学　1

第2章　普通物理　55

第3章　普通化学　79

第4章　理论力学　105

第二篇 现代技术基础

第三篇 工程管理基础

第一篇　工程科学基础

第1章　数学

1.1　空间解析几何

1.1.1　主要知识点

1.1.1.1　向量代数

（1）向量的概念

① 向量的坐标。设向量$\vec{a}$的起点为$A(x_1, y_1, z_1)$，终点为$B(x_2, y_2, z_2)$，则

$\vec{a}=\overrightarrow{AB}=\{x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1\}=\{a_x, a_y, a_z\}$

注：a_x，a_y，a_z是向量$\vec{a}$的坐标，向量的坐标也是该向量在三坐标轴上的投影。

② 向量的模。

$$|\vec{a}|=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

③ 向量的方向角与方向余弦。向量$\vec{a}$与x轴、y轴、z轴正向的夹角α、β、γ称为$\vec{a}$的方向角（$0\leqslant\alpha$、β、$\gamma\leqslant\pi$）。$\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$称为$\vec{a}$的方向余弦（$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$）。

$$\cos\alpha=\frac{a_x}{|\vec{a}|}、\cos\beta=\frac{a_y}{|\vec{a}|}、\cos\gamma=\frac{a_z}{|\vec{a}|}$$

④ 单位向量。与$\vec{a}$同方向的单位向量　$\vec{a}^0=\dfrac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$

⑤ 向量在轴上的投影。向量$\overrightarrow{AB}$在轴u上的投影　$Prj_u\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|\cos(\widehat{\overrightarrow{AB}, u})$

（2）向量的运算

① 向量的线性运算。若$\vec{a}=\{a_x, a_y, a_z\}$，$\vec{b}=\{b_x, b_y, b_z\}$，$\lambda$是一数，则

$$\vec{a}\pm\vec{b}=\{a_x\pm b_x, a_y\pm b_y, a_z\pm b_z\}$$
$$\lambda\vec{a}=\{\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z\}$$

若$\vec{a}$，$\vec{b}$是非零向量，则$\vec{a}/\!/\vec{b}$　$\Leftrightarrow\vec{a}=\lambda\vec{b}$　$\Leftrightarrow\dfrac{a_x}{b_x}=\dfrac{a_y}{b_y}=\dfrac{a_z}{b_z}$。

② 数量积（点积）。

a. 定义。$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$（运算结果为一数量）

b. 坐标表达式。若$\vec{a}=\{a_x, a_y, a_z\}$，$\vec{b}=\{b_x, b_y, b_z\}$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$。

c. 性质。$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$，$\vec{a}\perp\vec{b}$　$\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$　$\Leftrightarrow a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z=0$

d. 两向量夹角的余弦公式。$\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$

③ 向量积（叉积）。

a. 定义。$\vec{c}=\vec{a}\times\vec{b}$是一个向量，该向量的大小为$|\vec{c}|=|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$，该向量的方向$\vec{c}\perp\vec{a}$、$\vec{c}\perp\vec{b}$且符合右手法则。

b. 几何意义。$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$ 是以$\vec{a}$、$\vec{b}$为邻边的平行四边形的面积。

c. 坐标表达式。若$\vec{a}=\{a_x,a_y,a_z\}$，$\vec{b}=\{b_x,b_y,b_z\}$，则

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\end{vmatrix}=(a_yb_z-a_zb_y)\vec{i}-(a_xb_z-a_zb_x)\vec{j}+(a_xb_y-a_yb_x)\vec{k}$$

d. 性质。$\vec{a}\times\vec{a}=\vec{0}$，$\vec{a}/\!/\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$，$\vec{a}\times\vec{b}\perp\vec{a}$、$\vec{a}\times\vec{b}\perp\vec{b}$，$\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$

④ 混合积。

a. 定义。$(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}\doteq[abc]$（运算结果为一数量）

b. 坐标表达式。若$\vec{a}=\{a_x,a_y,a_z\}$，$\vec{b}=\{b_x,b_y,b_z\}$，$\vec{c}=\{c_x,c_y,c_z\}$，则

$$[abc]=\begin{vmatrix}a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\\c_x&c_y&c_z\end{vmatrix}$$

c. 性质。三向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$共面$\Leftrightarrow[abc]=\begin{vmatrix}a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\\c_x&c_y&c_z\end{vmatrix}=0$

1.1.1.2 平面

（1）平面方程

① 点法式方程。设平面过点（x_0，y_0，z_0），法向量为$\vec{n}=\{A,B,C\}$，则平面方程为：

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

注： 要求平面的方程，关键是利用已知条件，找出平面的法向量和某点的坐标。

② 一般方程。对方程 $Ax+By+Cz+D=0$（$\vec{n}=\{A,B,C\}$ 为平面的法向量），有：

当 $D=0$ 时，平面过原点；

当 $A=0$（$B=0$ 或 $C=0$）时，平面平行于 x（y 或 z）轴，这时若 $D\neq0$，平面不经过 x（y 或 z）轴，若 $D=0$，则平面经过 x（y 或 z）轴；

当 $A=B=0$ 时，平面平行于 xoy 面。

注： 求平面方程的另一常用方法是利用条件，写出平面一般式，再确定系数。

（2）两平面的夹角。设平面 π_1、π_2 的法向量为$\vec{n_1}=\{A_1,B_1,C_1\}$和$\vec{n_2}=\{A_2,B_2,C_2\}$

$$\cos\theta=\frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|}=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}\quad\left(0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\pi_1\perp\pi_2\quad\Leftrightarrow\vec{n_1}\perp\vec{n_2}\quad\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$$

$$\pi_1/\!/\pi_2\quad\Leftrightarrow\vec{n_1}/\!/\vec{n_2}\quad\Leftrightarrow\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$$

（3）点到平面的距离。点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$到平面 $Ax+By+Cz+D=0$ 的距离为

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

1.1.1.3 直线

（1）直线方程

① 对称式方程。设直线过点(x_0,y_0,z_0)，方向向量为$\vec{s}=\{m,n,p\}$，则直线方程为

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$$

如果m、n、p中有一个为0，例如$n=0$，这时直线方程为$\frac{x-x_0}{m}=\frac{z-z_0}{p},y=y_0$。

注：要求直线的方程，关键是利用已知条件，找出方向向量和一个点的坐标。

② 参数式方程。$x=x_0+mt,y=y_0+nt,z=z_0+pt,(-\infty<t<+\infty)$

③ 一般方程。$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$

方向向量$\vec{s}=\vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\A_1 & B_1 & C_1\\A_2 & B_2 & C_2\end{vmatrix}$

由上式求出直线的方向向量，再求出直线上任一点的坐标，就可将直线的一般式化为对称式。

（2）两直线的夹角。设直线L_1、L_2的方向向量为$\vec{s_1}=\{m_1、n_1、p_1\}$和$\vec{s_2}=\{m_2、n_2、p_2\}$

$$\cos\theta=\frac{|\vec{s_1}\cdot\vec{s_2}|}{|\vec{s_1}||\vec{s_2}|}=\frac{|m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2|}{\sqrt{m_1^2+n_1^2+p_1^2}\sqrt{m_2^2+n_2^2+p_2^2}}\quad\left(0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$$

$$L_1\perp L_2\quad\Leftrightarrow\vec{s_1}\perp\vec{s_2}\quad\Leftrightarrow m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2=0$$

$$L_1/\!/L_2\quad\Leftrightarrow\vec{s_1}/\!/\vec{s_2}\quad\Leftrightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{p_1}{p_2}$$

（3）直线与平面的夹角。设直线L的方向向量$\vec{s}=\{m、n、p\}$，平面π的法向量为$\vec{n}=\{A,B,C\}$，直线L和它在平面π上的投影直线的夹角称为直线L和平面π的夹角。

$$\sin\varphi=\frac{|\vec{n}\cdot\vec{s}|}{|\vec{n}||\vec{s}|}=\frac{|Am+Bn+Cp|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{m^2+n^2+p^2}}\quad\left(0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$$

$$L\perp\pi\quad\Leftrightarrow\vec{s}/\!/\vec{n}\quad\Leftrightarrow\frac{m}{A}=\frac{n}{B}=\frac{p}{C}$$

$$L/\!/\pi\quad\Leftrightarrow\vec{s}\perp\vec{n}\quad\Leftrightarrow Am+Bn+Cp=0$$

（4）点到直线的距离。点$M_0(x_0,y_0,z_0)$到直线$\frac{x-x_1}{m}=\frac{y-y_1}{n}=\frac{z-z_1}{p}$的距离为

$$d=\frac{\left\|\begin{matrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\m & n & p\\x_0-x_1 & y_0-y_1 & z_0-z_1\end{matrix}\right\|}{\sqrt{m^2+n^2+p^2}}$$

1.1.1.4 曲面

（1）球面。球心在点$M_0(x_0,y_0,z_0)$，半径为R的球面方程为

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$

（2）柱面。平行于定直线并沿定曲线c移动的直线L形成的曲面称为柱面，定曲线c称为柱面的准线，动直线L称为柱面的母线。母线平行于z轴的柱面方程为：$F(x,y)=0$，其方程特点是缺z项，其他情况类似。

例如：$y=x^2$是准线在xoy面内，母线平行于z轴的抛物柱面；$x^2-z^2=1$是准线在zox面内，母线平行于y轴的双曲柱面。

（3）旋转曲面。平面曲线绕其平面上一定直线旋转一周所成的曲面称为旋转曲面，定直线称为旋转曲面的轴。设yoz平面上曲线c的方程为$f(y,z)=0$，该曲线绕z轴旋转一周所成的旋转曲面

方程为 $f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$。

例如：xoy 面内的双曲线 $x^2-y^2=1$ 绕 y 轴旋转一周所生成旋转双曲面方程为 $x^2+z^2-y^2=1$。

（4）常用二次曲面

① 椭圆锥面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=z^2$

② 椭球面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

③ 单叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

④ 双叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

⑤ 椭圆抛物面 $\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=z$ （p、q 同号）

⑥ 双曲抛物面 $-\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=z$ （p、q 同号）

1.1.1.5 空间曲线

（1）空间曲线的方程。空间曲线是两个曲面的交线，故必须用两个方程表示。

① 空间曲线的一般方程：$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$

② 空间曲线的参数方程：$\begin{cases}x=x(t)\\x=y(t)\\z=z(t)\end{cases}$

（2）空间曲线在坐标面上的投影。设空间曲线 C 的一般方程为

$$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$$

消去方程组中的变量 z，得到方程 $H(x,\ y)=0$，叫做曲线 C 关于 xoy 面的投影柱面，而方程：

$$\begin{cases}H(x,y)=0\\z=0\end{cases}$$

为曲线 C 在 xoy 面上的投影曲线的方程。

1.1.2 典型例题及解析

［例 1-1］ 若$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{a}\times\vec{c}$，则（　　）。

A. $\vec{b}=\vec{c}$　　B. $\vec{a}/\!/\vec{b}$且$\vec{a}/\!/\vec{c}$

C. $\vec{a}=\vec{0}$或$\vec{b}-\vec{c}=\vec{0}$　　D. $\vec{a}/\!/(\vec{b}-\vec{c})$

解：$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{a}\times\vec{c}\Rightarrow\vec{a}\times(\vec{b}-\vec{c})=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{a}/\!/(\vec{b}-\vec{c})$，故选 D。

［例 1-2］ 已知$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=\sqrt{2}$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，则$|\vec{a}\times\vec{b}|=$（　　）。

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 1

解：$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}|\,|\vec{b}|\sin(\widehat{\vec{a},\ \vec{b}})$，所以 $2=\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$，于是 $\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=\frac{2}{2\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\sin(\widehat{\vec{a},\ \vec{b}})=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}|\,|\vec{b}|\sin(\widehat{\vec{a},\ \vec{b}})=2$，故选 A。

［例 1-3］ 已知向量$\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$，则垂直于$\vec{a}$且垂直于 oy 轴的单位向量是（　　）。

A. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$（$\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$）　　B. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$（$\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$）

C. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}-\vec{k})$　　D. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}+\vec{k})$

解：与 oy 轴同方向的单位向量是$\vec{j}$，而

$\vec{a}\times\vec{j}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}=\vec{k}-\vec{i}$，垂直于$\vec{a}$且垂直于 oy 轴的单位向量是

$\frac{\vec{a}\times\vec{j}}{|\vec{a}\times\vec{j}|}=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{k}+\vec{i})=\mp\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}-\vec{k})$，故选 C。

［例 1-4］ 过点（−1，0，1）且与平面 $x+y+4z+19=0$ 平行的平面方程为（　）。

A. $x+y+4z-3=0$　　B. $2x+y+z-3=0$

C. $x+2y+z-19=0$　　D. $x+2y+4z-9=0$

解：已知平面的法向量为$\vec{n}=\{1,1,4\}$，由已知可取所求平面的法向量为$\vec{n}=\{1,1,4\}$

所以所求平面方程为：$1\cdot(x+1)+1\cdot(y-0)+4\cdot(z-1)=0$，即 $x+y+4z-3=0$，故选 A。

［例 1-5］ 平面 $x-3z-6=0$ 的位置是（　）。

A. 平行 xoz 平面　　B. 平行 y 轴，但不通过 y 轴

C. 垂直于 y 轴　　D. 通过 y 轴

解：由于 $B=0$ 而 $D\neq0$，故平面平行 y 轴，但不通过 y 轴，应选 B。

［例 1-6］ 设平面 $kx+y-2z=3$ 与平面 $2x+4y+3z=5$ 垂直，则参数 $k=$（　）。

A. −1　　B. 1　　C. −5　　D. 5

解：记$\vec{n_1}=\{k,1,-2\},\vec{n_2}=\{2,4,3\}$，由于$\vec{n_1}\perp\vec{n_2}$，有$\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=0$，即 $2k+4-6=0\Rightarrow k=1$，应选 B。

［例 1-7］ 设直线的方程为$\frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$，则直线（　）。

A. 过点（1，−1，0），方向向量为 $2i+j-k$

B. 过点（1，−1，0），方向向量为 $2i-j+k$

C. 过点（−1，1，0），方向向量为 $-2i-j+k$

D. 过点（−1，1，0），方向向量为 $2i+j-k$

解：由所给直线的方程知，直线过点(1，−1，0)，方向向量为 $-2i-j+k$，或 $2i+j-k$，故应选 A。

［例 1-8］ 直线 L 过点 $M(1,2,3)$ 且与二平面 $x+2y-z=0$ 及 $2x-3y+5z=6$ 都平行，则该直线的对称式方程是（　）。

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+1}{3}$　　B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{z-1}{1}$　　D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-1}$

解：所给平面的法向量$\vec{n_1}=\{1,2,-1\},\vec{n_2}=\{2,-3,5\}$，直线的方向向量为

$$\vec{s}=\vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & -1\\ 2 & -3 & 5\end{vmatrix}=7\{1,-1,-1\}$$

所求直线方程为：$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-1}$，故应选 D。

［例 1-9］ 将椭圆$\begin{cases}\frac{x^2}{9}+\frac{z^2}{4}=1\\ y=0\end{cases}$，绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面方程是（　）。

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{9}+\frac{z^2}{4}=1$

C. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{4}=1$　　D. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$

解：旋转曲面方程应为$\frac{x^2}{9}+\frac{(\pm\sqrt{y^2+z^2})^2}{4}=1$，故正确答案为C。

[**例 1-10**] 下列方程中代表单叶双曲面的是（ ）。

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}-z^2=1$　　B. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+z^2=1$

C. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}-z^2=1$　　D. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+z^2=0$

解：$\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}-z^2=1$表单叶双曲面，$\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+z^2=1$表椭圆，$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}-z^2=1$表双叶双曲面，$\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+z^2=0$表原点，故应选A。

[**例 1-11**] 空间曲线$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\ x^2+z^2-y^2=0\end{cases}$，在$xoy$平面的投影方程是（ ）。

A. $\begin{cases}2x^2+y^2=16\\ x^2-y^2=0\end{cases}$　　B. $\begin{cases}2x^2+y^2=16\\ z=0\end{cases}$

C. $x+2y^2=16$　　D. $\begin{cases}x^2+2y^2=16\\ z=0\end{cases}$

解：消去方程组中的变量z得到$x+2y^2=16$，这是所给曲线关于xoy面的投影柱面的方程，曲线在xoy平面的投影方程应是：

$$\begin{cases}x^2+2y^2=16\\ z=0\end{cases}$$

故选D。

1.2 微分学

1.2.1 主要知识点

1.2.1.1 极限与函数的连续性

（1）极限概念。函数极限：$x\to\infty$时，函数$f(x)\to A$，记为$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$，有

$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=A$ 且 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$

$x\to x_0$时，函数$f(x)\to A$，记为$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，有

$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A\Leftrightarrow f(x_0-0)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A$ 且 $f(x_0+0)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$

（2）无穷小无穷大

① 定义。无穷小：若$\lim f(x)=0$，则称$f(x)$为对应极限过程下的无穷小量，有

$$\lim f(x)=A\Leftrightarrow f(x)=A+\alpha\text{，其中}\lim\alpha=0\text{。}$$

无穷大：若$\lim f(x)=\infty$，则称$f(x)$为对应极限过程下的无穷大量。

无穷大与无穷小互为倒数关系。

② 无穷小的性质。有限个无穷小的和（积）仍为无穷小；有界量与无穷小的乘积仍是无穷小。

③ 无穷小比较。如果当$x\to x_0$（$x\to\infty$）时，α和β都是无穷小，则：

若$\lim\frac{\alpha}{\beta}=0$，$\alpha$是$\beta$的高阶无穷小；

若$\lim\frac{\alpha}{\beta}=c$　$c\neq0$，α和β是同阶无穷小；

若$\lim\frac{\alpha}{\beta}=1$，$\alpha$和$\beta$是等价无穷小，记为$\alpha\sim\beta$。

④ 等价无穷小代换。如果当 $x\to x_0(x\to\infty)$ 时，$\alpha\sim\alpha'$，$\beta\sim\beta'$则

$$\lim\frac{\alpha}{\beta}=\lim\frac{\alpha'}{\beta'}$$

当 $x\to 0$ 时，常用的等价无穷小有：$\sin x\sim x$，$\tan x\sim x$，$1-\cos x\sim\frac{1}{2}x^2$，$\ln(1+x)\sim x$，$e^x-1\sim x$，$\arcsin x\sim x$，$\arctan x\sim x$，$(1+x)^\mu-1\sim\mu x$，$a^x-1\sim x\ln a$。

注：在求极限时，利用等价无穷小代换，可简化计算。

（3）两个重要极限。$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$，$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}=1$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e\left[\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e\right]$$

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$$

（4）有理式的极限。设 $P_m(x)=a_mx^m+a_{m-1}x^{m-1}+\cdots+a_0$，$Q_n(x)=b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+\cdots+b_0$，如果 $Q_n(x_0)\neq 0$，则

$$\lim_{x\to x_0}\frac{P_m(x)}{Q_n(x)}=\frac{P_m(x_0)}{Q_n(x_0)}$$

若 $Q_n(x_0)=0$ 且 $P_m(x_0)\neq 0$，则$\lim\limits_{x\to x_0}\frac{P_m(x)}{Q_n(x)}=\infty$；若 $Q_n(x_0)=0$ 且 $P_m(x_0)=0$，则为未定式，可用罗必达法则或通过去零因子来求极限。当 $x\to\infty$时，有以下结论：

$$\lim_{x\to\infty}\frac{P_m(x)}{Q_n(x)}=\begin{cases}0, m<n\\ \infty, m>n\\ \frac{a_m}{b_n}, m=n\end{cases}$$

其中 a_m和 b_n分别是 $P_m(x)$ 和 $Q_n(x)$ 的最高次幂系数。

（5）分段函数在交界点的极限。通过讨论左、右极限得到。

（6）罗必达法则。七种未定式：$\frac{0}{0}$、$\frac{\infty}{\infty}$、$0\cdot\infty$、$\infty-\infty$、1^∞、0^0、∞^0。

罗必达法则：当 $x\to x_0(x\to\infty)$时，$f(x)\to 0, F(x)\to 0$。

① 在点 x_0某去心邻域内（或当$|x|>N$时）$f'(x)$ 及 $F'(x)$ 都存在且 $F'(x)\neq 0$；

② $\lim\frac{f'(x)}{F'(x)}$存在（或为无穷大），则

$$\lim\frac{f(x)}{F(x)}=\lim\frac{f'(x)}{F'(x)}$$

说明：①罗必达法则仅适用于$\frac{0}{0}$及$\frac{\infty}{\infty}$型，其他五种未定式应化为$\frac{0}{0}$及$\frac{\infty}{\infty}$型后才可使用罗必达法则；

② 罗必达法则可反复使用。

注：如果 $\lim g(x)=0$，而 $\lim\frac{f(x)}{g(x)}$存在，则必有 $\lim f(x)=0$。

（7）函数的连续性

① 定义。设函数 $f(x)$ 在点 x_0的某邻域内有定义，若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$，则称 $f(x)$ 在点 x_0连续。

若$\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0)$或$\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=f(x_0)$，则称 $f(x)$在点 x_0处右连续或左连续。

如果函数 $f(x)$ 在开区间内每一点都连续，则称 $f(x)$ 在该开区间内连续。如果函数 $f(x)$ 在闭区间内每一点都连续，且在端点右、左连续，则称 $f(x)$ 在该闭区间上连续。

② 重要结论。基本初等函数在定义域内连续；初等函数在定义区间内连续。

③ 间断点及其类型。不连续的点即为间断点，间断点分为两类。

第一类：在该点左右极限都存在。如果左右极限相等，称为可去间断点，这时改变或补充函数值，可使之连续；如果左右极限不相等，称为跳跃间断点。

第二类：在该点左右极限至少有一个不存在。如果左右极限中有一个为无穷大，称为无穷间断点；如果在该点函数值振荡变化，称为振荡间断点。

1.2.1.2 导数与微分

(1) 导数

① 导数概念

a. 导数定义。$f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

$f'(x_0)$存在$\Leftrightarrow$左导数 $f'_-(x_0)$与右导数 $f'_+(x_0)$都存在且相等

b. 几何意义。$f'(x_0)$ 表示曲线 $y=f(x)$ 在点$(x_0,f(x_0))$处切线斜率 k。

切线方程为：
$$y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$$

法线方程为：
$$y-f(x_0)=-\frac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)$$

② 导数计算

a. 导数基本公式

$(C)'=0$　　$(x^\mu)'=\mu x^{\mu-1}$

$(\sin x)'=\cos x$　　$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\sec^2 x$　　$(\cot x)'=-\csc^2 x$

$(\sec x)'=\sec x\tan x$　　$(\csc x)'=-\csc x\cot x$

$(a^x)'=a^x\ln a$　　$(e^x)=e^x$

$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$　　$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　　$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$　　$(\text{arccot}\, x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

b. 导数运算的基本法则。函数和、差、积、商的求导法则。设函数 $u(x)$ 和 $v(x)$ 可导，则

$$[u(x)\pm v(x)]'=u'(x)\pm v'(x)$$
$$[u(x)v(x)]'=u'(x)v(x)+u(x)v'(x)\quad [cu(x)]'=cu'(x)$$
$$\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]'=\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v^2(x)}$$

c. 复合函数的求导法则。设 $u=\varphi(x)$ 在 x 处可导，$y=f(u)$ 在 $u=\varphi(x)$ 处可导，则$y=f[\varphi(x)]$在 x 处可导，且有

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$

d. 求高阶导数就是反复地求一阶导数。

e. 隐函数求导法。对方程 $F(x,y)=0$ 两边关于自变量求导，将因变量的函数当复合函数对待，再解出 y'则可。

f. 参数方程求导法。设$\begin{cases}x=\varphi(t)\\ y=\psi(t)\end{cases}$，则$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{d}{dt}\left[\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}\right]/\varphi'(t)$

g. 分段函数在交界点处的导数要用导数定义求，一般要分别求左导数与右导数。

(2) 微分

① 当函数 $y=f(x)$ 在点 x 可导时，在该点一定可微，且有

$$dy=f'(x)dx$$