

根据教育部《国家课程标准》编写

最新修订

# 龙门专题

初中数学

方程（一）

主编  
本册主编  
南秀全  
付东峰



龙门书局

[www.Longmenbooks.com](http://www.Longmenbooks.com)

- ◎ 组稿编辑：田旭
- ◎ 责任编辑：马建丽 李妙茶
- ◎ 封面设计：

## 龙门专题



朱师达（2005年湖北省理科第一名，现就读于北京大学元培计划实验班）

《龙门专题》这套书习题讲解详细而具体，不仅例题，而且每章后的练习题都有详细的解答过程，只要认真阅读和揣摩，就一定能起到举一反三的效果，这是非常难能可贵的。



徐岸汀（2003年广东省理科第一名，综合总分900分，现就读于北京大学元培计划实验班）

《龙门专题》这套书是一套很好的教辅材料，知识板块合理细化，我曾经有几个知识点掌握得不够好，后来有针对性地选择了几本，弥补自己不足，感觉用起来很方便，成绩也提高得很快。这套书题目难度把握得也很好，是巩固基础、提高能力不可缺少的好帮手。



王佳杰（2004年上海市高考第一名，上海市优秀毕业生，高考总分600分）

《龙门专题》这套书给你的是脚踏实地备战考试的正道，如果还有老师在旁指导挑选出最重要的例题和习题，有和你同样选择《龙门专题》的同学相互切磋的话，那就几乎是完美了。



刘诗泽（2005年黑龙江省高考理科第一名，现就读于北京大学元培实验班）

好的参考书必须要根据考试的方向走，围绕考试的考查重点来布局。我在备考时使用《龙门专题》这套书，正是紧跟着考试走，例如数学等科目的参考书，都在每小节后列出了相关的典型考题，以进一步强化复习相关知识点。

ISBN 978-7-5088-0440-8

01>

9 787508 804408

定价：13.00 元

# 方 程

主 编 南秀全  
本册主编 付东峰

编 者 付东峰 肖九河 石润  
姜文清 余梦 肖一鸣

汪彬



龍門書局

北京

**版权所有 翻印必究**

举报电话:(010)64034160,13501151303(打假办)

邮购电话:(010)64034160

**图书在版编目(CIP)数据**

方程(一)/南秀全主编;付东峰分册主编.一修订版.一北京:龙门书局,2006

(龙门专题)

ISBN 978-7-5088-0440-8

I. 方… II. ①南… ②付… III. 代数课 - 中学 - 教学参考资料 IV. G634.623

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 063143 号

组稿编辑:田 旭 / 责任编辑:马建丽 李妙茶 / 封面设计:耕 者

**龍門書局出版**

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

[www.longmenbooks.com](http://www.longmenbooks.com)

**化学工业出版社印刷厂 印刷**

科学出版社总发行 各地书店经销

2005 年 7 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2006 年 7 月修 订 版 印张:8 1/2

2007 年 6 月第六次印刷 字数:245 000

**定 价: 13.00 元**

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 生命如歌

——来自北大清华优秀学子的报告

策划者语

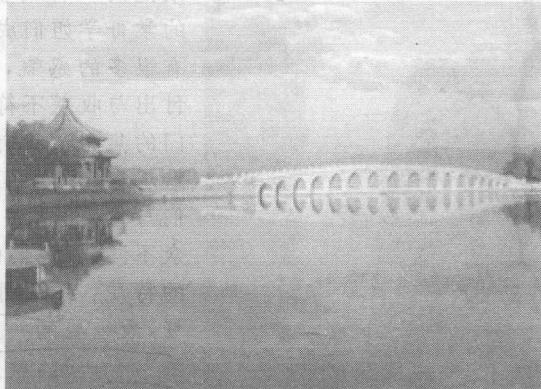
未名湖畔，博雅塔旁。

六月的晨光穿透枝叶，懒散地泻落在林间小道上，水银泻地。微风拂起，垂柳摇曳，湖面荡起阵阵涟漪，黑魆魆的博雅塔倒映在湖面，随着柔波翩翩起舞。林间传来朗朗的读书声，那是晨读的学子；湖畔小径上不断有人跑过，那是晨练的学子；椅子上，台阶上，有人静静坐着，那是在求索知识的宝库……

在北大，每个早晨都是这样的；在清华，每个早晨也都是这样；其实在每一所高校，早晨都是一幅青春洋溢、积极进取的景象！

在长达两年的时间里，我一直在组织北大、清华的高考状元、奥赛金牌得主还有其他优秀学子到全国各地去巡回讲演。揭开他们光彩夺目的荣誉的面纱，他们是那样的平凡、普通，跟我们是那么的相像接近；但在来来往往出差的路上，深入了解他们的过去、成长历程，我才发现，在平凡、普通的背后，他们每个人的成长都勾勒出一道独特的风景，都是一段奋斗不息、积极进取的历程，他们的生命都是一首隽永悠长的歌曲，成功更是偶然中的必然。

小朱，一个很认真、很可爱的女孩子，高中之前家庭条件十分优越，所以一直学习平平，不思进取；在她上高中前，家庭突遭变故，负债累累，用她妈妈的话说，“家里什么都没有了，一切只能靠你自己了。”她说自己只有高考一条路，只有考好了，才能为家里排忧解难。我曾经在台下听她讲自己刻苦学习的经历：“你们有谁在大年三十的晚上还学习到深夜三点？你们又



有谁发烧烧到 39 度以上还在病床上看书？……”那一年，她以总分 684 分成为了浙江省文科高考状元。

小弟姓谭，因为年龄最小，所以大家都叫他小弟，2003 年广东省理科状元，佛山人。我们到广东巡讲结束后，车到了佛山，他却不下车，他说从这里找不到回家的路，因为在佛山上了三年学，除了回家的路知道，从来没有走出过学校的大门。我们只好把他送到广州汽车站，只有在那里他才知道怎么回家。我们大家都哈哈大笑，觉得有些不可思议，只有司机师傅道出天机：“小谭要是能找到回家的路，就不会是高考状元了！”

陆文，一个出自父母离异的单亲家庭的女孩，她说，她努力学习的动力就是想让妈妈高兴，因为从小她就发现，每次她成绩考得很好，妈妈就会很高兴。为了给妈妈买一套宽敞明亮的房子，她选择了出国这条路，考托福，考 GRE，最后如愿以偿，被芝加哥大学以每年 6.4 万美金的全额奖学金录取为生物方向的研究生。6.4 万美金，相当于人民币 52 万。

齐伟，湖南省高考第七名，清华大学计算机学院的研究生，最近被全球最大的软件公司 MICROSOFT 聘为项目经理；霖秋，北京大学数学学院的小妹，在坚持不懈的努力中完成了自身最重要的一次涅槃，昨天的她在未名湖上游弋，今天的她已在千里之外的西雅图……



还有很多很多优秀学子，他们都有自己的故事，酸甜苦辣，但都很真实，很精彩。亲爱的同学们，你们是否也已经有了自己的理想，有了自己憧憬的高等学府，是否也渴望着跟他们一样的优秀？在分享这些优秀的学哥学姐们成功的喜悦时，你是否会有很多的感慨，曾经虚度光阴的遗憾，付出与收获不符的苦恼，求知而不入其门的焦虑？我有幸与他们朝夕相处，默默观察，用心感受，感受颇深。其实他们与你一样，并不见得更聪明，或者与众不同，但他们的成功却源于某些共同的特质：目标明确，刻苦勤奋，执着坚韧，最重要的一条是：他们都“学而得其法”，——这，就是为什么我们在本书的前言要讲述他们故事的原因；这，也是

我们策划出版《龙门专题》这套丛书的原因了。

在跟这些清华、北大优秀学子的交往过程中，曾多次探讨过具体学习方法的问题，而学习辅导资料则是他们反复谈到的话题。我们惊喜地发现：他们及他们的同学中，大部分人都使用过《龙门专题》这套书，有很多同学对《龙门专题》推崇备至，有人甚至还记得本套丛书中的一些经典例题和讲解。有时，看着他们互相交流使用《龙门专题》心得时的投入，像小孩子一样争辩着其中哪个知识版块，哪道题目最经典实用时的忘我，我们的激动溢于言表，于是，我让他们把自己使用这套书的心得体会写下来，跟更多的学子们来分享。说句实话，对本套丛书的内容和体例特点，他们的理解很全面也很深刻。受篇幅所限，在此只能简要地摘录一部分，与同学们共勉：

朱师达：（男，2005年湖北省理科第一名，现就读于北京大学元培试验班）

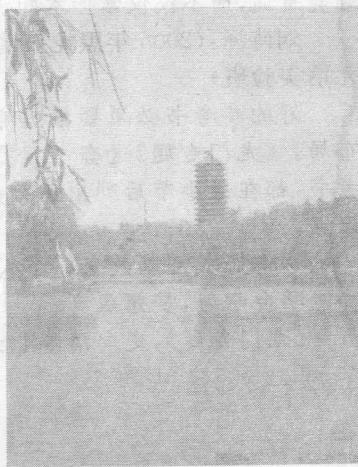
对于数学、物理、化学等科目来讲，一定要有高质量的练习，《龙门专题》这套书习题讲解详细而具体，不仅例题，而且每章后的练习题都有详细地解答过程，只要认真阅读和揣摩，就一定能起到举一反三的效果，这是非常难能可贵的。

王佳杰：（2004年高考上海市第一名，毕业于上海控江中学，高考总分600（满分610分），现就读于北京大学，获2004年上海优秀毕业生，2004年北大新生奖学金等荣誉）

《龙门专题》所选的题目固然多，但决无换个数字就算新题的滥竽充数之招；题目虽然要求较高，但坡度合理，决非书后题和奥赛题的简单结合；《龙门专题》虽然针对的是全国卷的考生，但却也覆盖了所有上海卷的基本考点，又略微拔高一些，基于课本又高于课本——这正是上海高考卷的一向风格。总而言之，这套书给你的是脚踏实地备战高考的正道，如果，还有老师在旁指导挑选出最重要的例题和习题，有和你同样选择《龙门专题》的同学相互切磋的话，那就几乎是完美了。

孙田宇：（2005年吉林省文科第一名，高考总分682）

参考书是每一位学生在学习过程中必不可少的，我在自己备考时用的是



《龙门专题》。很推崇其中的“知识点精析与应用”“综合应用篇”。“知识点精析与应用”将基础知识脉络理清，可检验我们对基础知识点的掌握是否牢固扎实。“综合应用篇”则可以帮助我们打开综合题和应用题的解答思路，面对纷繁多样的试题，发掘一些固定的方法，以不变应万变，我从中受益匪浅。

李原草：（男，2003年安徽省高考文科第一名，现就读于北京大学光华管理学院，曾获得北京大学明德奖学金和社会工作优秀奖）

我认为，一本好的参考书首先要条理清晰，重点突出，讲述透彻明了，参考书是对教材的补充而不是简单的重复。《龙门专题》这套书，依据教材而不是简单地重复教材，将数学、物理、化学等学科的知识分成很多知识点、知识块，分为很多册，分别加以总结和归纳，非常适用于平时有针对性地查漏补缺和系统强化复习。

徐惊蛰：（2003年河南省高考理科第一名，高考总分697，北京大学光华管理学院金融系）

我觉得《龙门专题》这套书非常人性化，适合不同的学生根据自身情况有针对性地进行辅导学习。题目设计难度适宜，由浅入深。我当时在排列组合、电磁学等章节上学得不是很好，做题也不得心应手，而这几本龙门的参考书，讲解非常细致，不论是前面对于章节要点的总结归纳，还是后面习题的解析都比较到位，尤其是练习题的答案，像这样详尽明晰的解析是很少见的。所以这样的书比较适合在某些知识版块上学习有困难的同学，以及自学者使用。建议专题细化的同时，也可以将某知识版块的内容与相关知识点结合、联系，使学生加强综合能力，融会贯通，而不仅仅掌握本知识版块。

刘诗泽：（2005年黑龙江省高考理科第一名，现就读于北京大学元培实验班）

好的参考书必须要根据考试的方向走，围绕考试的考查重点来布局。《龙门专题》这套书正是紧跟着考试走，例如数学等科目的参考书，都在每小节后列出了相关典型考题，以进一步强化复习相关知识点。

一本好书可以改变一个人的命运！我们真诚的希望每一个学生都能学会学习，梦想成真。

《龙门专题》，走向清华北大的阶梯！



# 目录

基础篇 .....	( 1 )
第一章 一元一次方程 .....	( 1 )
1. 1 从算式到方程 .....	( 1 )
1.1.1 一元一次方程 .....	( 1 )
1.1.2 等式的性质 .....	( 15 )
1. 2 从古老的代数书说起——一元一次方程的解法 .....	( 30 )
1. 3 从买布问题说起——列一元一次方程解应用题(1) .....	( 52 )
1. 3 从买布问题说起——列一元一次方程解应用题(2) .....	( 68 )
1. 3 从买布问题说起——列一元一次方程解应用题(3) .....	( 79 )
1. 3 从买布问题说起——列一元一次方程解应用题(4) .....	( 90 )
1. 3 从买布问题说起——列一元一次方程解应用题(5) .....	( 106 )
1. 4 再探实际问题与一元一次方程 .....	( 118 )
中考热点题型分析 .....	( 131 )
本章测试题 .....	( 137 )
第二章 二元一次方程组 .....	( 144 )
2. 1 二元一次方程组 .....	( 144 )
2. 2 消元 .....	( 157 )
2. 3 再探实际问题与二元一次方程组(1) .....	( 178 )
2. 3 再探实际问题与二元一次方程组(2) .....	( 195 )

## CONTENTS



# 基 础 篇

## 第一章 一元一次方程

### 1.1 从算式到方程

#### 1.1.1 一元一次方程

##### 学习指导

###### [考纲要求]

本节重点考查一元一次方程的定义及相关概念,题型以选择题、填空题为主,分值3分左右.本节知识是一元一次方程的基础.

###### [重点聚焦]

###### 重点

- 通过对实际问题的分析,初步认识从算式到方程是数学的进步.
- 理解一元一次方程的概念,区分方程的解与解方程的不同.

###### 难点

建立实际问题中的一元一次方程.

### 知识点精析与应用

#### 知识点精析

1. 用等号“=”表示相等关系的式子,叫等式.一般用  $a=b$  的形式表示等式含有未知数的等式叫做方程,未知数常用字母  $x, y, z$  等表示.

方程有两个要素,缺一不可:

(1) 方程必须是一个等式.

(2) 方程必须含有未知数.

整式方程是指分母中不含未知数的方程

## 2. 一元一次方程

在一个方程中, 只含有一个未知数, 并且未知数的指数是1, 这样的整式方程叫做一元一次方程.

这里的“元”是指未知数, “次”是指含有未知数的项的未知数的指数.

## 3. 使方程左、右两边的值相等的未知数的值, 叫做方程的解

求方程的解的过程叫解方程.



## 问题探究

## 整式方程从 1.1

如图1-1, 认识观察两个小朋友与“小卡通”的对话及2005年5月的日历.



图1-1

SUN	MON	TUE	WED	THU	FRI	SAT
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

摆在眼前的这些事实, 你用心地思考、研究过它们吗? 其实, 数学就在其中

(1) 你能用算术方法求出这三天分别是几号吗?

(2) 若设其中一天为  $x$ , 则其他两天为 \_\_\_\_\_, 根据小颖的对话, 你能列



出含有  $x$  的等式吗?

和你的同伴一起研讨，并交流各自的体会。

[提示] (1)  $60 \div 3 = 20$ ,  $20 - 7 = 13$ ,  $20 + 7 = 27$ ; (2) 设中间一个数为  $x$ , 则其他两天为  $x-7$  和  $x+7$ ; (3)  $(x-7) + x + (x+7) = 60$ .

## 解题方法指导

### 1. 方程的识别

这类题先观察是否是等式，再看是否含有未知数。

[例 1] 判断下列各式哪些是方程，哪些不是方程：

$$(1) 3 \times 5 = 15;$$

$$(2) 3m - n = 7;$$

这是不等式

$$(3) 3y + 4;$$

$$(4) p = 3;$$

$$(5) 2x + 1 > 3.$$

[分析] (1) 只是等式，不含未知数；(3) 不是等式，等式是方程的前提条件，含有“等号”是等式的基本特征。

[解] (1) 不是方程；

(2) 是方程；

(3) 不是方程；

(4) 是方程；

(5) 不是方程。

其中(4)是方程的最简形式，要注意的是，不要总习惯地认为  $x, y, z$  才是未知数

[说明] 方程是等式集合中的一部分，它们之间关系可表示为：

等式  
方程

### 2. 判断一元一次方程

判断一个等式是否为一元一次方程，要看它是否符合两个条件：一是只含一个未知数，二是未知数的指数是 1 且为整式方程，两个条件缺一不可。

[例 2] 判断下列各等式哪些是一元一次方程：

$$(1) 3 - 2 = 1;$$

$$(2) 3x + y = 2y + x;$$

$$(3) 2x - 4 = 0;$$

$$(4) S = \frac{1}{2}ab.$$

对这类等式先要化简，从最终形式确定是否是一元一次方程

[分析] (1)只是一个等式,不含未知数;(2)含有两个未知数 $x, y$ ;(3)符合一元一次方程的条件;(4)含三个未知数.

[解] (1)(2)(4)不是一元一次方程;

紧扣概念,准确作答

(3)是一元一次方程.

### 3. 检验方程的解

判断一个数是否是方程的解,要把这个数代入方程,使等式成立的值才是方程的解.

[例3] 检验下列各数是不是方程 $3x-2=4+x$ 的解:

$$(1)x=3; \quad (2)x=-2.$$

[分析] 解答本例的方法是将数分别代入方程的左边和右边,看其是否相等,其依据是方程的解的定义.

[解] (1)把 $x=3$ 分别代入原方程的左边和右边,得

$$\text{左边} = 3 \times 3 - 2 = 7,$$

$$\text{右边} = 4 + 3 = 7.$$

$\because$  左边=右边,

$\therefore x=3$  是方程 $3x-2=4+x$ 的解.

(2)把 $x=-2$ 分别代入原方程的左右两边,得

$$\text{左边} = 3 \times (-2) - 2 = -8,$$

$$\text{右边} = 4 + (-2) = 2.$$

$\because$  左边 $\neq$ 右边,

$\therefore x=-2$  不是方程 $3x-2=4+x$ 的解.

学会检验的步骤

[说明] 检验方程的解是本节的一个重点,检验过程要注意格式的书写规范,不能直接将数值代入方程,如(2)不能这样写:

把 $x=-2$ 代入原方程,得

$$3 \times (-2) - 2 = 4 + (-2)$$

你可不要犯了这类错误

$$-6 - 2 = 4 + (-2)$$

$$-8 \neq 2$$

$\therefore x=-2$  不是原方程的解.

这样写不对的原因在于未检验之前尚不知 $x=-2$ 是否是方程的解,也就是不知 $x=-2$ 时方程两边相等不相等,这样就不能用等号连接,即使上例检验时从第一步开始都写成不等号,也不符合规范.



## 4. 列方程反映等量关系

[例4] 根据下列条件,列出方程:

- (1)  $x$  的  $20\%$  与 15 的差的一半等于  $-2$ ;
- (2) 某数与 1 的差的绝对值加上 1 等于 2;
- (3)  $x$  的  $10\%$  与  $y$  的差比  $y$  的 2 倍少 3;
- (4) 某数增加 2 倍比某数的一半多 9.

列方程的关键是从题意中找到等量关系,这就要瞄准问题中反映数量关系的词语,同时别忘了设未知数

[分析] 分析题意,找出等量关系,列出正确的代数式,建立方程. 重点是抓住关键词,以确定其中包含的数量关系.

[解] (1)  $\frac{1}{2}(20\% \cdot x - 15) = -2$ ;

(2) 设某数为  $x$ ,那么有:

$$|x - 1| + 1 = 2;$$

$$10\% \cdot x - y = 2y - 3;$$

(4) 设某数为  $x$ ,那么有:  $(2+1)x = \frac{1}{2}x + 9$ .

[说明] 列方程要善于找出题中的数量关系,通常可从题中挖掘出“相等”,“比……大”,“乙是甲的  $\times$  倍”,“增加”,“翻  $\times$  番”等表示相等关系的词语.

[例5] 根据题意,列方程:

(1) 某旅行团一行人到达某一住处,如果安排 3 人一间,则有 10 人无法安排;如果安排 4 人住一间,则空出 2 张床,问:这一行有多少人?

(2) 某班总人数 70,其中会游泳的 52 人,会滑冰的 33 人,两样都不会的 6 人,问:两样都会的有多少人?

[分析] (1) 中不管怎样安排,这一行人的人数不变,若设有住房  $x$  间,则人数为  $3x+10$  或  $4x-2$ ,从而可列方程.(2) 中会游泳的 52 人和会滑冰的 33 人中,有一部分是两样都会的,本题的等量关系是:某班的总人数=会游泳+会滑冰-两样都会的+两样都不会的.

[解] (1) 设有住房  $x$  间,

依题意列方程,得

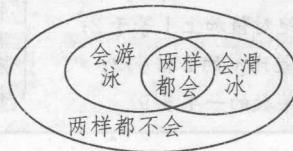
$$3x+10=4x-2.$$

(2) 设两样都会的有  $x$  人,

依题意列方程,得

$$70 = 52 + 33 - x + 6.$$

[说明] 题(2)可以借助集合的观念帮助分析,从而找到问题中的等量关系,其中的关系可用下图表示:



从图上可清楚地看到,把“会游泳”“会滑冰”“两样都不会”相加求和时,“两样都会”被重复加了一次,故把这个“和”减去“两样都会”必得总人数为 70.

### 基础达标演练

- 下列说法不正确的是 ( )  
 A.  $3x - 2x = 5x$  是方程      B.  $x = 0$  是方程  
 C.  $2x - 3y = 1$  是方程      D.  $\pi = 3.14$  是方程
- 某数与 2 的和的 3 倍是 9,设该数为  $x$ ,所列方程是 ( )  
 A.  $x + 2 \times 3 = 9$       B.  $3(x + 2) = 9$   
 C.  $3x + 2 = 9$       D.  $2x + 3 = 9$
- 根据下列所给的条件,能列出方程的是 ( )  
 A.  $a$  与 1 的差的  $\frac{1}{4}$       B. 一个数的  $\frac{1}{3}$  是 6  
 C. 甲数的 2 倍与乙数的  $\frac{1}{2}$  的和      D.  $a$  与  $b$  的差的 20%
- 根据条件“ $x$  的  $\frac{1}{4}$  比它的  $\frac{1}{3}$  少 5”的数量关系列方程,正确的是 ( )  
 A.  $\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}x = 5$       B.  $\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x = 5$   
 C.  $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{1}{4}x$       D.  $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x = 5$
- 方程  $3x - 4 = 5$  的解是 ( )  
 A.  $x = -3$       B.  $x = \frac{1}{3}$   
 C.  $x = 3$       D.  $x = -\frac{1}{3}$
- 下列方程中哪个方程的解是 2 ( )  
 A.  $4x - 1 = 2x$       B.  $6x + 4 = x + 1$

C.  $2x-2=3x-4$

D.  $5x-2=3x+6$

7. 下列方程中,一元一次方程有

①  $3x+2y=1$ ; ②  $m-3=6$ ;

③  $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}=0.5$ ;

④  $x^2+1=2$ ; ⑤  $\frac{1}{3}z-6=5z$ ;

⑥  $\frac{3x-3}{2}=4$

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

8. 如果  $\frac{2}{3}x^{4n-7}-\frac{1}{2}=1$  是关于  $x$  的一元一次方程,那么  $n$  的值为

A. 2

B. 3

C. 5

D. 6

9. 若  $x=3$  是方程  $ax=5$  的解,则  $x=3$  也是方程( )的解.

A.  $3ax=15$

B.  $ax-3=-2$

C.  $ax-0.5=-\frac{11}{12}$

D.  $\frac{1}{2}ax=-10$

10. 某工厂在第一季度生产机器 300 台,比原计划超产 20%,若设原计划第一季度生产  $x$  台,则这个问题中所含的相等关系及相应的方程是

A. 实际产量 + 超产量 = 原计划产量

$300+20\% \times 300=x$

B. 实际产量 + 超产量 = 原计划产量

$300+20\% \cdot x=x$

C. 实际产量 - 超产量 = 原计划产量

$300-20\% \times 300=x$

D. 实际产量 - 超产量 = 原计划产量

$300-20\% \cdot x=x$

11.  $x$  的 3 倍与 5 的和是 14,列方程为\_\_\_\_\_.12. 某数的 2 倍与 8 的差是 10,若设某数为  $x$ ,则方程表示为\_\_\_\_\_.13. 两边都放有物体的天平处于平衡状态,一托盘中物体的质量为  $x+3$ ,另一个托盘中物体的质量为 7,用方程表示天平两边所放物体的质量关系为\_\_\_\_\_.14. 如果某物体原定价为  $a$  元,若打九折,那么实际卖\_\_\_\_\_元.15. 已知光明中学七年级(二)班有男生 26 人,女生占全班人数的  $\frac{11}{24}$ ,若设班级总人数为  $x$  人,则女生人数用  $x$  表示为\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_,可列方程为\_\_\_\_\_.16. 一根铁丝用去  $\frac{2}{3}$  后还剩 2 m,若铁丝原长  $x$  m,可列方程为\_\_\_\_\_.