

结构强度 振动 测试 理论与应用学术会议

论 文 集

(上册)



黑 龙 江 省 振 动 工 程 学 会
黑 龙 江 省 宇 航 学 会
北 京 振 动 工 程 学 会 联合举办
中 国 振 动 工 程 学 会 结 构 动 力 学 分 会

一九九二年七月 大庆市

目 录

- 1、均匀流场中并列柱上的流体力测量及响应预报
徐文景、姚熊亮、陈起富……1
- 2、快速沃尔什-哈达马变换及其在发电机故障诊断中应用
贾 润、姜兴渭、董彩凤……9
- 3、时域最小实现的整体参数辨识方法
郭中阳、王 杜、张国华……18
- 4、双柱式钢混桥墩的动态识别
黄凤芝、刘勇生……22
- 5、偏相干分析振源识别中的应用
郑 绪……29
- 6、端弯矩和轴力联合作用下简支梁的精确后屈曲分析
张文福、彭高华、闫 石……34
- 7、探讨一种求解振动位移最大峰-峰值及其方向的方法
须根法、夏松波、冯永新……39
- 8、振动理论在桩基检测中的应用
孟德仁、王永成、王连彬……45
- 9、“振型圆谱分量法”在现场动平衡中的应用
张健民、池 伟、王国强……49
- 10、一种测量场地介质剪切波速度的新方法
黄振平、王友琴……55
- 11、超低频振动测量中振动参数及仪器的选择
杨学山、王友琴、黄振平……62
- 12、振动测量中的噪声问题与抗噪技术
张德兴、金少先、顾纯学……68
- 13、碎石桩复合地基强度测试初探
郭树谦……72
- 14、磁轴承的被动悬浮特性分析与控制系统设计
吕庭彦……80
- 15、地震时立交曲桥位移反应的简易模型试验测定
董文芝、王珞珈……85
- 16、用有限条-RICCATI迁移矩阵法计算环园板的动力响应
陈继荣……91
- 17、井字楼盖优化设计
夏松波、刘喜庆……96
- 18、CA1190汽车悬架设计及平顺性分析
雷雨成……103
- 19、威海市九项工程动测成果统计分析与评价
吴再跃、王日松、郭树谦……111
- 20、J-50拖拉机座椅的振动测量及乘坐舒适性评价
王平、方广盛、姜欣……117
- 21、化工设备故障诊断系统的研究
王日新、须根法、徐敏强……123
- 22、模糊数学方法在旋转机械故障振动诊断中的应用概况
程道来、徐世昌……129
- 23、大庆某电厂机组基础动力特性的测试及分析
文联合、邓樱、屠良尧……135
- 24、涡轮机械振动故障识别
王莉、姜兴渭……140
- 25、便携式状态监测故障诊断仪的研究
徐敏强、须根法、王日新……145
- 26、关于多台200MW汽轮发电机组故障诊断专家系统研制的几个问题探讨
须根法、冯永新……149
- 27、国产200MW汽轮发电机组轴系扭振现场实测及分析研究

28、MOVILOG及诊断软件MOVISCOPE的应用	张庆海、杨真杰、张丽琴……166
29、MOVILOG现场动平衡的应用	张庆海、杨真杰、张丽琴……172
30、刚体对随机摩擦力的响应	李邦宜、王 莉、屠良尧……176
31、方程求根问题的一种改进的迭代法	邵纪群、牛彦良……181
32、勘探可控震源对地下埋设管线的影响	王云剑、邱玉洁……184
33、桥梁挠度测量的新仪器——QY型倾角仪	黄振平、杨学山……191
34、ZF-1型振动幅值仪	王绍荣、杨学山……198
35、国产五万千瓦汽轮发电机组励磁机轴弯曲故障诊断	李邦宜、王莉、徐世昌……203
36、压汽机在线监控与故障预报和分析系统的研制	张喜钟、张国斌……208
37、大型发电机的实验装置及故障诊断系统	董彩凤、贾润、姜兴渭……213
38、冲击荷载作用下开口圆环的动应力分析	王 强、王洋林……219
39、载荷历史对芳纶复合材料弯曲性能的影响	李海涛、方旭东……224
40、无损检测及无损评价技术在复合材料研究中的应用	李海涛、杜善义……229
41、某型号导弹的实验模态分析	李邦宜、陈立平、申杰……234
42、柔性机械臂主动控制实验装置的设计与制造	李邦宜、曹世杰、王莉……239
43、TELEPERM M AS235计算机系统应用分析	郭慧彬、奚万斌……244
44、6DS1412-8AA智能控制模件在大型火力发电厂中的应用	郭慧彬、马刚……249
45、某热电厂2'锅炉引风机的振动故障分析与处理	汪光明、刘荣强、夏松波……254
46、转子与静子碰磨引起的振动相位变化	刘占生、汪光明、夏松波……260

均匀流场中并列柱上的流体力测量及响应预报

徐文景 姚能亮 陈起富

(哈尔滨船舶工程学院)

摘 要

本文对 $T/D=1.75, 2.5, 3.5$ 并列双圆柱在均匀流场中的运动与受力进行了测量, 获得了计及流固耦合效应及柱间干扰作用的流体动力系数, 提出了计算双圆柱动力效应的数学模型并编制了计算程序。

一、引 言

当稳定来流流过刚性圆柱时, 在柱表面后部会产生流体自柱表面的分离, 释放旋涡, 并对圆柱施加脉动力。旋涡释放频率 f_s 可用Strouhal数来表征

$$St_s = \frac{f_s D}{V} \quad (1-1)$$

其中 V 是来流速度, D 是圆柱直径。当旋涡激励施加于弹性圆柱时, 圆柱结构会产生激励振动, 称为“涡激振动”。结构的振动将控制旋涡释放, 形成圆柱运动与其尾流场之间的耦合效应。特别当来流速度达到使旋涡释放频率接近于圆柱的固有频率 f_n 时, 产生“共振现象”。这时强烈的振动控制着旋涡释放, 使得旋涡释放频率 f_s 在一定的来流速度范围内保持在固有频率附近, 形成“锁频”($lock-in$)现象。对于并列弹性双圆柱, 除上述之流固耦合效应之外, 还存在两柱之间的邻近干扰作用, 改变了流场特性, 从而改变了作用于柱上的流体力性质。因此, 研究并列双圆柱的涡激振动必须同时考虑流固耦合效应及柱之间的邻近干扰作用。

流体力 F 通常是约化速度 V_r 和约化阻尼 Sc 的

$$V_r = \frac{V}{f_n D} \quad Sc = \frac{2\zeta \delta}{\rho D^2} \quad (1-2)$$

以及无因次间距 T/D 的函数。这里, m 是圆柱单位长度质量, δ 是圆柱结构阻尼对数衰减率, ρ 是流体密度, T 是两柱之间中心间距。

涡激振动现象广泛存在于离岸结构, 潜艇潜望镜, 土木建筑及核电站热交换器等工程领域中。柱结构的强烈振动使结构物无法正常工作, 甚至导致损毁, 因此受到人们的关注。

目前, 关于并列弹性双圆柱的涡激振动响应预报还没有做过报导。其主要困难在于弹性柱体的流体力测定。本文针对确定并列弹性双圆柱流体力及其响应预报这两个基本问题, 在 $1.6 \times 10^3 \leq Re \leq 1.1 \times 10^4$, $1.75 \leq T/D \leq 3.5$ 范围内, 测定了处于均匀流场中并列双圆柱表面分布脉动压力及其展向相关特性, 并同时测定了振动响应。在确定作用于柱体上的流体力的基础上, 建立了预报响应的数学模型并编制了计算程序。计算结果与实验值吻合良好。

二、试验装置、测量系统

试验在船模水池中进行。水池长 108m , 宽 3.7m , 水深 3.5m , 最大拖曳速度 5m/s , 水温 14.9°C 。试验模型圆柱选用黄铜管制做, 外径 $D=40\text{mm}$, 长度 $L=1300\text{mm}$, 两柱尺寸相同。柱以悬臂方式, 自由端朝下, 以法兰固定于拖车的支持平台上, 柱轴线垂直于水面, 两柱中心连线垂直于拖车运动方向。在

沿柱自由端时连接流向及横向安装四个SHQ-100型加速度传感器。在 $z=7-114\text{cm}$ 处，沿周向安装10个PS型超小型压力传感器；沿柱轴向每隔为32cm安装4个PS型压力传感器。支持平台一法兰装置可调整两柱间距为 $T/D=1.75, 2.5, 3.5$ （图1）。所有加速度传感器输出信号经5100型电荷放大器输入到SR-10型磁带记录机进行记录。全部压力传感器输出信号经YD-15型动态应变仪输入到SR-10型磁带记录机进行记录。全部记录信号由1200型信号处理机进行预先处理，然后再由本文发展的计算程序在Siemens计算机上计算并将结果绘制成曲线。

用锤击法测得两柱固有频率均为11.2Hz

三、试验结果和讨论

1. 支持平台的振动

在本文的实验中，平台的振动是柱振动的 10^{-3} 量级，故可忽略平台振动对柱振动的影响

2. Strouhal数（简称St数）

本文的St数是从分析两柱的加速度和柱表面压力的自功率谱中与来流速度呈线性变化的频率成分得到 f_s ，然后根据（1-1）式得到的：

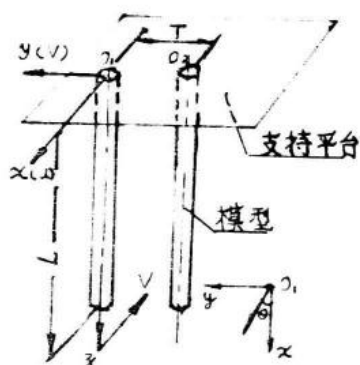


图1 模型位置及坐标系

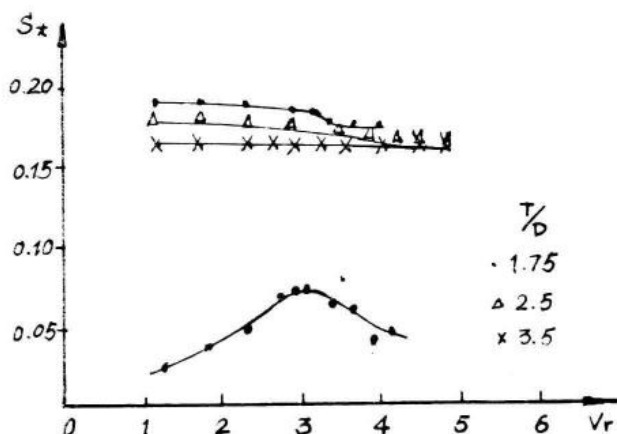


图2 St数与 V_r 的关系

通过分析，并列双圆柱的St数具有如下特点

- 两柱的St数相同。这与Chen^[1]得到的结果相同。
- 从图2可以看出：在双稳态区中（ $T/D=1.75$ ），有两种St数存在；而在耦合涡街区中（ $T/D=2.5, 3.5$ ），只有一种St数存在。这与Herrman^[2]实验结果相吻合。
- 柱的St数随 V_r 的增加而下降。

在双稳态区中存在两种St数反映了两柱之间的间隙偏流对旋涡释放的影响，而St数随 V_r 的增加而下降反映了柱的旋涡释放还受到柱的振动的影响。

3. 柱表面的压力系数

建立如图1所示的坐标系。柱表面任意一点的压力系数可表示成：

$$C_p(c, \theta, t) = C_{p0}(c, \theta) + C'_p(c, \theta, t) \quad (3-1)$$

其中 $C_{p0}(c, \theta)$ 为稳态压力系数， $C'_p(c, \theta, t)$ 为脉动压力系数。

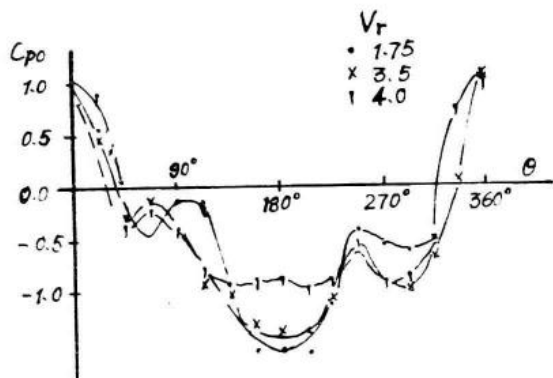


图3 C_{p0} 沿柱周向分布

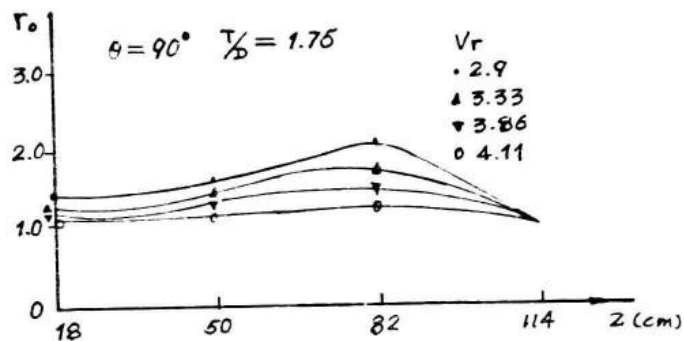


图4 r_0 曲线

图3给出了柱在 $T/D=1.75$ 时 z 截面的稳态压力系数 $C_{p0}(z, \theta)$ 柱沿周向的分布(对于 $T/D=2.5$ 和 3.5 的 $C_{p0}(z, \theta)$ 分布规律与之大致相同)。从中可以看到:

- 稳态压力系数 C_{p0} 随 V_r 的增加而负压减小。
- 稳态压力系数 C_{p0} 沿柱周向的分布不对称。

这是由于两柱之间的邻近干扰作用所引起的。但是这种不对称性随 V_r 的增加而减弱。可见柱的振动会改变两柱之间邻近干扰的性质。

令

$$r_0(z, \theta) = \frac{C_{p0}(z, \theta)}{C_{p0}(z, \theta)} \quad (3-2)$$

其中: $r_0(z, \theta)$ 表明了稳态压力系数沿柱轴向的相关性。图4给出了柱 r_0 在 θ 等于和 90° 时随 z 的变化趋势:

r_0 沿柱轴向的分布是不均匀的,且对于不同的 θ 角, r_0 随 z 的变化趋势不同。在 $\theta=90^\circ$ 时, r_0 沿柱轴向的变化趋势随 V_r 的增加而变得比较均匀。脉动压力系数 $C_p'(z, \theta, t)$ 的自功率谱为线谱。在 $V_r < V_{r0}$ (V_{r0} 表示旋涡释放频率进入锁定区时所对应的约化速度,本文给出 $V_{r0}=3.8 \sim 4.1$)时,脉动压力系数主要包括四种频率成分:旋涡释放频率成分,柱的固有频率成分,旋涡释放频率与柱固有频率之和的成分,两倍的柱固有频率成分。当 $V_r > V_{r0}$ 时,脉动压力系数所含的频率成分发生了变化,它包含有如下几种频率成分:旋涡释放频率成分和固有频率成分。这时旋涡释放频率与固有频率之比保持在 $0.75 \sim 0.79$ 之间,这表明柱的振动控制了旋涡释过程。另外还包括两倍及三倍旋涡释放频率。综合上述, $C_p'(z, \theta, t)$ 可表示成:

$$C_p'(z, \theta, t) = \sum_i C_{pi}'(z, \theta, t) \quad (3-3)$$

其中 $C_{pi}'(z, \theta, t)$ 为与第 i 种频率成分相对应的脉动压力系数。

由于脉动压力系数的固有频率成分仅当柱振动时才会出现,所以脉动压力系数 $C_p'(z, \theta, t)$ 不仅与旋涡释放有关,而且与柱的振动有关。

图5给出了 $T/D=1.75$ 时,在周向沅压截面 Z 处与柱的旋涡释放频率 f_v 相对应的脉动压力系数 $C_{pv}'(z, \theta, t)$ 随 θ 角变化的规律(与其它频率相对应的脉动压力系数以及对于 $T/D=2.5, 3.5$ 的各种脉动压力系数由于篇幅有限,在此从略):

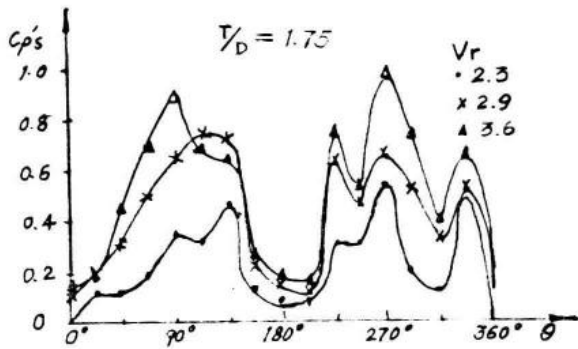


图5 $C_p's$ 沿柱周向的分布

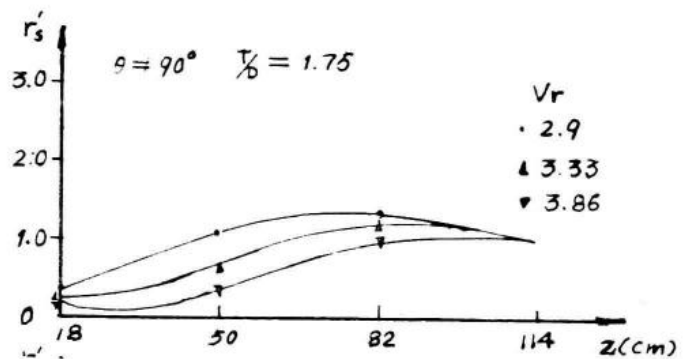


图6 γ_s' 曲线

- (1) $C_p's$ 相对于柱的流向分布不对称。两柱内周边缘的 $C_p's$ 变化比外周边缘复杂。
- (2) 当 V_r 到达一定值后, $C_p's$ 在数量上增加缓慢。
- (3) $C_p's$ 的最小值不出现在 θ 等于180°的位置上而是略偏向于两柱的内侧边缘。这种现象随着 V_r 及 T/D 的增加而消失。本文认为脉动压力系数的偏向现象是由于间隙的流所造成的。由上面的结论可知, 两柱间隙的流随着 V_r 的增加(即柱振动的增加)或 T/D 的增加而减弱。

若令:

$$\gamma_s'(z, \theta) = \frac{C_p'(z, \theta)}{C_p'(z^*, \theta)} \quad (3-4)$$

其中 $C_p'(z, \theta)$ 和 $C_p'(z^*, \theta)$ 分别表示在 θ 角处, 在柱的任意横截面 z 以及周压截面 z^* 处的脉动压力系数的幅值。则 γ_s' 表示脉动压力频率 f 相对应的脉动压力沿轴向的相关性。

图6给出了柱在 $T/D=1.75$ 、 θ 等于90°时 γ_s' 沿柱轴向的变化趋势。可见, γ_s' 随 z 的减小, γ_s' 变小, 即 γ_s' 沿柱轴向的分布是不均匀的。这种不均匀性是由于柱振动所引起的。可以指出 γ_s' 对于不同的 θ 角随坐标的变化趋势比较一致。本文实验中还发现, 对应于不同频率成分的脉动压力系数沿柱轴向的变化趋势与 γ_s' 有相似之处即对于不同的 θ 角其随坐标 z 的变化趋势一致。因此, 可以引入脉动压力系数沿柱轴向的等效相关系数 $\gamma_s'(z)$:

$$\gamma_s'(z) = \frac{C_p'(z, \theta, t)}{C_p'(z^*, \theta, t)}$$

所以

$$C_p'(z, \theta, t) = \gamma_s'(z) \cdot C_p'(z^*, \theta, t) \quad (3-5)$$

考虑到脉动压力是线谱, 所以(3-5)式中之 $C_p'(z, \theta, t)$ 可以写成

$$C_p'(z, \theta, t) = C_{p1}(z, \theta) \sin(\omega_1 t - \phi_1) \quad (3-6)$$

其中 $C_{p1}(z, \theta)$ 是与第1种频率对应的脉动压力系数幅值, ω_1 是对应的相角。

$$\gamma'_1(z) = \frac{C'_{p1}(z, \theta)}{C'_{p1}(z^*, \theta)}$$

并注意到(3-3)式及(3-6)式，于是(3-5)式可以写为

$$\sum \gamma'_1(z, \theta) C'_{p1}(z^*, \theta) \sin(\omega_1 t + \theta_1) = \gamma'_1(z) C'_{p1}(z^*, \theta) \sin(\omega_1 t + \theta_1) \quad (3-8)$$

使(3-8)式等号两端在均方根意义上相等，可得

$$\gamma'_1(z) = \sqrt{\sum \int_0^{2\pi} \gamma'^2_1(z, \theta) C'^2_{p1}(z^*, \theta) d\theta} / \sqrt{\sum \int_0^{2\pi} C'^2_{p1}(z^*, \theta) d\theta} \quad (3.9)$$

于是圆柱表面任一点的脉动压力系数可按(3.5)式计算，其中， $C'_{p1}(z, \theta, t)$ 是圆压截面的压力系数。

4. 柱的动态响应

柱的流向和横向的振动含有不同的频率成分。在 $V_r = V_{rc}$ 时柱的流向及横向振动包含四种频率即柱的旋涡释放频率、柱的湿模态固有频率、涡放频率与湿模态固有频率的合成频率（该频率成分只在横向振动中出现）以及两倍的固有频率。当 $V_r > V_{rc}$ 时合成频率成分及两倍湿模态固有频率成分消失，代之出现的是两倍和叁倍的旋涡释放频率。

另外，柱的流向湿模态固有频率随 V_r 增加而上升；而横向湿模态固有频率在 $V_r = V_{rc}$ 等于柱在静水中的固有频率，但当 $V_r > V_{rc}$ 时，其值随 V_r 增加而下降。

上述实验结果与chen^[12]的实验结果基本一致。但不同的是，在本文实验中，在 $V_r = V_{rc}$ 时，柱的横向振动含有两倍和叁倍的旋涡释放频率，其流向振动包含两倍的涡放频率。这在chen的实验中未见到。另外chen还发现当 $V_r = V_{rc}$ 时，在柱的横向振动中还包含二分之一的柱的流向湿模态固有频率。这在本文实验中未曾见到。

值得注意的是，不论是在chen^[12]的实验中，还是在本文的实验中，柱的流向振动并不总含有两倍的旋涡释放频率成分，而只是在 $V_r = V_{rc}$ 时，柱的流向振动才会出现两倍的旋涡释放频率。并且这时其横向振动也含有两倍的旋涡释放频率成分。因此这一现象不能支持通常认为柱在流向以两倍旋涡释放频率振动的看法。

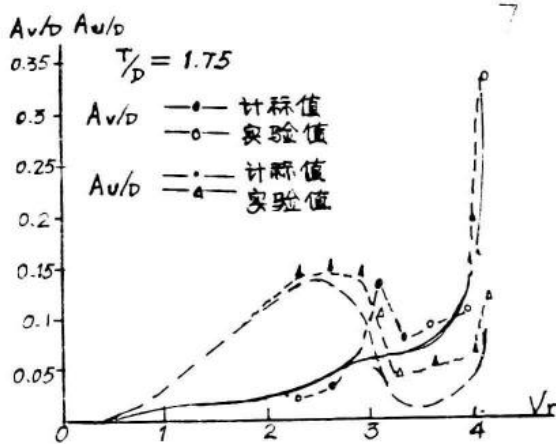


图7 流向及横向的无因次振幅

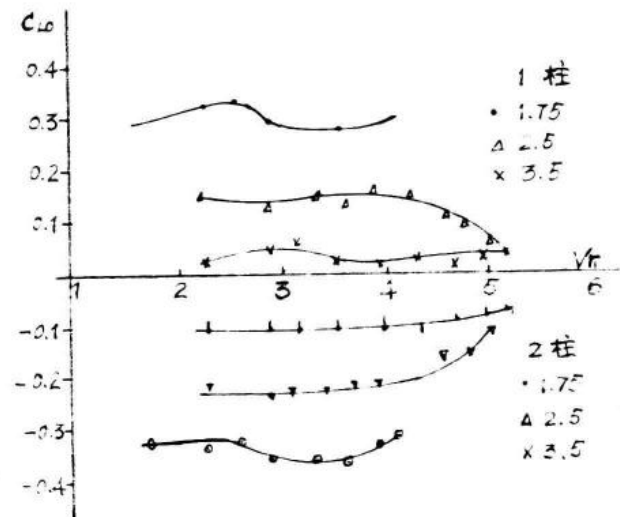


图8 C_{L1} 与 V_r 的关系

图7给出了两柱在 $T/D=1.75$ 时其横向及流向的无因次振幅 ($A_{V_r}/D, A_{U_r}/D$) 随约化速度 V_r 的变化趋势 ($T/D=2.5, 3.5$ 的 $A_{V_r}/D, A_{U_r}/D$ 随 V_r 的变化趋势与 $T/D=1.75$ 的 $A_{V_r}/D, A_{U_r}/D$ 有较大的差异, 由于篇幅有限, 在此从略) 从中可以看到: 在 $V_r < V_{r0}$ 时, 柱的振动主要地表现为流向振动, 在 $V_r \approx 2.7$ 时 (注: 对于 $T/D=2.5, 3.5$ 时, V_r 值为 3.2) 达到峰值, 尔后随 V_r 的增加而下降; 在这一 V_r 的范围中, 流向振动主要地以柱的流向涡模态固有频率振动。在 $V_r > V_{r0}$ 时, 柱的流向振幅随 V_r 的增加而变大, 这时对应的振动频率为一倍和两倍的旋涡释放频率。柱的横向振幅在 $V_r < V_{r0}$ 时很小, 一旦 $V_r > V_{r0}$ 时, 柱的横向振幅将会迅速增加。

文献[2]在分析两柱的流向和横向振动位移的相位差之后得出: 两柱在横向为反向振动, 两柱的流向振动在双稳态区 ($T/D=1.75$) 为反向, 而在耦合涡街区 ($T/D=2.5, 3.5$) 是同向的。

5. 柱的水动力系数

柱的稳态阻力和升力系数 ($C_{D0}(Z), C_{L0}(Z)$) 由下式求得:

$$C_{D0}(Z) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_{p0}(Z, \theta) \cos \theta d\theta \quad (3-10)$$

$$C_{L0}(Z) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_{p0}(Z, \theta) \sin \theta d\theta$$

图8给出了 $C_{L0}(Z)$ 随 V_r 的变化趋势。在稳态区中 ($T/D=1.75$), 两柱的 C_{L0} 随 V_r 略有变化, 其绝对值保持在 0.29~0.38 之间, 这与 Price^[13] 的实验结果相吻合。在耦合涡街区 ($T/D=2.5, 3.5$) 中, 两柱稳态升力系数的大小不相同, 且随着 V_r 的增加而下降; 两柱稳态升力总是反向。

图9给出了两柱稳态阻力系数 C_{D0} 在 $T/D=1.75$ (双稳态区) 时随 V_r 的变化趋势。在 $V_r < 3.0$ 时, 两柱的 C_{D0} 不同, 这与 Beaman 和 Tadecock^[14] 的实验结论一致; 应当指出, 在耦合涡街区, 两柱的 C_{D0} 相同, 且与孤立柱的 C_{D0} 相等^[15]; 当 $V_r > 3.0$ 时, C_{D0} 随 V_r 的增加而变大, 两柱的 C_{D0} 变得一致, 其值为 1.30。在耦合涡街区中, 两柱的 C_{D0} 为 1.51 左右, 两柱阻力方向均与来流方向一致。

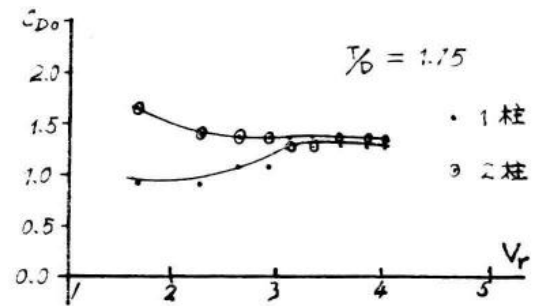


图9 C_{D0} 与 V_r 的关系

令:

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial t}, \quad \dot{U} = \frac{\partial U}{\partial t}, \quad \ddot{V} = \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}, \quad \ddot{U} = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

其中 $V(z, t), U(z, t)$ 分别表示柱在横向及流向的位移。

由前面的实验结论可知, 柱表面的脉动压力数不仅与旋涡释放有关, 而且还与柱的振动参数有关, 为此柱表面任意一点的脉动压力系数 $C'_p(z, \theta, t)$ 为:

$$\begin{aligned} C'_p(z, \theta, t) = & a_{15} \sin \omega_0 t + a_{16} \cos \omega_0 t + a_{17} \sin 2\omega_0 t + a_{18} \cos 2\omega_0 t + a_{19} \ddot{V}_0 + a_{20} \ddot{U}_0 + a_{21} \dot{V}_0^2 \\ & + a_{22} \dot{U}_0^2 + a_{23} \dot{V}_0 \dot{U}_0 + a_{24} \dot{V}_0^3 + a_{25} \dot{U}_0^3 + a_{26} \dot{V}_0 \dot{U}_0^2 + a_{27} \dot{V}_0^2 \dot{U}_0 + a_{28} \dot{V}_0^3 \\ & + a_{29} \dot{U}_0^3 + a_{30} \dot{V}_0^2 \dot{U}_0 + a_{31} \dot{V}_0 \dot{U}_0^2 + a_{32} \dot{V}_0^4 + a_{33} \dot{U}_0^4 + a_{34} \dot{V}_0^2 \dot{U}_0^2 + a_{35} \dot{V}_0 \dot{U}_0^3 \end{aligned} \quad (2-11)$$

其中: $\ddot{V}_0 = \ddot{V} - \ddot{V} \sin \alpha x, \ddot{U}_0 = \ddot{U} - \ddot{U} \sin \alpha x, \dot{U}_0 = \dot{U} - \dot{U} \sin \alpha x, \dot{V}_0 = \dot{V} - \dot{V} \sin \alpha x, U_0 = U - U \sin \alpha x, V_0 = V - V \sin \alpha x$

在本文实验中, 我们同时记录了 $C'_p(z, \theta, t)$ 及 U, V 随时间变化的信号。因此本文采用正交筛选法^[9] 筛选掉一些与 C'_p 关系不太密切的项, 然后求出剩下的各项系数。

若(3-11)式中各项系数经上述计算得到, 则由下式可求出作用于柱的脉动升力和阻力,

$$F_L(z, t) = \frac{1}{4} \rho V^2 D \int_0^{2\pi} C'_p(z, \theta, t) \sin \theta d\theta \quad (3-12)$$

$$F_D(z, t) = \frac{1}{4} \rho V^2 D \int_0^{2\pi} C'_p(z, \theta, t) \cos \theta d\theta$$

经正交筛选法计算及适当的推导之后可得:

$$F_L(z, t) = \gamma'_{1L}(z) \left[\frac{1}{2} \rho V^2 D C'_{1L} \sin(\omega_d t + \phi_L) + C_{L0} \ddot{V} + C_{V1} \dot{V} + C_{V2} \dot{V}^2 + C_{V3} \dot{V}^3 - C_{r1} \dot{U} - C_{r2} \dot{U}^2 + C_{r3} \dot{U} \ddot{V} \right] \quad (3-13)$$

$$F_D(z, t) = \gamma'_{1D}(z) \left[\frac{1}{2} \rho V^2 D C'_{1D} \sin(\omega_d t + \phi_D) + C_{D0} \ddot{U} - C_{D1} \dot{V} + C_{D2} \dot{V}^2 - C_{D3} \dot{V}^3 - C_{r1} \dot{U} + C_{r2} \dot{U}^2 + C_{r3} \dot{U} \ddot{V} \right]$$

其中 C'_{1L}, C'_{1D} 为脉动升力和阻力系数, ϕ_L, ϕ_D 为升力和阻力与柱横向及流向响应之间的相位差。

$$C_{V1} = -\frac{1}{2} \rho V D \alpha_1, C_{V2} = \frac{1}{2} \rho D \alpha_2, C_{V3} = \frac{1}{2V} \rho D \alpha_3, C_{r1} = \frac{1}{2} \rho V D \alpha_4, C_{r2} = \frac{1}{2} \rho D \alpha_5, C_{r3} = -\frac{1}{2} \rho D \alpha_6,$$

$$C_{L0} = -\frac{\rho \pi D^2}{4} \alpha_7, C_{D1} = \frac{1}{2} \rho V D \beta_1, C_{D2} = \frac{1}{2} \rho D \beta_2, C_{D3} = -\frac{1}{2V} \rho D \beta_3, C_{r1} = \frac{1}{2} \rho D \beta_4,$$

$$C_{r2} = \frac{1}{2} \rho D \beta_5, C_{r3} = \frac{1}{2} \rho D \beta_6,$$

$$C_{D0} = -\frac{\rho \pi D^2}{4} \beta_7, \omega_s = 2\pi f_s,$$

$$\omega_d = \omega_s (V_r < V_{r0}),$$

$$\omega_d = 2\omega_s (V_r > V_{r0})$$

图 10 给出了 C'_{1L}, C'_{1D} 随 $A_v D$ 的变化趋势 (其余各系数 $\alpha_1 \dots \beta_7$ 随 V_r 的变化趋势从略), 从中可以看到 C'_{1L} 与 $A_v D$ 呈非线性变化, C'_{1D} 与 $A_v D$ 几乎呈线性变化。在耦合涡街区中, C'_{1L} 随 $A_v D$ 的变化趋势与孤立^[7] 柱相同, 但在双稳态区中, 两柱的 C'_{1L} 随 $A_v D$ 的变化趋势与孤立柱差别较大。

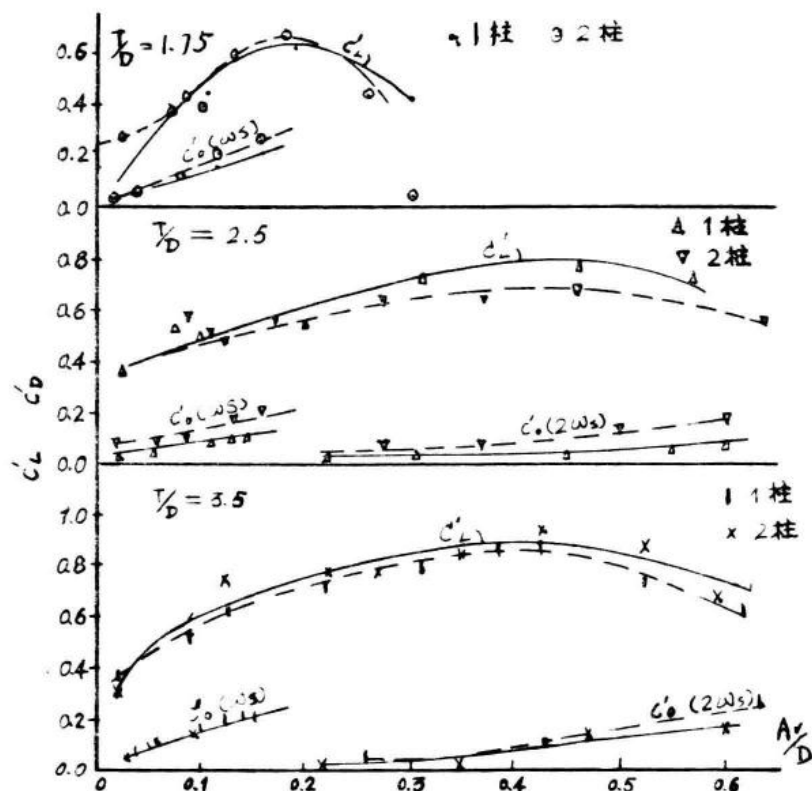


图 10 C'_{1L}, C'_{1D} 与 $A_v D$ 的关系

四、响应预报

设柱是等断面、均质的欧拉梁。在图1所示的坐标系中，两柱中任意一根柱的横向及流向振动微分方式式为：

$$EI \frac{\partial^4 V}{\partial z^4} - C_v \frac{\partial V}{\partial t} - \rho \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = F_L \quad (4-1)$$

$$EI \frac{\partial^4 U}{\partial z^4} + C_u \frac{\partial U}{\partial t} - \rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = F_D$$

其中EI为柱的弯曲刚度， C_v, C_u 分别为柱的横向及流向的结构阻力系数， ρ 为柱的干模态单位长度质量， $V(z, t), U(z, t)$ 为柱的横向及流向位移。

将(3-13)式代入方程(4-1)中得：

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 V}{\partial z^4} - (C_v - C_{v1} \gamma'_1(z)) \frac{\partial V}{\partial t} - C_1 \gamma'_1(z) \frac{\partial U}{\partial t} - \rho \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \\ = \frac{1}{2} \gamma'_1(z) \rho V^2 DC'_L \sin(\omega_a t - \phi_L) - C_{v2} \gamma'_1(z) \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right)^2 \\ - C_{v3} \gamma'_1(z) \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right)^3 + C_{u2} \gamma'_1(z) \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)^2 + C_{u3} \gamma'_1(z) \frac{\partial V}{\partial t} \frac{\partial U}{\partial t} \end{aligned} \quad (4-2)$$

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 U}{\partial z^4} - (C_u - C_{u1} \gamma'_1(z)) \frac{\partial U}{\partial t} - C_{u1} \gamma'_1(z) \frac{\partial V}{\partial t} + \rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \\ = \frac{1}{2} \gamma'_1(z) \rho V^2 DC'_D \sin(\omega_a t - \phi_D) + C_{u2} \gamma'_1(z) \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right)^2 \\ - C_{u3} \gamma'_1(z) \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right)^3 - C_{r2} \gamma'_1(z) \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)^2 + C_{r3} \gamma'_1(z) \frac{\partial V}{\partial t} \frac{\partial U}{\partial t} \end{aligned}$$

其中：
 $C_{v1} = \rho \gamma'_1(z) C_{Lm}$
 $C_{u1} = \rho \gamma'_1(z) C_{Dm}$

方程(4-2)为流向及横向振动相互耦合的非线性偏微分方程组。

本文采用纽马克^[8,9]方法对方程(4-2)进行时域求解，最终得两柱在自由端处的横向及流向振幅随时间的变化趋势（见图7）。从图中可以看出本文的计算结果与本文实验结果基本吻合。由此可以看出本文给出的各种流体动力系数的实验值是可信的。

五、结论

处于均匀流场中并列弹性双圆柱，其动态响应和水动力特性在双稳态区中和在耦合游荡区中是不同的。在双稳态区中，两柱之间的间隙偏流受两柱的振动影响较大。在 V_1, V_{c2} 时，两柱的振动会改变其间隙偏流的双稳态性。在耦合游荡区中，两柱的动态响应与水动力特性与孤立柱相似。另外本文所给出的有关并列弹性双圆柱在均匀流场中的涡激振动的预报方法基本反映了并列弹性双圆柱在均匀流场中涡激振动的物理本质。

参考文献（略）

快速沃尔什-哈达玛变换 及其在发电机故障诊断上的应用

哈尔滨工业大学 贾润 姜兴深 董彩凤

摘要

本文详细论述了快速沃尔什-哈达玛变换的原理、程序的实现以及改进的W-FT在发电机故障诊断上的应用

一、前言

频谱分析技术是处理机械信号的最普通、最常用的方法，也是机械故障诊断的重要手段。目前最常用的是采用快速付里叶变换（FFT）的频谱分析法。FFT是基于正余弦函数所构成的完备的正交函数系，使任何绝对可积的函数都可以表示为正、余弦函数，但它要进行复数运算就比较费时。1923年沃尔什提出一组完备的正交函数系，它可以避免复数运算，每个函数只取+1与-1两个值，就是所谓二值正交函数。它的特点是图形呈矩形，有跳变特性，在跳变点间仅取上述两个数值，它满足了完备和正交特性，可以进行级数展开与函数变换，因此，以沃尔什函数为基础所构成的变换，是实数加减运算，可以想到其运算速度，一定会比付里叶变换为快。通常为了便于与所熟知的频域相区别，把沃尔什变换这类解析方法称为序域法。本文详细论述了快速沃尔什变换的原理、程序的实现方法及改进的W-FT在发电机故障诊断中的应用。

二、沃尔什（walsh）函数

一般取时基的中点为零，即在区间 $-\frac{1}{2} \leq t < \frac{1}{2}$ 为沃尔什函数下定义，同时规定在这个区间以外，沃尔什函数恒等于零。沃尔什函数记作 $wal(j, t)$ ，其中 t 是时间变量，就是+1和-1。规定这些函数为右连续，用差分方程表示为：

$$wal(0, t) = +1, \quad -\frac{1}{2} \leq t < \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$wal(1, t) = \begin{cases} +1, & -\frac{1}{2} \leq t < 0 \\ -1, & 0 \leq t < \frac{1}{2} \end{cases} \quad (2)$$

当 k 等于

$$k = k_0 2^0 + k_1 2^1 + \dots + k_p 2^p, \quad k_i = 0 \text{ 或 } 1$$

时我们可以规定:

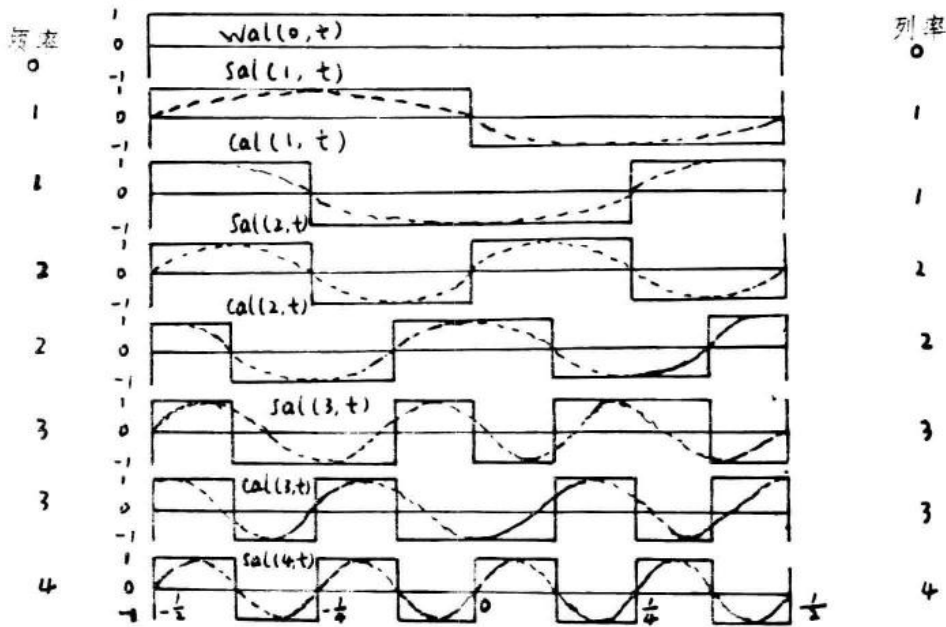
$$\text{wal}(k, t) = \prod_{i=0}^p \text{wal}(k_i 2^i, t), \quad -\frac{1}{2} \leq t < \frac{1}{2} \quad (3)$$

这样规定的函数就可以组成一个完备的正交函数系, 与三角函数类似, 我们可以把 $\{\text{wal}(n, t)\}$ 分为两组, 一组是偶函数, 一组是奇函数, 并引进沃尔什正弦函数, 记作 $\text{Sal}(n, t)$ 和沃尔什余弦函数, 记作 $\text{Cal}(n, t)$.

$$\text{Sal}(n, t) = \text{wal}(2n-1, t) \quad n=1, 2, \dots \quad (4)$$

$$\text{Cal}(n, t) = \text{wal}(2n, t) \quad n=1, 2, \dots \quad (5)$$

最简单的方法是用图形表示, 前面几个函数的图形如图一所示, 通过图形可看出, 它很象付里叶正弦函数。



图一 沃尔什函数与付里叶谐波

在考虑高维沃尔什函数时可以方便地表示成如下矩阵关系 (以 $N=8$ 为例), 通过对连续 walsh 函数适当采样, 得到离散 walsh 矩阵形式:

$$\begin{array}{c}
 n \setminus t_k \\
 \begin{array}{c}
 0 \\
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5 \\
 6 \\
 7
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 0 \\
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5 \\
 6 \\
 7
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 +1 \\
 +1 \\
 +1 \\
 +1 \\
 +1 \\
 +1 \\
 +1 \\
 +1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 +1 \\
 +1 \\
 -1 \\
 -1 \\
 -1 \\
 -1 \\
 +1 \\
 +1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 +1 \\
 +1 \\
 -1 \\
 -1 \\
 +1 \\
 +1 \\
 -1 \\
 -1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 +1 \\
 -1 \\
 -1 \\
 +1 \\
 +1 \\
 -1 \\
 -1 \\
 +1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 +1 \\
 -1 \\
 -1 \\
 +1 \\
 -1 \\
 +1 \\
 +1 \\
 -1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 +1 \\
 -1 \\
 +1 \\
 -1 \\
 -1 \\
 +1 \\
 -1 \\
 +1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 +1 \\
 -1 \\
 +1 \\
 -1 \\
 +1 \\
 -1 \\
 +1 \\
 -1
 \end{array}
 \end{array}
 = \begin{array}{c}
 \text{wal}(0,0) \\
 \text{wal}(1,0) \\
 \text{wal}(2,0) \\
 \text{wal}(3,0) \\
 \text{wal}(4,0) \\
 \text{wal}(5,0) \\
 \text{wal}(6,0) \\
 \text{wal}(7,0)
 \end{array} \quad (6)$$

沃尔什函数是一个完备正交函数系, 对于任一可积函数 $x(t)$ 可以应用沃尔什函数的正交

展开式写成:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_{2k} \text{cal}(k) + a_{2k-1} \text{sals}(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cdot \text{wal}(k,t) \quad (7)$$

式中
$$a_k = \int_0^1 x(t) \text{wal}(k,t) dt \quad (8)$$

$$a_{2k} = \int_0^1 x(t) \text{wal}(2k,t) dt = \int_0^1 x(t) \text{cal}(k,t) dt \quad (9)$$

$$a_{2k-1} = \int_0^1 x(t) \text{wal}(2k-1,t) dt = \int_0^1 x(t) \text{sals}(k,t) dt \quad (10)$$

式(7)称为沃尔什级数,应用沃尔什级数可以将一个周期性信号分解为许多沃尔什函数之和,其中系数 a_k 由(8)式给出。如果令信号 $x(t)$ 的抽样值为 $x(i)$, 沃尔什函数 $\text{wal}(k,t)$ 的抽样值为 w_{ki} , 其中 $i=0, 1, \dots, N-1$, 所以 DWT 定义为

$$x(k) = a_k = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(i) w_{ki} \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (11)$$

其中, N 为 DWT 的阶数, $w_{ki} = \text{wal}(k \cdot \frac{2i+1}{2N})$ 为 $\text{wal}(k,t)$ 的 N 个等间隔的抽样值, 而 $x(i)$ 为在 w_{ki} 的抽样点上信号 $x(t)$ 的抽样值。用矩阵表示为:

$$[X] = \frac{1}{N} [W] [x] \quad (12-1)$$

其中 $[X] = [X^{(0)}, X^{(1)}, \dots, X^{(N-1)}]^T = [a_0, a_1, \dots, a_{N-1}]^T$ 是变换系数 N 维列向量, $[x] = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$ 是信号抽样值列向量。

$$[W] = \begin{bmatrix} W_{00} & W_{01} & \dots & W_{0,N-1} \\ W_{10} & W_{11} & \dots & W_{1,N-1} \\ & & \dots & \dots \\ & & & \dots \\ W_{N-1,0} & W_{N-1,1} & \dots & W_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (12-2)$$

为 N 阶沃尔什函数矩阵。

逆变换为

$$[x] = [W] [X] \quad (12-3)$$

三、快速哈达玛变换

(一) 离散哈达玛变换

哈达玛矩阵是一个方矩阵,只包括+1和-1矩阵元素,各行各列之间彼此正交,哈达玛矩阵可分成如下形式:

$$[H_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[H_4] = [H_2^2] = [H_2] \otimes [H_2] = \begin{bmatrix} H_2 & H_2 \\ H_2 & -H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

由哈达玛矩阵的递推公式，可推得任意秩的哈达玛矩阵：

$$[H_n] = [H_2^{\log_2 n}] = [H_2] \otimes [H_2^{\log_2 n - 1}] \quad (13)$$

其中符号 \otimes 为克罗内克直积，并且哈达玛矩阵的行向量代表着一个离散沃尔什函数，按照哈达玛编号的离散变换为：

$$B_x(n) = \frac{1}{N} H_n(n) X(n) \quad (14)$$

其逆变换为

$$X(n) = H_n(n) B_x(n)$$

四、快速哈达玛编号的沃尔什-哈达玛变换 (FWHT)

象 FFT 一样，(FWHT)_r 之所以称为快速，主要体现在采用了矩阵分块技术，对 $N=8$ ，式 (14) 变为

$$B_x(8) = \frac{1}{8} H_r(8) X(8) \quad (15)$$

由式 (13) 递推公式可得

$$\begin{bmatrix} B_x(0) \\ B_x(1) \\ B_x(2) \\ B_x(3) \\ \dots \\ B_x(4) \\ B_x(5) \\ B_x(6) \\ B_x(7) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} H_r(2) & H_r(2) \\ H_r(2) & -H_r(2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \\ \dots \\ X(4) \\ X(5) \\ X(6) \\ X(7) \end{bmatrix} \quad (16)$$

由 (16) 式可分为两块

$$\begin{bmatrix} B_x(0) \\ B_x(1) \\ B_x(2) \\ B_x(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} H_r(2) \begin{bmatrix} X_1(0) \\ X_1(1) \\ X_1(2) \\ X_1(3) \end{bmatrix} \quad (17-1)$$

$$\begin{bmatrix} B_x(4) \\ B_x(5) \\ B_x(6) \\ B_x(7) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} H_r(2) \begin{bmatrix} X_1(4) \\ X_1(5) \\ X_1(6) \\ X_1(7) \end{bmatrix} \quad (17-2)$$

其中

$$X_1(i) = X(i) + X(i+4), \quad i=0, 1, 2, 3$$

$$X_1(i) = X(i-4) - X(i), \quad i=4, 5, 6, 7$$

式(17-1)-(17-2)内的这串加与减运算, 在图二的信号流程中表示为迭代 1 再用式(13)可得

$$\begin{bmatrix} B_1(0) \\ B_1(1) \\ \dots \\ B_1(2) \\ B_1(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} H_b(1) & H_b(1) \\ H_b(1) & -H_b(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(0) \\ X_1(1) \\ \dots \\ X_1(2) \\ X_1(3) \end{bmatrix} \quad (18-1)$$

与

$$\begin{bmatrix} B_1(4) \\ B_1(5) \\ \dots \\ B_1(6) \\ B_1(7) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} H_b(1) & H_b(1) \\ H_b(1) & -H_b(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(4) \\ X_1(5) \\ \dots \\ X_1(6) \\ X_1(7) \end{bmatrix} \quad (18-2)$$

分块为:

$$\begin{bmatrix} B_1(0) \\ B_1(1) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} H_b(1) \begin{bmatrix} X_1(0) + X_1(2) \\ X_1(1) + X_1(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} H_b(1) \begin{bmatrix} X_2(0) \\ X_2(1) \end{bmatrix} \quad (19-1)$$

$$\begin{bmatrix} B_1(2) \\ B_1(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} H_b(1) \begin{bmatrix} X_1(0) - X_1(2) \\ X_1(1) - X_1(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} H_b(1) \begin{bmatrix} X_2(2) \\ X_2(3) \end{bmatrix} \quad (19-2)$$

$$\begin{bmatrix} B_1(4) \\ B_1(5) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} H_b(1) \begin{bmatrix} X_1(4) + X_1(6) \\ X_1(5) + X_1(7) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} H_b(1) \begin{bmatrix} X_2(4) \\ X_2(5) \end{bmatrix} \quad (19-3)$$

$$\begin{bmatrix} B_1(6) \\ B_1(7) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} H_b(1) \begin{bmatrix} X_1(4) - X_1(6) \\ X_1(5) - X_1(7) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} H_b(1) \begin{bmatrix} X_2(6) \\ X_2(7) \end{bmatrix} \quad (19-4)$$

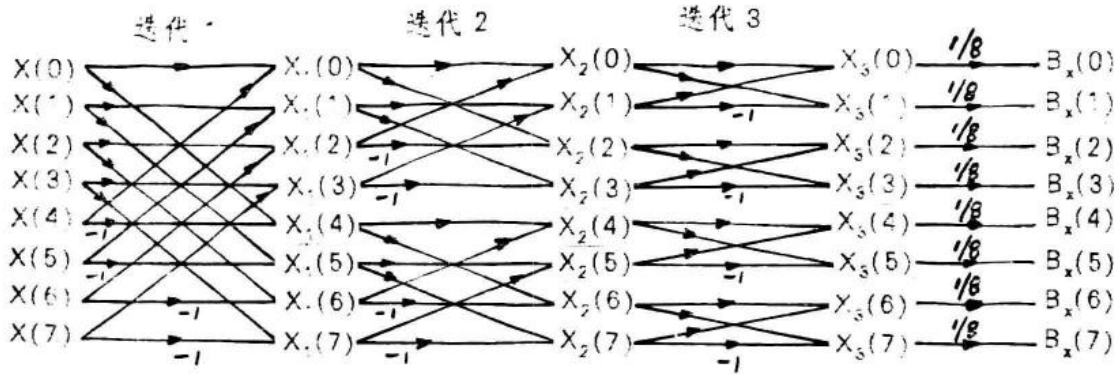
式(19-1)到(19-4)内的这串加与减运算, 在图二中表示为迭代 2, 又因为

$$H_b(1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

将以上面这些式子归纳为

$$\begin{aligned} 8B_1(0) &= X_2(0) + X_2(1) = X_3(0) \\ 8B_1(1) &= X_2(0) - X_2(1) = X_3(1) \\ 8B_1(2) &= X_2(2) + X_2(3) = X_3(2) \\ 8B_1(3) &= X_2(2) - X_2(3) = X_3(3) \\ 8B_1(4) &= X_2(4) + X_2(5) = X_3(4) \\ 8B_1(5) &= X_2(4) - X_2(5) = X_3(5) \\ 8B_1(6) &= X_2(6) + X_2(7) = X_3(6) \\ 8B_1(7) &= X_2(6) - X_2(7) = X_3(7) \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)表示为图二的迭代 3



图二 (WFT)h 信号流程图, $N=8$

五、快速沃尔什编号的沃尔什-哈达玛

本文采用一种能即位计算的方法来实现快速沃尔什变换。基本原理为：

第一步，将输入序列倒序排列，并按上升顺序给以编号。如果 $\{X(m)\} = \{X(0)X(1)X(2)\dots X(N-1)\}$ 是已知的数据序列，那么，作倒序排列后即为

$$\{\bar{X}(m)\} = \{\bar{X}(0)\bar{X}(1)\dots\bar{X}(N-1)\}$$

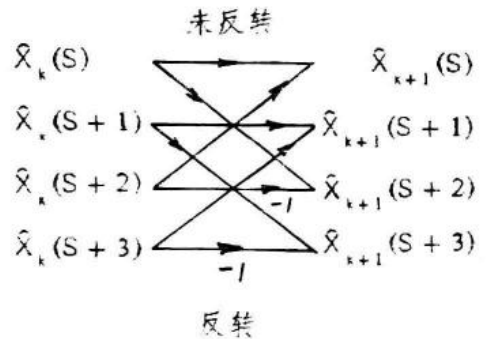
第二步定义“反转”用图三表示

正常情况(即，未“反转”的)有

$$\begin{aligned} \bar{X}_{k+1}(s) &= \bar{X}_k(s) + \bar{X}_k(s+2) \\ \bar{X}_{k+1}(s+1) &= \bar{X}_k(s+1) + \bar{X}_k(s+3) \\ \bar{X}_{k+1}(s+2) &= \bar{X}_k(s) - \bar{X}_k(s+2) \\ \bar{X}_{k+1}(s+3) &= \bar{X}_k(s+1) - \bar{X}_k(s+3) \end{aligned}$$

而对于有“反转”的，则有

$$\begin{aligned} \bar{X}_{k+1}(s) &= \bar{X}_k(s) - \bar{X}_k(s+2) \\ \bar{X}_{k+1}(s+1) &= \bar{X}_k(s+1) - \bar{X}_k(s+3) \\ \bar{X}_{k+1}(s+2) &= \bar{X}_k(s) + \bar{X}_k(s+2) \\ \bar{X}_{k+1}(s+3) &= \bar{X}_k(s+1) + \bar{X}_k(s+3) \end{aligned}$$



图三 反转作用实例

第三步定义块，第一次迭代为 2^0 块，第二次迭代有 2^1 块，第三次为 2^2 块，...第 m 次为 2^{m-1} 块，其中 $m = \log_2 N$ 。

反转规则为：1、 m 次迭代内不出现反转

2、如果在第 K 次迭代内进行分块，将这些块以 b_m 表示， $m=1, 2, \dots, 2^{k-1}$ ，则需要反转的分块如下，这时 R 表示反转。

