



普通高等教育“十二五”规划教材

画法几何

蔡 樱 钱 燕 主 编
姚 纪 副主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



普通高等教育“十二五”规划教材

何 几 法 画

主 编	钱 燕	姚 纪
副主编	蔡 樱	朱建国 李晶晶
编 写	叶小芹	
主 审	何培斌	



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十二五”规划教材。全书共分9章,主要内容为点、直线、平面的投影,直线与平面、平面与平面相对位置综合分析,投影变换,平面立体的投影,曲线与曲面的投影,曲面立体的投影,轴测投影,立体表面的展开,标高投影。本书将本科学生必须掌握的画法几何原理进行了相对集中的整合,如将点、直线、平面的投影及其综合问题分析集中在前面两章,将课指委在教学基本要求中作为选修的部分加“*”表示。这样既有利于教师与学生进行有针对性的学习,同时又保证了对画法几何有较大兴趣的同学的深度学习与探究。

本书可作为普通高等院校土建类方向,建筑学、城市规划、园林景观、土木工程、给排水工程、测绘工程、建筑设备工程、环境工程、建筑工程管理、国土及房地产管理、建筑材料、建筑装饰工程、环境科学、水利工程、道路与桥梁工程、市政工程等专业的教材,也可供职工大学、函授大学、电视大学、高职高专等院校的相关专业选用,还可以作为土建工程技术人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何/钱燕主编. —北京:中国电力出版社, 2011.8

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5123-2054-3

I. ①画… II. ①钱… III. ①画法几何—高等学校—教材
IV. ①O185.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第172064号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街19号 100005) <http://www.cepp.sgcc.com.cn>

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2011年9月第一版 2011年9月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 14.625印张 356千字

定价 25.00元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签,加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究



前 言

本书是按照教育部对高等院校土建类专业新的培养目标而编写的,同时参考了教育部2011年5月批准印发的高校工学本科画法几何及建筑制图教学基本要求(土建类、水利类专业适用)。画法几何也是大类课改项目“建筑制图系列课程改革”的重要课程之一,是土木建筑类专业必修的专业基础课。本书遵循国家现行有关技术制图标准。对应的课程《画法几何》是大专院校中唯一的一门培养空间想象能力及空间思维分析能力的技术基础课,也是奠定后续课程《工程制图与计算机制图》不可或缺的基础理论课程。

本书把本科学学生必须掌握的画法几何原理进行了相对集中的整合,如将点、直线、平面的投影及其综合问题分析集中在前两章,将课指委在教学基本要求中作为选修的部分加“*”表示。这样既有利于教师与学生进行有针对性的学习,同时又保证了对画法几何有较大兴趣的同学的深度学习与探究。

本书可作为普通高等院校土建类方向,建筑学、城市规划、园林景观、土木工程、给排水工程、测绘工程、建筑设备工程、环境工程、建筑工程管理、国土及房地产管理、建筑材料、建筑装饰工程、环境科学、水利工程、道路与桥梁工程、市政工程等专业的教材,也可供职工大学、函授大学、电视大学、高职高专等院校的相关专业选用,还可以作为土建工程技术人员的学习参考。

本书全部由重庆大学建筑制图及CAD教研室老师编写,其中绪论、第3章、第7章由钱燕编写,第1章、第5章、第6章由蔡樱编写,第2章、第4章由姚纪编写,第8章由叶小芹、李晶晶编写,第9章由朱建国、李晶晶编写。何培斌教授对本书进行了审阅,对此表示衷心感谢。

限于作者的理论水平和实践经验,书中不妥之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

前言

绪论	1
0.1 画法几何概述、学习任务和学习方法	1
0.2 投影概念及投影法的分类	2
0.3 点、直线、平面正投影的基本性质	6
0.4 立体的三面投影图	9
第1章 点、直线、平面的投影	14
1.1 点的投影	14
1.2 直线的投影	21
1.3 平面的投影	36
思考题	46
第2章 直线与平面、平面与平面相对位置综合分析	48
2.1 直线与平面、平面与平面平行及其应用举例	48
2.2 直线与平面、平面与平面相交及其应用举例	55
* 2.3 直线与平面垂直、平面与平面垂直及其应用举例	64
* 2.4 关于空间几何元素的综合问题	69
思考题	78
第3章 投影变换	79
3.1 概述	79
3.2 换面法	80
* 3.3 绕垂直轴旋转法	94
思考题	102
第4章 平面立体的投影	103
4.1 棱柱与棱锥的投影	103
4.2 平面立体的表面取点	108
4.3 平面与平面立体相交	111
4.4 直线与平面立体相交	116
4.5 两平面立体相交	118
4.6 同坡屋面	124
思考题	130
第5章 曲线与曲面的投影	131
5.1 曲线的投影及其应用举例	131
5.2 曲面的投影及其应用举例	135
思考题	147

第 6 章 曲面立体的投影	148
6.1 曲面体表面取点	148
6.2 平面与曲面立体相交	153
6.3 直线与曲面立体相交	161
6.4 平面立体与曲面立体相交	166
6.5 两曲面立体相交	170
思考题.....	177
第 7 章 轴测投影	178
7.1 概述	178
7.2 正等测投影	180
7.3 斜轴测投影	193
7.4 剖截轴测图	197
7.5 轴测图的选择	199
思考题.....	202
第 8 章 立体表面的展开	203
8.1 平面立体的表面展开	203
8.2 曲面立体的表面展开	207
思考题.....	213
第 9 章 标高投影	214
9.1 点和直线的标高投影	214
9.2 平面的标高投影	217
9.3 曲面的标高投影	222
9.4 地形面的标高投影	224
思考题.....	226
参考文献	227



绪 论

0.1 画法几何概述、学习任务和学习方法

一、画法几何的发展概述

《画法几何学》首次完整和系统的著作,是由法国几何学家加斯帕·蒙日(Gaspard Monge, 1746—1818)于1795年发表的,蒙日所叙述的画法几何是以相互垂直的两平面作为投影面的正投影法,即现在应用的两面投影体系。这种投影法使物体在平面上展示的图形清楚、正确和便于度量,这一学说的发表,对当时欧美的工业产业、科学技术的发展产生了极大的影响,在此之后的一百多年里画法几何得到了广泛的发展及应用。

画法几何于20世纪20年代由我国著名的教育学家蔡元培和物理学家萨本栋先生引进。在我国近代工业和社会主义现代化的建设中,在整个工程领域画法几何都起着重要的作用。最近二十多年来,随着计算机绘图技术的研制与发展,计算机绘图及图形显示技术在工程中的应用越来越广泛,为适应计算机图形应用发展的需要,在画法几何方面,是把解析几何的数解法与画法几何的图解法进行有机结合,使空间几何问题完全可以用计算机绘制和显示,从而实现对本课程的计算机辅助教学,这又将对画法几何的应用及教学产生更加深远的影响。

二、画法几何的学习任务和方法

(一) 画法几何的学习任务

无论是建造房屋或是制造机器设备,通常都需要先将设计意图画成工程图样,然后按照图样进行施工或加工。因此,工程图样是工程建设中的重要技术文件,是工程技术人员进行技术交流必不可少的工具,是工程界共同的技术语言。然而,任何建筑物或机器设备都是由各种不同形状的空间形体构成的,如何在一个平面上(例如在图纸上)准确地表达出具有长、宽、高三个尺度的空间形体,是绘制工程图样需要解决的根本问题。

但是,绘制工程图样的图纸是平面的,即是二维的,而工程对象所表示的空间形体都是三维的,为了使得三维的空间形体能在二维平面上得到正确的反应,就必须规定和应用一些图示方法,这些方法就是画法几何所要研究的。画法几何正是研究在平面上如何表示空间形体的理论和方法的一门学科,它的主要任务是:

- (1) 研究空间几何要素(点、线、面)和几何形体在二维平面上的表示方法,即图示法。
- (2) 阐述在二维平面上利用图形来解答空间几何问题的方法,即图解法。

由于画法几何所研究的是空间形体与它在平面上的图形之间的关系,因而在学习图示法和图解法的过程中,可以逐步培养空间想象力和空间分析能力。不断提高这种空间思维能力,不仅有助于学好工程制图与计算机绘图及其他后续课程,而且对今后从事工程设计、施工和进行科学研究是大有裨益的。

在这里,图形是直接用来研究空间形体几何形状和分析并解决空间几何问题的一种特殊工具,所以对绘制在平面上的图形也有以下的要求:

- (1) 图形应具有可逆性,即根据图形能准确恢复出所表示形体的形状和大小。
- (2) 图形应尽量具有直观性,以便能根据图形比较容易地想象出所绘制形体的形状和

大小。

(3) 图形的绘制应该简便和准确。

(二) 画法几何的学习方法

画法几何是一门既有系统理论又具有较强实践性的基础技术学科,必须坚持理论联系实际。具体的学习方式如下:

(1) 画法几何是按照点、线、面、体,由浅入深、由简至繁、由易到难的循序渐进式学习,前后联系十分紧密。学习时必须对前面的基本内容做到真正的理解,作图方法和步骤基本掌握后,才能进行下一个知识点(章节)的学习。

(2) 画法几何是以研究图示法和图解法为核心,所涉及的习题都是对空间想象能力和空间分析能力的训练,都要进行空间形体与平面图形之间的对应想象。所以学习时必须注意空间几何关系的分析和空间几何元素与平面图形的对应,对每一投影特性、投影规律或原理都必须理解和掌握它们的空间意义和空间关系,以便在解题中灵活运用。

(3) 复习知识点时,不能只看书本内容,必须进行尺规的作业练习,也可以借助于橡皮泥、铁丝、铅笔、三角板、硬纸片等制作一些简单模型,帮助自己的空间想象,书本中列举的例题,也是要通过自己作图一遍甚至多遍后,才方便记忆和掌握。

(4) 解题的关键是,必须先分析清楚哪些是已知条件,利用已经学过的知识对之进行空间分析,分析需要几个步骤才能达到最后的解决问题,有些问题的解题步骤是一定不变的,可在初学时将这些步骤记录下来。利用基本作图方法所确定的步骤进行按步骤作图解题。

(5) 作图时力求规范和准确,要养成正确的尺规操作习惯,完成作图后还应进行一次全面检查,检查作图过程中有无错误以及作图是否精准。最后还应清洁图面,正确、准确、清晰、干净地表达作业内容。

总之,要认真学好投影的基本理论和基本概念,熟练掌握一些最基本的作图方法。还要通过大量的练习,不断训练自己的空间分析能力,搞清空间几何元素或空间形体与平面图形之间的对应关系。只有经常通过从形体画投影图,再从投影图想象形体的反复实践,才能巩固所学理论和提高空间思维能力。

0.2 投影概念及投影法的分类

人们在日常生活中所见到的物体都有一定的长度、宽度和高度(或厚度),要在一个只有长、宽尺度的平面上(如一张纸上)表达出物体的形状和大小,可以采用投射的方法。

例如,要在平面 P 上画出一长方形物体的图形,可在该物体的前面设一光源 S ,在光线的照射下,物体将在平面 P 上落下一个多边形的影;当光线的照射角度或距离改变时,影子的位置及形状将随之改变,但是这个影子只反映出物体的轮廓,却表达不出物体的形状,这个图形称为物体的影,如图0-1(a)所示。如果假设光线能够透过物体,而将长方体的各个顶点和各条棱边都在平面 P 上落下影,则这些点和线的影就将组成一个能反映物体形状的图形,这个图形就称为物体的投影,如图0-1(b)所示。光源 S 称为投射中心,连接投射中心与物体上的点的直线称为投射射线,落影平面 P 称为投影面。投射射线通过物体,向选定的面投射,并在该面上得到图形的方法称为投影法。

根据投射中心与投影面的相对位置,投影法可分为两大类。

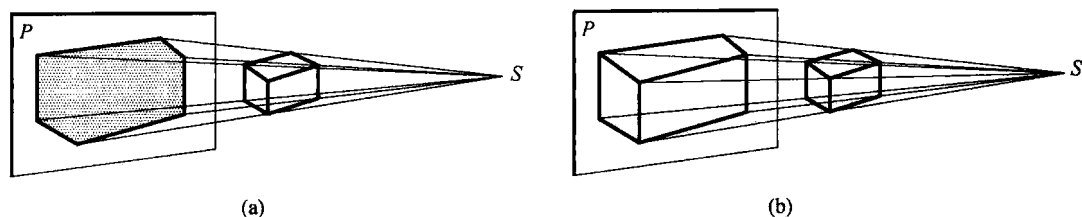


图 0-1 影与投影
(a) 形体的影; (b) 形体的投影

一、中心投影

当投射中心 S 与投影面 P 的距离为有限远时, 所有投射射线均从投射中心发射, 用这种投射射线作出的形体投影称为中心投影, 作出中心投影的方法称为中心投影法, 如图 0-2 所示。中心投影具有如下两个基本性质:

(1) 直线的投影, 在一般情况下仍为直线 (若空间直线通过投影中心, 其投影积聚为一点)。

(2) 属于直线的点, 则该点的投影必属于该直线的投影 (从属性)。

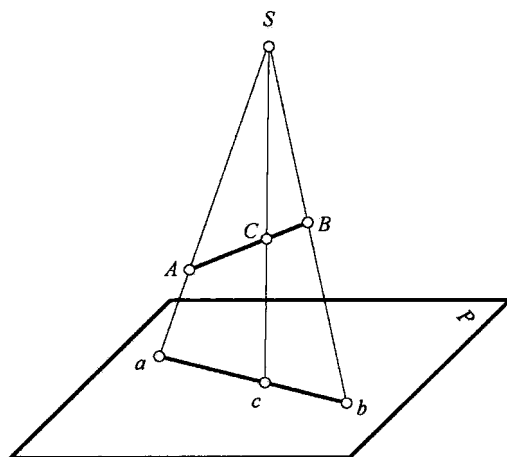


图 0-2 中心投影

二、平行投影

当投射中心 S 与投影面 P 相距无限远时, 可视投射射线相互平行, 用平行投射射线作出的形体投影称为平行投影, 作出平行投影的方法称为平行投影法, 如图 0-3 所示。

平行于投射射线的方向称为投射方向。根据投射方向的不同, 平行投影又分为斜投影和正投影两种, 斜投射的投射方向倾斜于投影面, 即投射角小于 90° , 如图 0-3 (a) 所示。正投射的投射方向垂直于投影面, 即投射角等于 90° , 如图 0-3 (b) 所示。

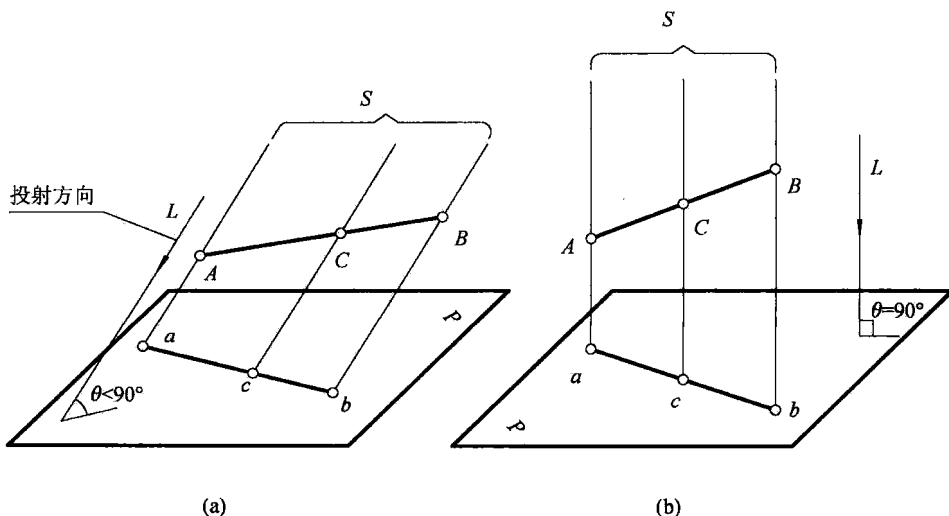


图 0-3 平行投影
(a) 斜投影; (b) 正投影

由于平行投影是中心投影的特殊情况,所以它不仅具有前述中心投影的特性,还具有如下特性:

(1) 点分直线段成某一比例,则该点的投影也分该线段的投影成相同比例(定比性),如图0-3所示,点C分AB线段的比例等于投影点c分投影线段ab的比例。

(2) 互相平行的直线,其投影仍然互相平行(平行性),见图0-4,线段 $AB \parallel CD$,其投影 $ab \parallel cd$ 的关系仍然存在。

(3) 平行两直线段的实长比,等于此两直线段的投影长度比(平行定比性),见图0-4,即是 $AB : CD = ab : cd$ 。

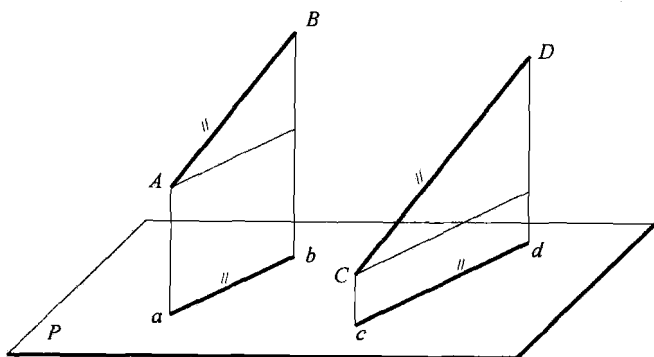


图0-4 平行性和定比性

三、投影法在工程中的应用

(1) 中心投影法的应用——透视投影图:可用中心投影法在一个投影面上绘出形体的透视图,如图0-5所示,这种图和用眼睛看到的形象一样,十分逼真,但各部分的真实形状和大小都不能在图中直接量度,其作图过程又很繁杂,在建筑设计中常用来研究房屋的造型和空间处理,如图0-6所示。

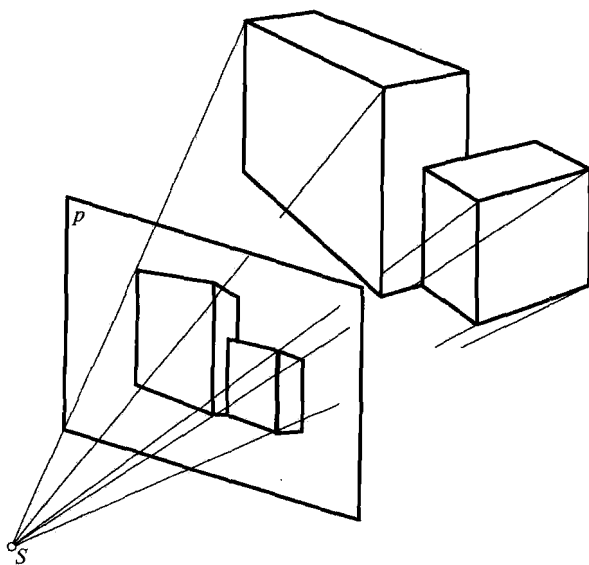


图0-5 中心投影法的应用——透视投影

(2) 平行投影法的应用——轴测投影图:可采用斜投影绘制也可采用正投影绘制,轴测投影是在一个投影面上绘出形体的立体图,如图0-7是应用正投影法绘制的正轴测投影图,图0-8则是应用斜投影法绘制的斜轴测投影图。

这种图有立体感,但不如透视图自然、逼真,作图过程较透视图简便。

透视图和轴测图都是单面投影图,与人们看实际形体时所得到的印象比较一致,容易看懂,但对形体的表达却不全面,其作图过程又较麻烦,因此在工程中只用作辅助图样。

(3) 正投影法的应用——多面正投影图:在两个或两个以上相互垂直的,



图 0-6 中心投影在工程中的应用

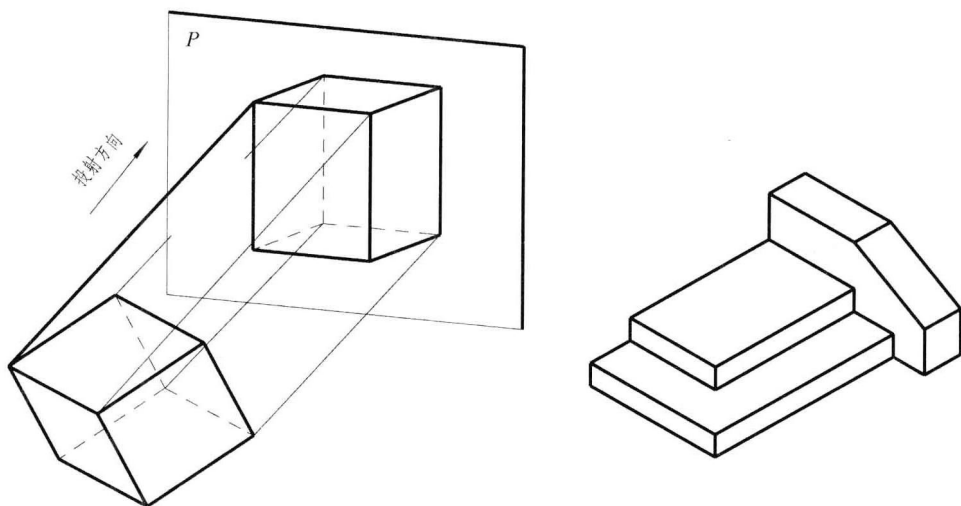


图 0-7 正轴测投影图

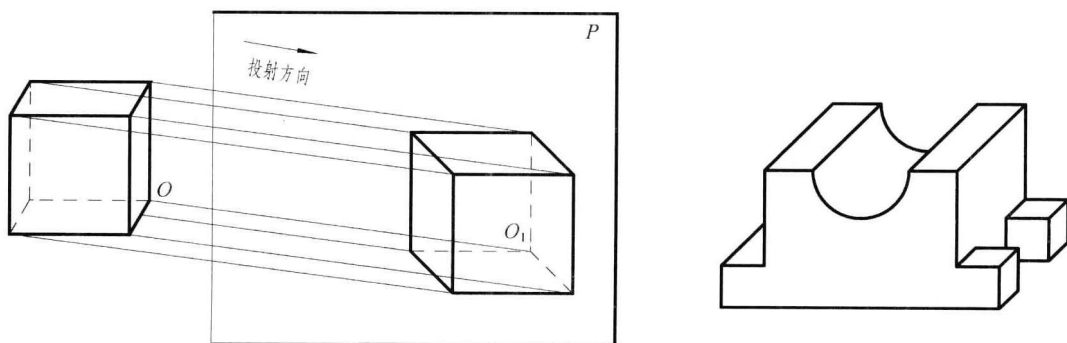


图 0-8 斜轴测投影图

并分别平行于形体主要表面的投影面上，绘出形体的正投影图，再把所得到的正投影图按一定规则展开，绘制在同一个平面上，如图 0-9 所示。这种图能如实地表示形体的形状和大小，而且作图简便，所以这种投影图是工程中最主要的图样。但这种图样缺乏立体感，需要经过一定的训练才能看懂。

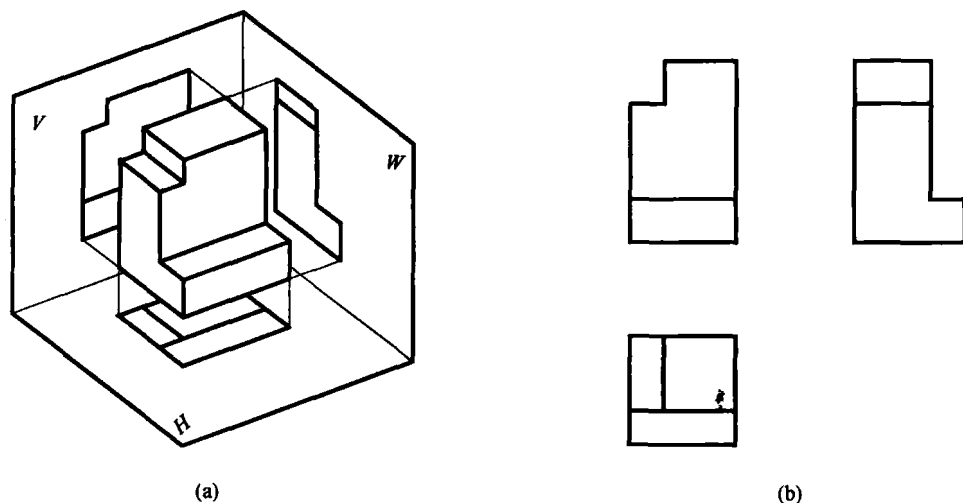


图 0-9 三面正投影图

(a) 把物体向三个投影面作正投影；(b) 投影面展开后得到的正投影图

(4) 正投影法的应用——标高投影图：这是绘制地形图的一种图样，以规定的高度，水平剖切山丘或者洼地，如图 0-10 所示的每 10m 一剖切，将剖切得到的山迹线正投影到水平投影面上，并在相同的位置注出对应的数字，所形成的每一条不规则的曲线上各处的高度均相同，称为等高线，这种投影就称为标高投影，标高投影是在正投影的情况下产生的。

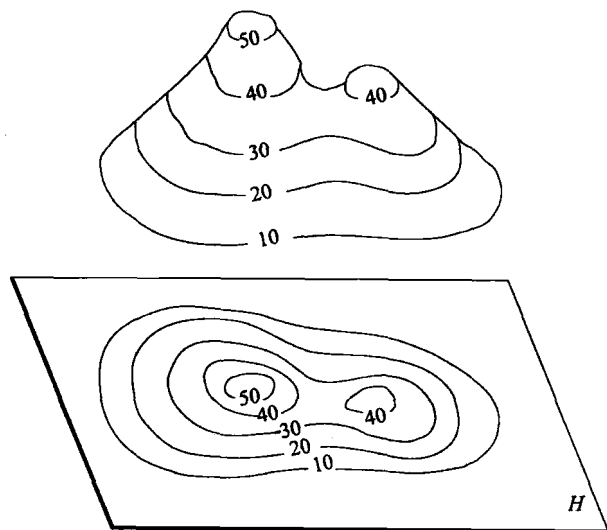


图 0-10 标高投影

0.3 点、直线、平面正投影的基本性质

任何形体都是由点、线、面所组成，要认识和掌握形体正投影规律，就得先了解点、线、面正投影的基本性质。点、直线、平面的正投影除了具有平行投影的特性外，还具有下

述投影特性。

一、类似性

如图 0-11 所示,点的正投影仍是点。直线的正投影在一般情况下仍旧是直线;当直线倾斜于投影面,其投影短于实长。平面的正投影在一般情况下仍旧是平面;当平面倾斜于投影面,其投影小于实形,其投影图形和空间平面图形类似。

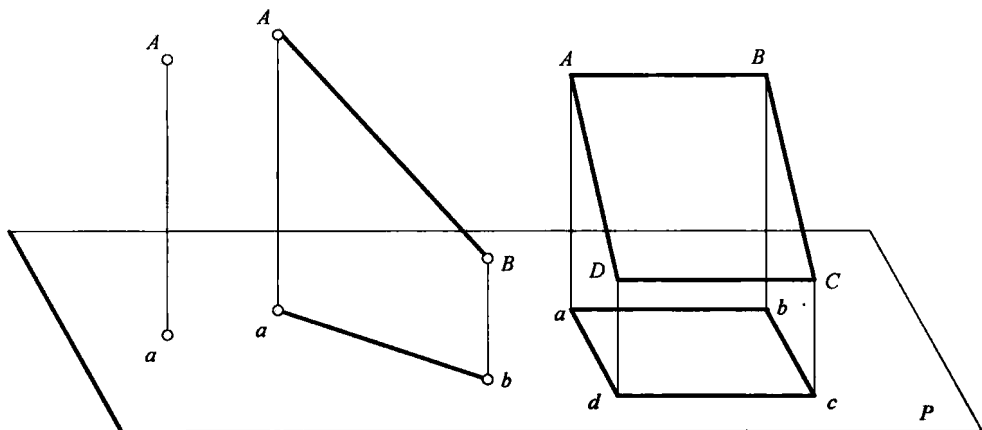


图 0-11 平行投影的类似性

二、全等性

如图 0-12 所示,直线平行于投影面,其投影反映实长。平面平行于投影面,其投影反映实形。

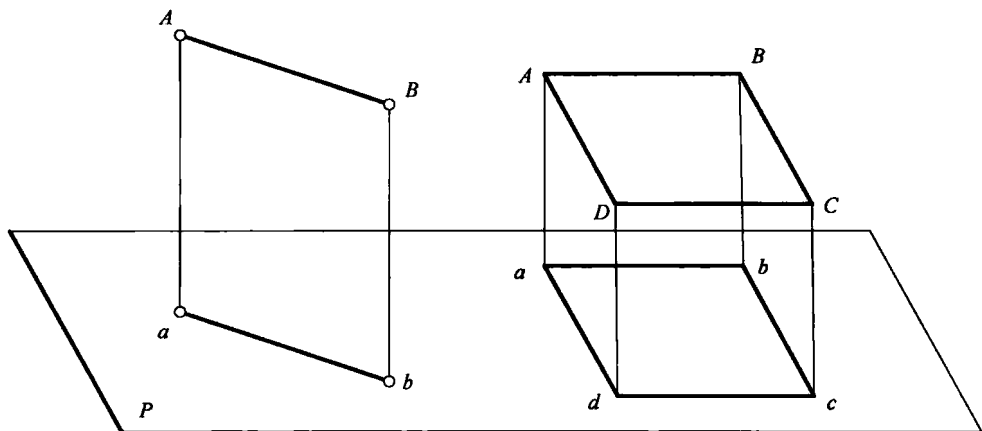


图 0-12 平行投影的全等性

三、积聚性

如图 0-13 所示,直线垂直于投影面,其投影积聚为一点;属于直线的任一点的投影也积聚在这一点上。平面垂直于投影面,其投影积聚为一直线;属于平面的任一点、任一直线或任一图形的投影也都积聚在这一直线上。

四、重合性

如图 0-14 所示,两个或两个以上的点、线、面具有同一投影时,则称它们的投影重合。

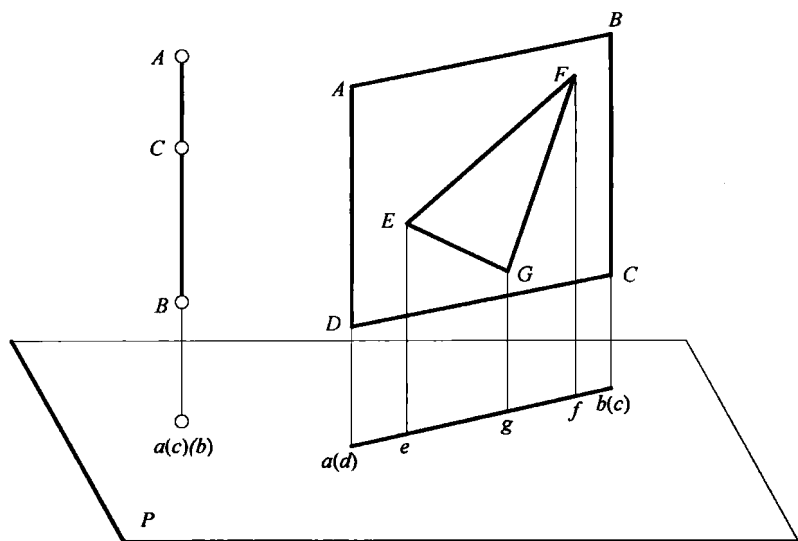


图 0-13 平行投影的积聚性

积聚性和类似性是两个很重要的性质，前者能帮助我们确定属于平面上的点、直线、平面的投影及想象出平面的空间位置；后者能帮助我们预见平面的投影形状，避免在作图时发生差错。

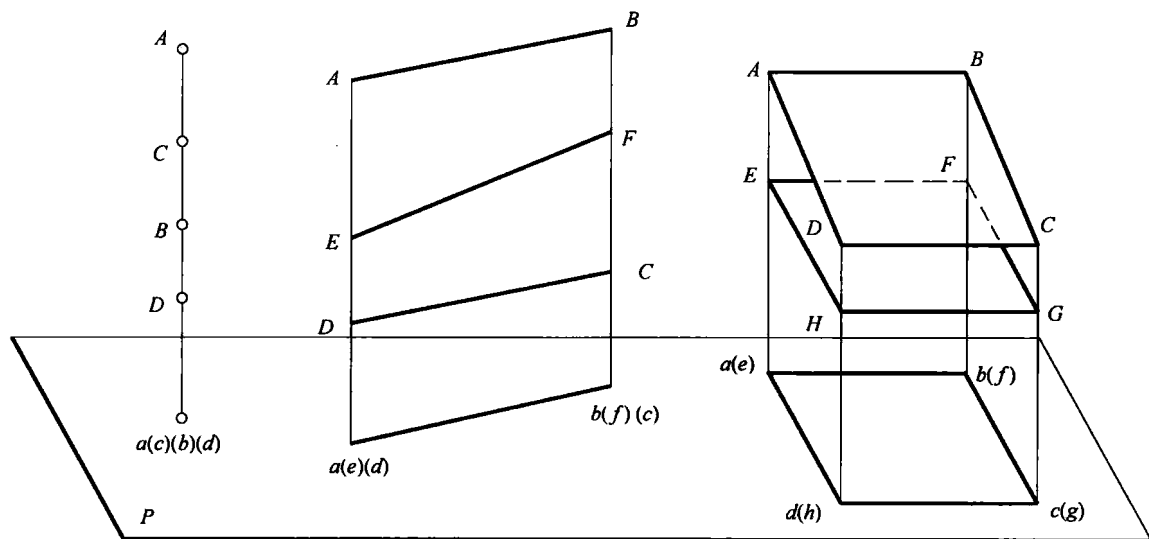


图 0-14 平行投影的重合性

以上讨论说明，当给定空间几何元素如点、线、面的位置，在投影面上，总是可以作出已知几何元素唯一确定的投影，并且知道几何元素的哪些几何性质在投影图上保持不变，哪些是改变的。但是反过来由投影重定点、线、面的原形和空间位置，在单面投影的前提下，答案则不是唯一的，如图 0-15 所示。所以，在正投影的条件下，通常需要采用多面正投影的方法来解决投影的可逆性。

为叙述简单起见，以后除特别指明外，正投影一律简称投影，直线段或平面图形简称直线或平面。

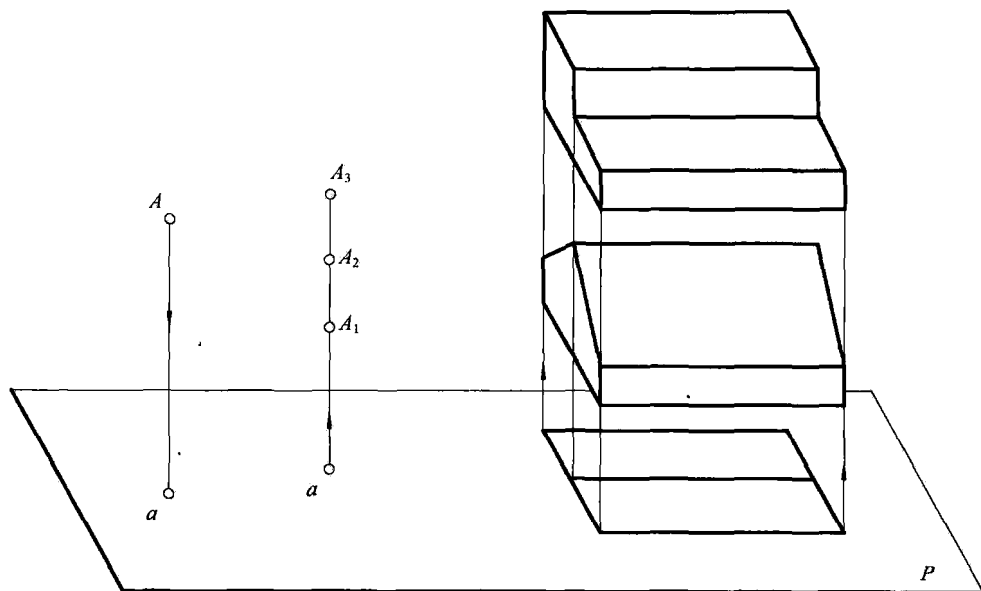


图 0-15 单面正投影没有可逆性

通常在画法几何中有如下约定：

空间点用大写字母 A 、 B 、 C …（或 I 、 II 、 III …）标志，其在水平投影面上的投影用小写字母 a 、 b 、 c …（或 1 、 2 、 3 …）标志。

空间平面用大写字母 P 、 Q 、 R …标志，其在水平投影面上的投影用小写字母 p 、 q 、 r …标志。

0.4 立体的三面投影图

具有可逆性的投影图，在工程实践中被广泛应用的是物体的三面投影图。物体的三面投影图是利用平行投影中的正投影法画出来的。

试把一长方体（四棱柱）如图 0-16 所示，放在水平投影面 H 的上方，并使长方体的上、下底和 H 面平行。然后，用正投影法将长方体向 H 面投射，得到长方体的水平投影为一矩形，该矩形即为长方体的水平投影图。它是长方体上、下底投影的重合。矩形的四条边又分别为长方体正、背面和左、右侧面投影的积聚。由于长方体的上、下底平行于 H 面，所以它又反映了长方体上、下底的真实形状以及长方体的长度和宽度。但是，却反映不出长方体的高度。即不能由一个投影反过来确定上、下底的空间位置。

因此，再设一个与水平投影面（ H 面）垂直，并与长方体的正、背面平行的正立投影面（ V 面）。 V 面和 H 面相交于 OX 直

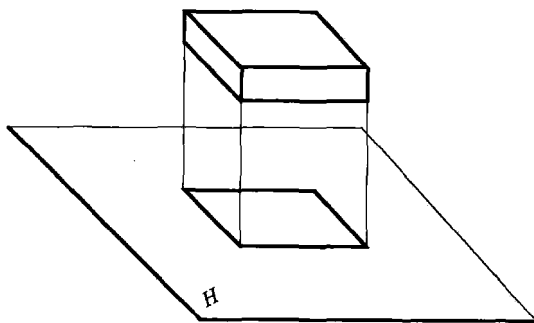


图 0-16 长方体单面投影的形成

线,称为投影轴(X 轴)。建立一个投影面相互垂直的两面投影体系。再用正投影法将长方体向 V 面投射,得到长方体的正面投影也为一个矩形,此矩形即为长方体的正面投影图。它是长方体正、背面投影的重合投影。矩形的四条边又分别为长方体上、下底和左、右侧面投影的积聚。由于长方体的正、背面平行于 V 面,所以它又反映出长方体正、背面的真实形状以及长方体的长度和高度,如图0-17(a)所示。

但是,如图0-17(b)、(c)所示形体,它的两面投影也是同样的结果。因此,两面投影在有些情况下不能唯一确定空间物体的形状与特征。

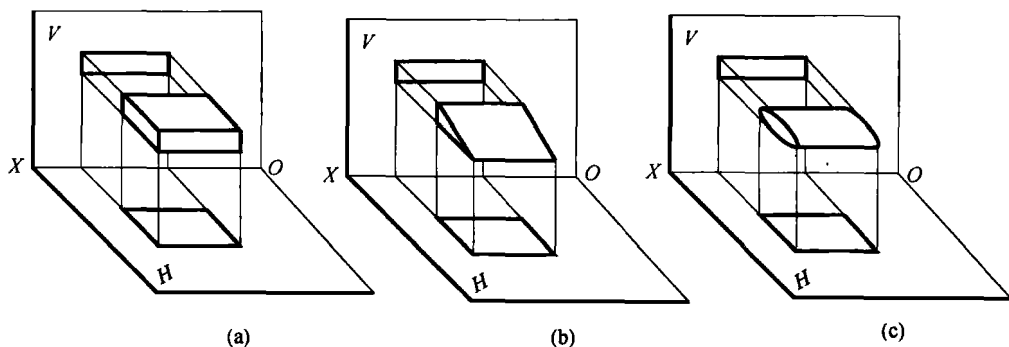


图0-17 两面正投影图的形成

于是,在上述包含有 H 面和 V 面两个投影面的两投影面体系的基础上,增设第三投影面(W 面),称之为侧立投影面,并使 W 面同时垂直于 H 面和 V 面。 W 面与 H 面相交于 OY 直线, OY 直线称为 Y 轴,与 V 面相交于 OZ 直线, OZ 直线称为 Z 轴。这三个相互垂直的投影面的交线 X 轴、 Y 轴和 Z 轴,相交于一点 O , O 点称为原点,从而建立起一个三面投影体系。

长方体上、下底平行于 H 面,正、背面平行于 V 面。由于所设 W 面与 H 面、 V 面相互垂直,故长方体的左、右侧面必平行于 W 面。再用正投影法将长方体向 W 面投射,得到长方体的侧面投影也为一个矩形,该矩形即为长方体的侧面投影图。它是长方体左、右侧面投影的重合。矩形的四条边又分别为长方体上、下底面和正、背面投影的积聚。由于长方体的左、右侧面平行于 W 面,所以它又反映出长方体左、右侧面的真实形状以及长方体的宽度和高度,如图0-18(a)所示。

这里是以观察者面对形体和投影面体系,而以观察者自身的左、右来命名其左、右的。按照这个规定,右侧立投影面上得出的是形体的左侧面图形。

同样设想 V 面不动,把 H 面和 W 面沿 OY 轴分开,并分别绕 OX 轴、 OZ 轴向下、向右后旋转 90° ,使三个投影图展开到同一平面上,如图0-18(b)所示。这样展开到同一平面上的三个投影图,如图0-18(c)所示,就是在科研、生产实践中常用的三面正投影图(简称为三面投影图)。这种用三个相互垂直的投影面所组成的投影体系,称为三面投影体系。

同样注意到,在三面正投影图中,三个投影图两两之间的联系线分别垂直于它们相应的投影轴。正面投影图和水平投影图的长度是上下对正的,正面投影图和侧面投影图的高度是左右平齐的,水平投影图和侧面投影图的宽度展开前后是相等的。这种“长对正、高平齐、宽相等”的现象,称之为“三等”关系。

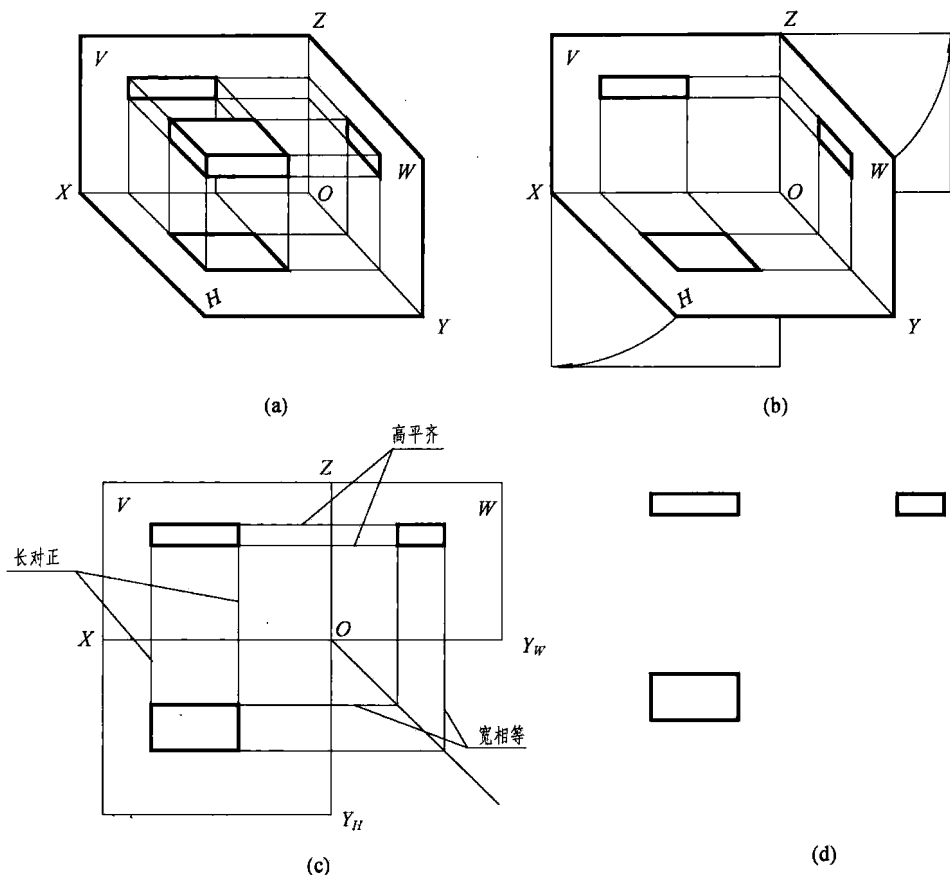


图 0-18 三面投影的形成及展开

同样,在投影图中,投影面的边框和轴以及投影图间的联系线都没有必要画出来,如图 0-18 (d) 所示。

还须强调指出,当确定形体在投影面体系中的空间位置时,要尽可能使其主要面分别平行于各投影面,使它们在投影图中能反映出真实形状和大小。

【例 0-1】 根据如图 0-19 (a) 所示形体的轴测投影图,画其三面投影图。

解 (1) 选择形体方位。

1) 形体的正面投影图是主要的投影图。希望它能给人以该形体一个明显的印象或概貌。所以,应使正面投影最能呈现形体的特征。

2) 就几何形体而言,其空间位置,常规的习惯是使形体处于稳定状态。对工程形体应考虑其加工和工作状况,使之合乎生产实践的需要。

3) 为了把形体的内外部形状都反映在投影图中,把不可见的图线画成虚线。虚线既是不可见线,因此希望在能把形体内外形状都反映出来的情况下,在各投影图中,尤其是正面投影中,虚线尽可能地少。

在图 0-19 中,形体的轴测投影图前的箭头所指方向,表示选定形体的正面投射方向。由此,该形体前、后侧面平行于 V 面,上、下底平行于 H 面,左、右侧面平行于 W 面。