

四年级

总主编 蓝 洞

小学

数学培优

竞赛

超

越

数

程



湖北教育出版社

小学
数学培优 → 竞赛

超越 教程

四年级

总 主 编	蓝 杨 翔		
本册主编	杨 跃	付卫东	谢永生
编写人员	李家辉	刘小冬	江一明
	余家辉	兰 朋	吕伦理
	张宝贵		

 湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

小学数学培优竞赛超越教程. 四年级/蓝润主编. —武汉:湖北教育出版社.

ISBN 7-5351-4269-9

I. 小… II. 蓝… III. 数学课-小学-教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 092521 号

出版 发行:湖北教育出版社
网 址:<http://www.hbedup.com>

武汉市青年路 277 号
邮编:430015 电话:027-83619605

经 销:新 华 书 店
印 刷:通山县九宫印务有限公司
开 本:787mm×1092mm 1/16
版 次:2006 年 2 月第 1 版
字 数:231 千字

(437600·通山县通羊镇南市路 165 号)
10.75 印张
2006 年 2 月第 1 次印刷
印数:1-8 000

ISBN 7-5351-4269-9/G·3551

定价:14.00 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

前言

数学学科是一门重要的基础学科,在小学课程中占有重要的分量,其目标是“培养学生的创新精神、创造意识,提高学生的探索能力、实践能力”。随着基础教育改革和新教材教法的实施,学习方式出现多元化,许多教师、家长开始注重对学有余力的学生进行智力培训,以趋培养智力品质,提高学生自觉创新的实践能力。数学学科就是良好的实验场馆,因此数学培优和竞赛方兴未艾。但是,如何才能从基础出发,从培优到竞赛步步为营,让学生能顺利上升到新的能力平台?这首先需要一部切实可行的教程。本丛书的编撰正是基于上述思考。从选材到体例设计安排,我们力求在同步教材内容的基础上搭建平台,使中等和以上水平的学生都能从本书受益,对自身的数学应用和创新实践能力产生质的飞跃。

本丛书的主要栏目如下:

知识方法点击:它是一节知识点的承接铺垫,学习内容的大概说明,概括主要知识点、总结解答方法和需要注意的问题。

精典讲练:这是丛书的主要栏目,我们根据实际教学经验和学生学习的规律,将一节知识点按其层次和不同的应用范围分解为若干个“精典讲练”部分,每个部分相对独立而又彼此关联,意在使学生对本节内容吃深、吃透、吃活。

每个“精典讲练”部分大致由精选的例题和“同类问题拷贝”组成。其中“同类问题拷贝”精选了有代表性的同类培优竞赛题,让学生训练,经历由模仿到创造的过程,不仅能检查学生的解题方法、技巧的掌握情况,适量补充例题代表类型不足的题目,并起到拓宽知识面,提升能力的作用。每一“同类问题拷贝”后都附有提示。

本讲超越测试:涵盖一讲中各小节需要掌握的题型,让学生作自测评估,教师或家长可根据给定的分数评估打分。必要时我们对每一小节也设有“本节超越测试”。

编写过程中,我们注重“扎根基础,立足培优,面向竞赛”。根据编者多年来的竞赛辅导经验,对小学数学学科的知识点进行了拓宽拓广,精选具有典型性的智力题或竞赛题,将各知识点精心归纳,分类按层次编排,每一讲或每一小节知识互相连贯,逐步提升知识层次。精讲例题侧重学法的指导,力求注重“方法、实践、创新”,启迪思维方法,优化思维品质;训练题和测试题实际上就是由“同类问题拷贝”和“超越测试”构成,这种设计体现了“精、活、新、准”的原则,每一种练习都分两个层次设计,既有基础能力测试,又有应用创新能力的训练,充分考虑到基础水平不同的学生;每道习题后均附有答案或提示,这样既便于学生及时检查练习的情况,也便于教师、家长参考和辅导。

愿本书成为教师和家长在辅导培优中的好帮手!

编者

二〇〇六年一月



	Contents
MU LU	目 录

第一讲 巧算 /1 ✓

本讲超越测试	6
--------------	---

第二讲 幻方和数阵图 /10 ✓

1. 幻方	10
本节超越测试	14
2. 数阵图	17
本节超越测试	25
本讲超越测试	31

第三讲 数字谜 /36

1. 填空题	36
✓ 本节超越测试	44
2. 算式谜	49
本节超越测试	54
本讲超越测试	58

✓ 第四讲 长方形与正方形的面积 /63

✓ 本讲超越测试	70
----------------	----

第五讲 平均数 /74

1. 一般平均数	74
----------------	----



✓ 本节超越测试	80
2. 平均数与个别数	83
✓ 本节超越测试	89
✓ 本讲超越测试	92

第六讲 鸡兔同笼与假设法 /95

本讲超越测试	102
--------------	-----

第七讲 等差数列及其应用 /106

✓ 本讲超越测试	115
----------------	-----

✓ 第八讲 最大与最小问题 /119

本讲超越测试	126
--------------	-----

✓ 第九讲 盈亏问题与对应法 /130

本讲超越测试	139
--------------	-----

第十讲 行程问题 /143

1. 相遇问题	143
✓ 本节超越测试	150
2. 追及问题	153
本节超越测试	158
本讲超越测试	161



第一讲 巧算

知识方法点击

在巧算中,除要用到四年级已讲过的加法交换律、加法结合律,乘法交换律、乘法结合律,乘法分配律外,还会用到下列运算性质:

1. 加减法运算的性质:

$$(1) a+b-c=a-c+b; \quad (2) a+(b-c)=a+b-c; \quad (3) a-b-c=a-c-b;$$

$$(4) a-(b+c)=a-b-c; \quad (5) a-(b-c)=a-b+c=a+c-b.$$

2. 乘除法运算的性质:

$$(1) a \div b \div c = a \div c \div b = a \div (b \times c); \quad (2) a \times b \div c = a \div c \times b = b \div c \times a;$$

$$(3) (a \times b) \div c = a \div c \times b = b \div c \times a; \quad (4) a \times (b \div c) = a \times b \div c = a \div c \times b;$$

$$(5) a \div (b \div c) = a \div b \times c = a \times c \div b; \quad (6) a \div b = (a \times n) \div (b \times n) = (a \div n) \div (b \div n).$$

3. 乘除分配的性质:

$$(1) (a-b) \times c = a \times c - b \times c; \quad (2) (a+b) \div c = a \div c + b \div c;$$

$$(3) (a-b) \div c = a \div c - b \div c.$$

上述这些性质可以看成是一些数学公式,它们既可从左到右顺着用,也可从右到左逆着用。另外还应注意,除数不能为零,在小学阶段要求被减数不小于减数。

经典讲练一

例1

(第一届华杯赛试题)求 1966、1976、1986、1996、2006 这五个数的总和是多少?

分析 原式 $= 1986 \times 5$
 $= 19860 \div 2$
 $= 9930$

【解答】 1986 正好是五个加数的平均数。

同类问题精展

1. 计算 $1999+2000+2001+2002+2003+2004+2005$

$$\begin{aligned} & 2002 \times 7 \\ & = 14014 \end{aligned}$$

2. (长沙市竞赛题,2002)计算 $123+234+345+456+567+678$

114014 2.2403

参考提示:

经典讲练二

例2

(天门市竞赛题,2003)计算 $1234+3142+4321+2413$

分析 数字1、2、3、4 在个位、十位、百位、千位上均各出现一次。

【解答】 原式 $= (1+2+3+4) \times (\underbrace{1000}_{1000} + \underbrace{100}_{100} + \underbrace{10}_{10} + \underbrace{1}_{1})$
 $= 10 \times 1111$
 $= 11110$

同类问题特选

3. (我爱数学夏令营计算竞赛题,1997)计算 $12345+23451+34512+45123+51234$

4. (黄冈市竞赛题,2003)计算 $2345678+3456782+4567823+5678234+6782345+7823456+8234567$

3.16665 4.38888885

参考提示:

经典讲练三

例3

(全国“新苗杯”联赛题,2003)计算 $100+99-98-97+96+95-94-93+\dots+8+7-6-5+4+3-2-1$

分析 按顺序计算太繁,观察算式特点,我们发现这道题每有两数相加,就会减去两数,可以考虑将它们每四个数一组,划分成 $100 \div 4 = 25$ 组,且每组的结果都是4,实际上只需计算25个4是多少就行了。

【解答】 $100+99-98-97+96+95-94-93+\dots+8+7-6-5+4+3-2-1$



$$\begin{aligned}
&= (100+99-98-97) + (96+95-94-93) + \cdots + (8+7-6-5) + (4+3-2-1) \\
&= \underbrace{4+4+\cdots+4+4}_{25\text{个}} \\
&= 4 \times 25 \\
&= 100
\end{aligned}$$

说明 本题的解答采用四个数一组的分组方法,还有一种两数一组的分组方法:

$$\begin{array}{r}
100+99+96+95+\cdots+4+3 \\
-98-97-94-93-\cdots-2-1 \\
\hline
2+2+2+2+\cdots+2+2
\end{array}$$

因为两个数一组,所以可分 $100 \div 2 = 50$ 组,则 $2 \times 50 = 100$ 。

可以看到,同一道题,可以有不同的方法,同学们在学习时要注意创新,找出自己的解法。

另外还需学会将算式变形,如:

$1-2+3-4+5-6+7-8+\cdots+95-96+97-98+99$ 可以将算式倒过来变成:

$$99-98+97-96+95-94+\cdots+5-4+3-2+1$$

再如: $(1+3+5+7+\cdots+97+99)-(2+4+6+8+\cdots+96+98)$ 可以将算式变形成竖式:

$$\begin{array}{r}
1+3+5+7+\cdots+97+99 \\
-2-4-6-\cdots-96-98 \\
\hline
1+1+1+1+\cdots+1+1
\end{array}$$



同类问题拷贝

5. (我爱数学夏令营计算竞赛试题,1996) $1996+1994-1992-1990+(1988+1986-1984-1982+\cdots+(12+10-8-6+4+2$

6. (北京市竞赛题,2002) $(2+4+6+\cdots+2002+2004)-(1+2+3+\cdots+2001+2002)$

2001 9 9661 5

参考提示:



经典讲练四

例4

(益阳市竞赛题,2002) 计算 $567 \times 422 + 567 + 577 \times 567$

分析 可根据乘法分配律进行“凑整”计算。

$$\begin{aligned}\text{【解答】 原式} &= 567 \times (422 + 1 + 577) \\ &= 567 \times 1000 = 567000\end{aligned}$$

同类问题拷贝

7. (南昌市竞赛题, 2003) 计算 $981 + 9810 \times 5 + 49 \times 981$

8. (黄冈市竞赛题, 2002) 计算 $111111 \times 999999 + 999999 \times 777777$

7. 98100 8. 888887111112

参考提示:

经典讲练五

例5

(广州市竞赛题, 2003) 计算 3333×6666

分析 因为 9999 可以变成 $10000 - 1$, 再按乘法分配律进行计算, 而本题中没有 99、999 和 9999 这样的数, 可以将 6666 分解成 3×2222 的形式, 先用 $3333 \times 3 = 9999$, 再乘以 2222 时, 就可以简算了。

$$\begin{aligned}\text{【解答】 原式} &= 3333 \times 3 \times 2222 \\ &= 9999 \times 2222 \\ &= (10000 - 1) \times 2222 \\ &= 22220000 - 2222 \\ &= 22217778\end{aligned}$$

说明 题中没有 9999, 但可以想办法“造”出 9999。学数学要有“造”的思想。

同类问题拷贝

9. (南京市竞赛题, 2002) 计算 3333×3333

$$\begin{aligned}&= 1111 \times 1111 \times (3 \times 3) \\ &= 1234321 \times 9 \\ &= 1110889 \\ &4444 \times 3333 \\ &= 1111 \times 1111 \times (4 \times 3) \\ &= 1234321 \times 12 \\ &= 1481582\end{aligned}$$

10. (上海市竞赛题, 2001) 计算 4444×3333

9. 1110889 10. 1481582

参考提示:



经典讲练六

例6

(浙江省竞赛题, 2002) 计算 $98989898 \times 99999999 \div 1010101 \div 11111111$

分析 利用乘法交换律和结合律、分配律进行简算。

【解答】 原式 $= (98989898 \div 1010101) \times (99999999 \div 11111111)$
 $= (98 \times 1010101 \div 1010101) \times (9 \times 11111111 \div 11111111)$
 $= 98 \times 9$
 $= 98 \times (10 - 1)$
 $= 980 - 98$
 $= 882$

同类问题精选

11. (福建省竞赛题, 2002) 计算 $6666 \times 8888 \div (4444 \times 3333)$

$$= (6666 \div 3333) \times (8888 \div 4444)$$

$$= 2 \times 2$$

$$= 4$$

12. (全国奥赛题, 2002) 计算 $(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 9 \times 10 \times 11) \div (27 \times 25 \times 24 \times 22)$

11. 4 12. 112

参考提示:

经典讲练七

例7

(我爱数学少年夏令营计算竞赛题, 2002) 计算 $333 \times 332332333 - 332 \times$

333333332

分析 此题如果直接乘, 数字较大。将 332332333 变成 $(332332332 + 1)$, 将 333333332 变成 $(333333333 - 1)$ 后, 反复用乘法分配律简算。

【解答】 原式 $= 333 \times (332332332 + 1) - 332 \times (333333333 - 1)$
 $= 333 \times 332332332 + 333 - 332 \times 333333333 + 332$
 $= 333 \times 332 \times 1001001 - 332 \times 333 \times 1001001 + 665$
 $= 333 \times 332 \times (1001001 - 1001001) + 665$
 $= 665$

说明 要善于观察数字特点, 反复拆分。

13. (长春市竞赛题, 2002) 计算 $9999 \times 2222 + 3333 \times 3334$

14. (南京市竞赛题, 2003) 计算 $19999 + 9999 \times 9999$

0000000001 14 0000333000 13.333330000

参考提示:

本讲超越测试

(时间: 60 分钟, 总分 100 分)

一、填空题(每题 4 分, 共 40 分)

- $8 + 98 + 998 + 9998 =$ _____;
- $464 - 548 + 99 + 348 =$ _____;
- $537 - (543 - 163) - 57 =$ _____;
- $454500 \div (25 \times 45) =$ _____;
- $3333 \times 2222 \div 6666 =$ _____;
- $(125 \times 99 + 125) \times 16 =$ _____;
- $42 \times 35 + 61 \times 35 - 3 \times 35 =$ _____;
- $187 \div 12 - 63 \div 12 - 52 \div 12 =$ _____;
- $3 \times 999 + 3 + 99 \times 8 + 8 + 2 \times 9 + 2 + 9 =$ _____;
- $999999 \times 78053 =$ _____。

二、选择题(每小题 5 分, 共 20 分)

11. 下面四个算式中最简便的是()。

- $986 + 238 = 900 + (86 + 238) = 900 + 324 = 1224$
- $986 + 238 = (1000 - 14) + 238 = 1000 + 238 - 14 = 1224$
- $986 + 238 = 986 + 234 + 4 = 1224$
- $986 + 238 = 980 + 6 + 238 = 1224$

12. $560 - 557 + 554 - 551 + \dots + 500 - 497$ 的结果是()。

- 33
- 36
- 30
- 39

13. 下列各式中没有反映出简便运算的是()。



A. $9+99+999+9999=10+100+1000+10000-4$

B. $4500 \div 54 \times 6 = 4500 \div (54 \div 6)$

C. $8 \times 240 \times 125 \div 48 = 1920 \times 125 \div 48$

D. $10000 \div 2 \div 4 \div 5 \div 25 = 10000 \div (2 \times 4 \times 5 \times 25)$

14. 一个两位数乘以 101 的积,就等于把这个两位数连写两遍所得的四位数,如 $32 \times 101 = 3232$;一个三位数乘以 1001 的积,就等于把这个三位数连写两遍所得的六位数,如: $125 \times 1001 = 125125$,下面几道计算题中,不能运用这两条规律进行巧算的是(A)。

A. 312×101

B. 252×1001

C. 101×78

D. $7 \times 11 \times 872 \times 13$

三、解答题(每题 10 分,共 40 分)

15. 计算 $(1000+999-998-997+996+995-994-993)+\dots+(104+103-102-101)$

16. $1111111111 \times 9999999999$ 的积中,有几个数字是奇数?

17. 计算 $224466 \times 446688 \div (1122233 \times 2233344)$

18. 计算 $456 \times 123123124 - 123 \times 456456455$

答案与提示

1. 1102

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (98+2) + (998+2) + (9998+2) + 2 \\ &= 100+1000+10000+2 \\ &= 11102 \end{aligned}$$

2. 363

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 348+200+263+1+99-548 \\ &= (348+200)-548+263+(99+1) \\ &= 548-548+263+100 \\ &= 363 \end{aligned}$$

3. 100

$$\text{原式} = 537-543+163-57$$

$$\begin{aligned}&=(537+163)-(543+57)\\&=700-600\\&=100\end{aligned}$$

4. 404

$$\begin{aligned}\text{原式}&=454500\div 45\div 25\\&=10100\div 25\\&=10000\div 25+100\div 25\\&=400+4\\&=404\end{aligned}$$

5. 1111

$$\begin{aligned}\text{原式}&=3333\times 2222\div (3333\times 2)\\&=3333\div 3333\times (2222\div 2)\\&=1\times 1111\\&=1111\end{aligned}$$

6. 200000

$$\begin{aligned}\text{原式}&=125\times (99+1)\times 16\\&=125\times 100\times 8\times 2\\&=1000\times 100\times 2\\&=200000\end{aligned}$$

7. 3500

$$\begin{aligned}\text{原式}&=35\times (42+61-3)\\&=35\times 100\\&=3500\end{aligned}$$

8. 6

$$\begin{aligned}\text{原式}&=(187-63-52)\div 12\\&=72\div 12\\&=6\end{aligned}$$

9. 3829

$$\begin{aligned}\text{原式}&=3\times (999+1)+8\times (99+1)+2\times (9+1)+9\\&=3\times 1000+8\times 100+2\times 10+9\\&=3000+800+20+9\\&=3829\end{aligned}$$

10. 78052921947

$$\begin{aligned}\text{原式}&=(1000000-1)\times 78053\\&=78053000000-78053\\&=78052921947\end{aligned}$$

二、判断题

11. B 12. A 13. C 14. A



三、解答题

15. 900

因为共有 $1000 - 101 + 1 = 900$ (个) 数, 所以

$$\begin{aligned}\text{原式} &= (1000 + 999 - 998 - 997) + (996 + 995 - 994 - 993) + \cdots + (104 + 103 - 102 - 101) \\ &= 4 \times (900 \div 4) \\ &= 4 \times 25 \times 9 \\ &= 900\end{aligned}$$

16. 10 个奇数

因为 $1 \times 9 = 9$

$$11 \times 99 = 11 \times (100 - 1) = 1100 - 11 = 1089$$

$$111 \times 999 = 111 \times (1000 - 1) = 111000 - 111 = 110889$$

...

...

所以 $1111111111 \times 9999999999$ 的积中有 10 个奇数。

有 1 个奇数

有 2 个奇数

有 3 个奇数

...

17. 4

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 224466 \div 112233 \times (446688 \div 223344) \\ &= 2 \times 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

18. 579

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 456 \times (123123123 + 1) - 123 \times (456456456 - 1) \\ &= 456 \times 123123123 + 456 - 123 \times 456456456 + 123 \\ &= 456 \times 123 \times (1001001 - 1001001) + 579 \\ &= 579\end{aligned}$$

第二讲 幻方和数阵图



知识方法点击

在 $n \times n$ 的方格里,既不重复又不遗漏地填上 $n \times n$ 个连续的自然数,使每行、每列、每条对角线上的 n 个自然数的和都相等,这样的图形叫做 n 阶幻方。相等的和叫幻和。

三阶幻方的规律:

1. 幻和 = 九个数之和 $\div 3$
2. 幻和 = 中心数 $\times 3$
3. 九个连续自然数中,第五个数是中心数,第二、四、六、八个数是四个角上的数。

经典讲练一

例1

将 1~9 这九个数填入图 2-1 使它成为一个三阶幻方。

分析 $1+2+\dots+8+9=45$ 。所以,每行、每列、每条对角线的三个数的和是 $(45 \div 3)=15$ 。

从 1 到 9 中,三个不同的数相加等于 15,只可能是

$$9+5+1, 9+4+2, 8+6+1, 8+5+2,$$

$$8+4+3, 7+6+2, 7+5+3, 6+5+4。$$

这八个式子,其中只有 5 出现四次,因此 5 一定在中心。在式子中出现三次的只有 8、6、4、2 这四个数,因此这四个数应当在四个角上,从而将幻方完成,如图 2-2 所示。

说明 除了图 2-2 所示的答案外,如果 8、6、4、2 在四个角的位置排得不同,9、7、3、1 的位置也相应有所不同,那么还可以得到其他形式的三阶幻方,我们把这些只是形式不同而实质相同的结果看作是一个解,只要写出其中一个作为答案就可以了。

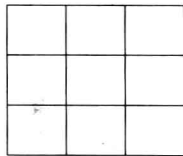


图 2-1

8	1	6
3	5	7
4	9	2

图 2-2

同类问题精解

1. 将从1开始的九个连续奇数填在 3×3 的幻方中, 使每一横行、每一竖列及两条对角线的三个数之和相等。

2. 将4至12这9个自然数组成一个三阶幻方。

5	1	7
10	8	6
9	4	11

图2-4

9	4	11
10	8	6
5	12	7

2.

图2-3

11	1	15
13	9	5
3	17	7

1.

参考提示:

经典讲练二

例2

在图 2-5 中 A、B、C、D 处填上适当的数, 使其成为一个三阶幻方。

分析 幻方中心数是 10, 可知幻和是 $10 \times 3 = 30$, 由此不难填出 B 和 C、D, 最后填 A。

【解答】 幻和 $= 10 \times 3 = 30$

$B = 30 - 15 - 10 = 5$; $C = 30 - 10 - 7 = 13$; $D = 30 - 15 - 6 = 9$; $A = 30 - 11 - 5 = 14$ 。

图 2-5

A	7	D
B	10	15
11	C	6

同类问题精解

3. 在图 2-6 中填上适当的数, 使每行、每列及每条对角线上的三个数之和都相等。

19		14
10		
	18	

图 2-6

	7	
3	8	

图 2-7

4. 在图 2-7 中填上适当的数, 使每行、每列及每条对角线上的三个数之和都相等。