


高等院校精品课程教材

管理运筹学

Operations Research for Management

李珍萍 等 编著

 中国人民大学出版社

高等院校精品课程教材

管理运筹学

Operations Research for Management

李珍萍 等 编著

中国人民大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

管理运筹学/李珍萍等编著. —北京: 中国人民大学出版社, 2011.12
高等院校精品课程教材
ISBN 978-7-300-14694-2

I. ①管… II. ①李… III. ①管理学: 运筹学-高等学校-教材 IV. ①C931.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 232818 号

高等院校精品课程教材

管理运筹学

李珍萍 等 编著

Guanli Yunchouxue

出版发行	中国人民大学出版社		
社 址	北京中关村大街 31 号	邮政编码	100080
电 话	010-62511242 (总编室)		010-62511398 (质管部)
	010-82501766 (邮购部)		010-62514148 (门市部)
	010-62515195 (发行公司)		010-62515275 (盗版举报)
网 址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com (人大教研网)		
经 销	新华书店		
印 刷	北京密兴印刷有限公司		
规 格	185 mm×260 mm 16 开本	版 次	2011 年 12 月第 1 版
印 张	21.75 插页 1	印 次	2011 年 12 月第 1 次印刷
字 数	516 000	定 价	38.00 元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

前 言

运筹学是运用科学的数量方法（主要是数学模型）研究对人力、物力进行合理筹划和运用，寻找管理及决策最优方案的综合性学科。其目的是根据实际问题的具体要求，通过定量的分析与运算，做出综合最优的合理安排，使有限的资源发挥更大的效益或作用。

运筹学作为一门学科，产生于第二次世界大战期间，在解决战争中出现的实际问题的过程中，形成了运筹学的各个分支的理论，同时，这些理论研究成果应用于战争中，取得了辉煌的战果。第二次世界大战结束后，运筹学的研究重点转向了工商业发展中的相关问题，研究范围的扩大进一步促进了运筹学理论的完善，出现了运筹学理论研究与应用研究相互促进的局面。20世纪60年代以来，随着电子计算机的出现，运筹学的应用范围更加广泛。时至今日，运筹学已经成为各行各业管理决策的一个基本工具。

运筹学是一门“从实践中来，到实践中去”的学科，用运筹学的方法解决实际问题也恰恰需要遵从“从实践中来，到实践中去”的基本原则。“从实践中来”指的是分析实际问题建立模型的能力，“到实践中去”则指把运筹学的理论结果应用到实际中去的能力。我们编写本书的目的，就是为读者搭建一个从实践到理论再回到实践的运筹学教学平台。

针对经济、管理类专业的特点，基于我们多年来从事运筹学教学、辅导大学生数学建模竞赛以及指导本科生毕业设计等的经验，本书重点介绍了运筹学中的线性规划、整数规划、目标规划、图与网络分析、动态规划、存储论、排队论、决策分析等分支的主要理论和基本方法。对于各章节的内容，我们尽量删减枯燥烦琐的数学证明及理论推导过程，并且借助较多的实例来讲解各类实际问题的数学模型的建立及其在经济管理中的应用，力求通过案例来阐明理论推导过程中的经济含义，使学生能直观地理解其中的原理。另外，针对目前已有的各种运筹学软件，我们除了在各章中专门增加一节介绍运筹学软件的使用方法外，还在大型案例的分析中使用这些软件。

本书的特点是：结合经济管理中的实际案例讲解运筹学理论及经济含义，重点突出数学建模技巧，通过介绍软件求解方法、进行大量的案例分析，培养学生运用运筹学方法解决实际问题的创新能力。

本书适合作为经济管理类专业本科生、研究生教材或教学参考书，授课内容可以根据具体的学时和要求进行选择。

本书由北京物资学院李珍萍教授策划并主编，北京物资学院成晓红副教授、刘洪伟博士、张方风博士、常双领和北京林业大学的赵玉英博士、宁雪梅博士等参加了编写。具体分工如下：李珍萍编写第1、第2、第5章，成晓红编写第3章，赵玉英编写第4、第6章，宁雪梅编写第7章，常双领编写第8章，张方风编写第9章，刘洪伟编写绪论、第10章和附录，最后由李珍萍统稿。

本书的编写出版得到了北京物资学院和北京林业大学的支持和资助，特别是得到了北京物资学院教务处处长许春燕教授、信息学院院长刘丙午教授的关心和鼓励，以及信息与计算科学教研室全体教师的帮助，在此一并表示感谢！

本书得到了以下项目的联合资助：

- (1) 北京市属市管高校人才强教计划项目（PHR201006217）；
- (2) 北京市优秀教学团队建设项目——数学建模系列课程教学团队；
- (3) 北京市精品课程建设项目——《运筹学》。

由于作者水平有限，书中错误和疏漏在所难免，恳请广大读者批评指正。

编者

目 录

绪 论	1
第 1 章 线性规划及单纯形法	8
第 1 节 线性规划问题的数学模型	8
第 2 节 两变量线性规划问题的图解法	15
第 3 节 线性规划问题的基本定理	19
第 4 节 单纯形法	24
第 5 节 单纯形法的进一步讨论	34
第 6 节 线性规划应用案例分析	41
第 2 章 线性规划的对偶理论	52
第 1 节 原问题和对偶问题	52
第 2 节 对偶问题的基本性质	58
第 3 节 对偶问题的经济解释——影子价格	65
第 4 节 对偶单纯形法	66
第 5 节 灵敏度分析	69
第 6 节 线性规划的软件求解方法	77
第 7 节 线性规划应用案例分析	79
第 3 章 运输问题	94
第 1 节 运输问题的数学模型及特征	94
第 2 节 运输问题的表上作业法	98
第 3 节 产销不平衡的运输问题及应用	109
第 4 节 运输问题的软件求解方法及应用案例分析	114
第 4 章 整数规划与指派问题	121
第 1 节 整数线性规划问题的数学模型	121
第 2 节 整数规划的求解方法	125
第 3 节 指派问题及匈牙利解法	131
第 4 节 整数规划的软件求解方法	136
第 5 节 整数规划应用案例分析	138

第 5 章 目标规划	148
第 1 节 目标规划的数学模型.....	148
第 2 节 目标规划的图解法.....	152
第 3 节 目标规划的单纯形解法.....	153
第 4 节 目标规划的软件求解方法.....	156
第 5 节 目标规划应用案例分析.....	159
第 6 章 动态规划	167
第 1 节 动态规划问题的数学模型.....	167
第 2 节 动态规划问题的解法.....	174
第 3 节 动态规划的软件求解方法.....	181
第 4 节 动态规划应用案例分析.....	182
第 7 章 图与网络分析	191
第 1 节 图的基本概念.....	191
第 2 节 最小树问题.....	194
第 3 节 最短路问题.....	198
第 4 节 最大流问题.....	202
第 5 节 中国邮路问题.....	208
第 6 节 旅行商问题.....	211
第 7 节 图与网络问题的软件求解方法.....	212
第 8 节 图与网络分析应用案例.....	214
第 8 章 存储论	225
第 1 节 存储问题的基本概念.....	225
第 2 节 确定性存储模型.....	227
第 3 节 随机性存储模型.....	243
第 4 节 存储问题的软件求解方法.....	250
第 5 节 存储论应用案例分析.....	255
第 9 章 排队论	262
第 1 节 基本概念.....	263
第 2 节 常用事件流的概率分布.....	267
第 3 节 单服务台排队模型及求解.....	270
第 4 节 多服务台排队模型及求解.....	280
第 5 节 一般服务时间 $M/G/1$ 模型.....	285
第 6 节 排队系统的最优化.....	288
第 7 节 排队问题的软件求解方法.....	291
第 8 节 排队论应用案例分析.....	292
第 10 章 决策分析	300
第 1 节 决策的基本概念.....	300
第 2 节 不确定型决策.....	303
第 3 节 风险型决策.....	307

第 4 节 决策分析的效用度量	314
第 5 节 决策分析问题的软件求解方法	318
第 6 节 决策分析应用案例分析	322
附 录 WinQSB 软件使用指南	330
参考文献	338

绪 论

运筹学是一门解决实际问题的新兴学科，在国民经济和科学技术的各个领域有着广泛的应用。它以人类对各种资源的分配和使用为研究对象，旨在探索人类对各种资源分配和使用活动的基本规律，以使有限的资源发挥最大的效益，达到全局最优的目标。它的基本特点是强调研究过程的完整性、理论与实践的紧密结合，以及数学模型的构造。

一、运筹学的起源和战后发展阶段

运筹学是一门应用学科，至今还没有一个统一的定义。据《大英百科全书》解释，“运筹学是一门应用于管理有组织系统的科学”，“运筹学为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具”。《中国企业管理百科全书》（1984版）指出，“运筹学应用分析、试验、量化的方法，对经济管理系统中人、财、物等有限资源进行统筹安排，为决策者提供有依据的最优方案，以实现最有效的管理”。现在普遍认为，运筹学是近代应用数学的一个分支，主要作用是将生产、管理等实践中出现的一些带有普遍性的问题加以提炼，然后运用数学方法进行解决。

（一）运筹学的起源

“运筹学”一词的英文为“operations research”（O. R.），其原意是运用研究或作战研究。我国老一辈科学家许国志、华罗庚等借用了《史记》中“夫运筹于帷幄之中，决胜于千里之外”的“运筹”二字将其译为运筹学，既恰当地反映了运筹学的性质和内涵，又表明了运筹学在我国早有萌芽。目前，运筹学的应用领域已经非常广泛，但作为一门学科，运筹学诞生于第二次世界大战期间，主要起源于军事、管理和经济等方面。

1. 运筹学的军事起源

在古代军事文献中有不少关于运筹学思想的记载。在我国先秦诸子的著作中，存在许多朴素的运筹学思想。例如，我国春秋时期的军事家孙武的《孙子兵法》中包含了丰富的运筹学思想。孙武将度、量、数等概念引入军事领域，通过必要的计算，预测战争的胜负，并指导作战。其后的军事家将军事运筹学思想不断完善和发展，如《孙臆兵法》、《尉缭子》、《百战奇法》等历代军事史籍，都有不少关于运筹学思想的记载。此外，田忌赛马、围魏救赵、丁渭修皇宫和沈括运军粮等历史故事，也充分说明我国很早就有了朴素的

运筹学思想，并且在生产实践中实际运用了运筹学方法。在国外，运筹学思想也可以追溯到很早以前。例如，阿基米德、达·芬奇、伽利略等都研究过作战问题。

现代最早进行的运筹学研究是以希尔（A. V. Hill）为首的英国国防部防空试验小组在第一次世界大战期间进行的高射炮系统的研究。英国人莫尔斯（P. M. Morse）建立的分析美国海军横跨大西洋护航队损失的数学模型，也是早期的运筹学研究，这一研究在第二次世界大战中有了深入全面的发展。此外，英国科学家兰彻斯特（F. W. Lanchester）提出了关于军队的数量优势、火力和胜负动态关系的 Lanchester 方程。美国人爱迪生（T. A. Edison）用博弈论和统计方法研究了商船避免德国潜艇袭击的航行策略，虽未被采用，但对后来的运筹学发展有所影响。

1938年第二次世界大战爆发，英国为了解决空袭的早期预警问题，以做好反侵略战争的准备，秘密地建立了一个雷达站。但随着雷达性能的改善和布防数量的增多，出现了来自不同雷达站的信息之间以及雷达站与整个防空作战系统的协调配合问题。1938年7月，Bawdsey 雷达站的负责人罗威（A. P. Rowe）提出立即对整个防空作战系统的运行情况进行研究，并用“operational research”一词来描述这一研究。1939年以英国人布莱克特（M. S. Blackett）为首，组建了一个代号为“Blackett 马戏团”的运筹研究小组，专门进行改进防空系统的研究。从学术的角度来看，他们的研究包含了整体性的概念和系统分析的思想。这个运筹小组的研究最初局限于空军战术，之后扩展到海军和陆军领域，并涉及战略决策的研究。第二次世界大战期间，运筹学被广泛应用于军事系统工程，除英国外，美国、加拿大等国也相继成立了军事运筹研究小组，以解决战争中遇到的问题，例如，如何提高战斗机的轰炸效果或侦察效果，如何利用水雷有效封锁敌方海域，如何加大深水炸弹的起爆深度以提高毁伤率等，这些研究为取得反法西斯战争的胜利作出了巨大的贡献。

2. 运筹学的管理起源

第一次世界大战前就已经发展成熟的古典管理学派对运筹学的产生和发展有很大影响。1911年，“科学管理之父”泰勒出版的著作《科学管理原理》一书中将管理思想和理论主要概括为三点：（1）科学管理的根本目的是谋求最高工作效率，提高劳动生产率是泰勒创立科学管理理论的出发点和基础；（2）达到最高工作效率的重要手段是科学的管理方法，为此，必须制定明确的规定、条例和标准，必须用科学化、制度化的管理代替旧的经验管理；（3）实施科学管理要求精神上的彻底变革，要求工人树立对工作、对同事、对雇主负责的观念，要求管理人员改变对同事、对工人的态度，增强责任心。通过这种变革，可以让管理者和工人双方都把注意力从盈利的分配转移到提高盈利数量上来。

与泰勒同时对管理改革作出贡献的其他学者中具有代表性的人物是甘特（H. L. Gantt）和吉尔布雷思（Gilbreth）夫妇。甘特曾是泰勒的亲密合作者，也是科学管理运动的先驱之一。1902—1919年期间，他是一个独立创业的咨询师，并在哈佛大学、耶鲁大学、哥伦比亚大学等著名高校任教。甘特的贡献主要有：（1）提出了“工资任务加奖金”的工资制度；（2）1903年设计了一种“生产计划进度图”（也称“黑道图”），以有效地监督和管理作业的整个过程，目前该图仍在实践中使用，并已发展成为运筹学中的统筹方法；（3）强调管理民主和重视人的领导方式。吉尔布雷思夫妇则以进行动作研究而著称。吉尔布雷思本人（或与夫人合作）出版了许多著作，其中较有影响的有《动作研究》、

《科学管理入门》以及《疲劳研究》等。他们的研究比泰勒的研究更为细致和广泛。

美国的福特(H. Ford)在泰勒的单工序动作研究的基础上,围绕如何提高整个生产过程的生产效率以提高企业的竞争力展开了研究。他充分考虑了大量生产的优点,规定了各个工序的标准时间,使整个生产过程在时间上协调起来,创造了第一条汽车生产流水线,从而提高了整个企业的生产效率,使成本明显降低。

以泰勒为代表的管理学派被称为科学管理学派,管理实践和管理科学的许多问题至今仍然是运筹学家关注的课题。

3. 运筹学的经济起源

经济学理论对运筹学的影响是与数理经济学学派紧密相关的。数理经济学对运筹学(特别是线性规划)的影响可以追溯到魁奈(Quesnay)于1758年发表的《经济表》。当时最著名的经济学家瓦尔拉(Walras)研究了经济平衡问题,后来的经济学家对其数学形式进一步研究并使之得到了深入发展。20世纪30年代,奥地利和德国的经济学家推广了瓦尔拉的研究成果。1928年,冯·诺伊曼(Von Neumann)提出了一个广义经济平衡模型。1939年苏联数学家康托洛维奇发表了《生产组织和计划中的数学方法》一文,他针对彼得格勒胶合板厂的计划任务建立了一个线性规划模型,并提出了“解乘法”的求解方法。这些都可以看成是运筹学的早期研究。

(二) 运筹学的发展阶段

第二次世界大战后运筹学的发展大致可分为三个阶段:

1. 从1945年到20世纪50年代初的创建时期

此阶段的特点是人数不多,范围较小,相关的出版物、学会等很少。最早的工业运筹学研究人员出现在英国国家煤炭委员会,随后电力、交通两个国有部门先后在很短的时间内分别组建了自己的运筹学小组。部分私营产业,尤其是有合作研究协会的产业(如英国钢铁研究协会(British Iron & Steel Research Association, BISRA)),也陆续创立了运筹学小组。在英国,最早从事军事运筹学研究的人试图将运筹学方法应用于民用部门,于是在1948年成立了“运筹学俱乐部”,在煤炭、电力等部门推广应用运筹学取得了一些进展。1948年美国麻省理工学院把运筹学作为一门课程进行介绍,1950年英国伯明翰大学正式开设了“运筹学”课程,1952年美国喀斯(Case)工业大学专门设立了运筹学的硕士和博士学位。

2. 从20世纪50年代初到50年代末的成长时期

此阶段的一个特点是电子计算机技术的迅速发展使得运筹学中的一些方法(如单纯形法、动态规划方法等)得以用来解决实际管理系统中的一些优化问题,促进了运筹学的推广和应用。最初几年,工业运筹学的发展较为谨慎,绝大多数研究队伍规模不大。50年代末,在美国大约有半数的大型公司在自己的经营管理中运用运筹学。另外一个特点是有更多的刊物和学会出现。1956—1959年就有法国、印度、日本、荷兰、比利时等10个国家成立了运筹学会,同时有6种运筹学刊物问世。1957年在英国牛津大学召开了第一次国际运筹学会议,1959年成立了国际运筹学会(International Federation of Operations Research Societies, IFORS)。1953年出版的《运筹学方法》一书反映了日本在运筹学方面的研究成果,当时在国际上从事质量管理的教师都委托赴日求学的博士寻找此书。1957

年日本运筹学会成立，开始主办国际会议，于是运筹学逐渐在日本发展起来。运筹学在其他国家（如印度、匈牙利、荷兰、比利时等）也得到一定的发展。

3. 从 20 世纪 60 年代至今为运筹学迅速发展和普及时期

此阶段的特点是运筹学进一步细分为各个分支，专业学术团体迅速增多，更多期刊创办，运筹学书籍大量出版，更多学校将“运筹学”课程纳入教学计划。第三代电子数字计算机的出现，促使运筹学用于研究一些大型复杂系统，如城市交通、环境污染、国民经济计划等。运筹学被广泛应用于政府机构、国有部门和企业界。至 1963 年，应用运筹学的行业有飞机和导弹制造、玻璃、金属、矿产业、包装、造纸、炼油、照相器材、印刷和出版、制鞋、纺织、烟草、运输、木材加工、餐饮和民意调查等。很多大型企业都设有自己的专业运筹队伍和小组，例如 ICI、NCB、UnitedStell、English Electric、BISRA、Unilever 等。至 1970 年，运筹学几乎已经渗透到所有的政府部门和机构。

中国的第一个运筹学研究小组是在钱学森、许国志的推动下，于 1956 年在中国科学院力学研究所成立的。1957 年运筹学开始应用于建筑业和纺织业，1958 年后开始应用于交通运输、工业、农业、水利建设、邮电等领域，尤其是在运输领域，应用于从物资调运、装卸到调度等环节。1958 年，专门的运筹学研究室成立，由于在运用单纯形法解决粮食合理运输问题时遇到了困难，我国运筹学工作者创立了运输问题的“图上作业法”；管梅谷教授提出了国外称之为“中国邮路问题”的解法。1959 年，第二个运筹学部门在中国科学院数学研究所成立，这是“大跃进”时期数学家投身于国家建设的一个产物。力学研究所运筹学小组与数学研究所运筹学小组于 1960 年合并成数学研究所的一个研究室，当时的主要研究方向为排队论、非线性规划和图论，还有人专门研究运输理论、动态规划和经济分析。20 世纪 50 年代后期，运筹学在中国的应用主要集中在运输问题上，一个典型的例子是“打麦场的选址问题”，通过使用运筹学方法大大节省了人力资源。从 60 年代起，运筹学在我国的钢铁和石油部门得到了全面和深入的应用。1965 年起统筹法应用于建筑业、大型设备维修计划等方面取得了可喜进展。70 年代起，全国大部分省市推广优选法。70 年代中期，最优化方法在工程设计界得到广泛重视，在光学设计、船舶设计、飞机设计、变压器设计、电子线路设计、建筑结构设计和化工过程设计等方面取得成果。排队论开始应用于研究港口、矿山、电信和计算机设计等方面。图论曾被用于线路布置和计算机设计、化学物品的存放等。1960 年在山东济南召开了全国应用运筹学的经验交流和推广会议，1962 年和 1978 年先后在北京和成都召开了全国运筹学会议，1980 年 4 月成立了中国运筹学会，并负责组织及管理亚太地区运筹学研究中心的日常学术活动。除中国运筹学会外，中国系统工程学会以及与国民经济各部门有关的专业协会也把运筹学的应用作为重要的研究领域。

二、运筹学的特点和解决问题的步骤

（一）运筹学的特点

运筹学是一门应用科学，广泛运用现有的科学技术知识和数学方法，解决实际中提出的问题，为决策者选择最优决策提供定量依据。其性质和特点可以概括为：

（1）运筹学是一种科学方法，这意味着运筹学不是某种研究方法分散和偶然的应用，

而是可以系统地应用于一类问题的解决过程中，目前已被广泛应用于工商企业、军事部门、民政事业等以研究组织内的统筹协调问题，故其应用不受行业、部门的限制。

(2) 运筹学强调以量化为基础，这就需要建立各种数学模型，为决策者的决策提供定量的依据。运筹学既对各种经营活动进行创造性的科学研究，又涉及组织的实际管理问题，具有很强的实践性，最终应能为决策者提供建设性意见，并收到实效。

(3) 运筹学强调最优策略，以整体最优为目标，从系统的观点出发，力图以整个系统最佳的方式来解决该系统各部门之间的利害冲突。它对所研究的问题求出最优解，寻求最佳的行动方案，所以它也是一门优化技术，提供的是解决各类问题的优化方法。

(4) 运筹学具有多学科交叉的特点，如综合运用经济学、心理学、物理学、化学、系统科学等学科的一些方法。

虽然不大可能存在能处理极其广泛对象的运筹学，但在运筹学的发展过程中还是形成了某些抽象模型，并能用于解决较广泛的实际问题。随着科学技术的发展和人民生活水平提高的需要，运筹学已经渗透到诸如服务、库存、搜索、人口、对抗、控制、时间表、资源分配、厂址选择、能源、设计、生产、可靠性等众多领域，并发挥着越来越重要的作用。

(二) 运筹学解决问题的步骤

运用运筹学方法解决实际问题通常有以下几个步骤：

1. 确定问题及目标

首先对所研究的系统和问题进行观察和分析，归纳出决策的目标及制定决策时的种种限制。问题的目标一经明确就要贯彻始终，直至目标实现。如果目标一开始就不明确或有错误，之后做的工作就会是徒劳。由于实际问题往往比较复杂，很多矛盾掺杂在一起，边界模糊，情况不明确，因此需要进行深入的调查分析，必要时需要与有关人员讨论，明确问题的过去与未来、问题的边界、问题的系统环境，明确哪些是问题的可控的决策变量、哪些是不可控的决策变量，限制变量的取值范围以及对目标的有效度量等。

2. 搜集数据建立模型

模型是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表达。模型的正确建立是运筹学研究中关键的一步，是将实际问题、经验、科学方法三者有机结合的创造性的工作。建立的模型较好，可以使问题的描述高度规范化，从而建立一个统一的规划模型，对这样的模型进行研究可以代替对一个个具体问题的分析研究；可以通过输入各种数据资料，分析各种因素与系统整体目标之间的因果关系，从而建立一套有逻辑的分析问题的程序；可以为利用计算机解决实际问题架设桥梁。在建模过程中，一般先采取简单的形式，然后逐步丰富接近实际问题。由于模型是对问题的理想化抽象，因此建模时有必要进行一些近似或简化假设，剔除一些不重要的因素。在此过程中，运筹学研究小组还要花时间搜集与问题有关的数据，特别是一些关键的数据。

3. 求解模型

根据问题的要求，运用数学方法或其他辅助工具对模型求解，可分别求出最优解、次优解或满意解；根据对解的精度度的要求及算法上实现的可能性，又可区分为精确解和近似解等。绝大多数运筹学教材中介绍的算法主要是求精确最优解，实际管理问题中往往只要

得到满意解或近似解即可。近年来,启发式算法和很多软件计算方法已经成为求解运筹学模型的重要工具。

4. 检验模型

为了对模型进行检验,需要将实际问题的历史数据资料代入模型,研究得到的解与实际情况的符合程度,以判断模型是否正确。如果发现有较大差距,要将实际问题与模型重新对比,排查实际问题中的重要因素是否已在模型中考虑,检查模型中的数学表达是否前后逻辑一致,以便发现问题,进行修正。

5. 结果分析及实施

任何模型都有一定的适用范围,模型的解是否有效取决于模型是否继续有效。采用灵敏度分析方法,可以确定保持最优解稳定的参数变化范围。只有在模型的解对应的方案确定并实施后,研究才能有收获,因此这一步既关键又困难。这就要求明确研究结果由谁来实施、在什么时间实施、如何实施,要求估计实施过程中可能遇到的阻力,并为此制定相应的克服困难的措施。

三、运筹学研究的主要内容

运筹学按所解决问题性质上的差别,将实际问题归为不同类型的数学模型,这些不同类型的数学模型构成了运筹学的各个分支。主要分支包括:数学规划、图论、排队论、对策论、决策论、存储论、可靠性理论等。下面简要介绍其中几个主要分支。

(1) 数学规划:数学规划的研究对象是计划管理工作中有关安排和估值的问题,解决的主要问题是在给定条件下,按某一衡量指标来寻找安排的最优方案。它可以表示为求函数在满足约束条件下的极大极小值问题。数学规划与古典的求极值的问题有本质上的不同,古典方法只能处理具有简单表达式和简单约束条件的情况。现代的数学规划中问题的目标函数和约束条件都很复杂,而且要求给出某种精确度的数学解答,因此算法的研究特别受到重视。根据问题的性质与处理方法的不同,数学规划又分为线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、多目标规划等。

(2) 图论:图论是一个古老但又十分活跃的分支,是网络技术的基础,利用一种表示对象之间关系的图研究生产管理过程中遇到的优化问题(如线路选择、车辆调度、人员分配、附属设施的布局等),在物流管理中有着非常广泛的应用。

(3) 排队论:排队论又称随机服务系统理论,是一种研究排队服务系统工作过程优化的数学理论和方法。它的研究目的是回答如何改进服务机构或组织被服务的对象,使得某种指标达到最优的问题,比如,一个港口应该有多少个码头,一个工厂应该有多少维修人员,等等。由于排队现象是一种随机现象,因此在研究排队现象时通常以概率论作为主要工具。

(4) 对策论:对策论也称博弈论,是研究冲突现象和选择最优策略的一种理论,适用于各种经济行为、社会管理、军事外交等领域在对抗和冲突条件下决策策略等方面的分析。

(5) 决策论:决策论是研究决策者如何有效地进行决策的理论和方法。决策论能够指导决策者根据所获得的各种状态信息,按照一定的目标和衡量标准进行综合分析,使决策

既符合科学原则，又能满足决策者的需求，从而促进决策的科学化。

(6) 存储论：这一分支研究在各种供应和需求条件下，应当在什么时间提出多大批量的订货来补充储备，使得用于采购、存储和可能发生短缺的费用损失的总和为最少等问题。存储问题是供应链管理中最关键的问题。

四、运筹学在实际管理决策中的应用

运筹学在管理领域的许多方面得到了成功的应用，并产生了很高的经济效益。以下是几类运筹学得到成功应用的例子。

(1) 生产计划问题：此类问题要求根据计划期内所控制的资源，从总体上筹划资源利用，进而形成生产计划，以谋求最大的利润或最小的成本。解决这类问题一般采用线性规划、整数规划以及模拟方法。另外，诸如生产作业计划、日程表的安排、合理下料和配料、物料管理等问题也可以用运筹学方法解决。

(2) 运输问题：利用运筹学中的运输问题模型，可以确定最小成本的运输路线、物资的调拨、运输工具的调度以及配送中心地址的选择等。

(3) 库存管理问题：管理者把运筹学中的存储论应用于多种物资库存量的管理，确定某些设备的合理的能力或容量以及适当的库存方式和库存量。例如，美国某机器制造公司运用存储论节省了将近 20% 的费用。

(4) 市场营销问题：在广告预算和媒介选择、竞争性定价、新产品开发、销售计划制定方面，运筹学也大显身手。例如，博弈论中的博弈分析对市场竞争策略的制定具有非常高的价值；美国杜邦公司从 20 世纪 50 年代起就将运筹学用于研究广告宣传、产品定价和新产品引入。

(5) 人事管理问题：可以将运筹学方法用于预测人员需求和获得情况，确定最佳的人员编制；可以运用指派问题的求解方法确定合理的人员分配方案、人才评价体系和薪酬体系等。

(6) 财务与会计问题：这类问题涉及预算、贷款、成本分析、定价、投资、证券管理和现金管理等，可以运用运筹学中的统计分析、数学规划、决策分析等方法来解决。

此外，运筹学还成功地应用于设备的维修、更新和可靠性分析，项目的选择与评价，工程的优化设计，信息系统的设计和管理，以及各种城市紧急服务系统的设计和管理等诸多方面。

总之，运筹学在实际管理中的应用前景是非常广阔的，本书的目的之一就是在实际管理者与运筹学之间架起一座桥梁，帮助实际管理者进一步了解运筹学，让他们知道在实际管理工作中如何运用运筹学来更好地进行决策，以创造更好的效益。

第 1 章

线性规划及单纯形法

线性规划 (linear programming) 是运筹学中研究较早、发展较快、应用广泛、方法较成熟的一个重要分支, 是一种合理利用和调配有限资源的数学方法。它研究的问题主要有两类: 一是面对一定的资源 (如人力、物力、财力、时间等), 要求充分利用, 以获得最大的经济效益, 称为极大化问题; 二是给定一项任务, 要求统筹安排, 尽量做到用最少的人力、物力、财力资源去完成这一任务, 称为极小化问题。由于这两类问题都具有规划、预算的性质, 并且其收益或消耗与其他量之间呈线性关系, 因此用线性规划命名。线性规划不仅仅是一种数学理论和方法, 而且已经成为现代管理工作中帮助管理者作出科学决策的重要手段。

本章首先列举一些简单的实例来阐述线性规划所研究的问题、数学模型及标准形式, 然后介绍求解线性规划的单纯形法, 最后给出几类典型的线性规划应用的案例。

第 1 节 线性规划问题的数学模型

实际问题的数学表达式称为该问题的数学模型。正确地建立实际问题的数学模型是运用运筹学解决问题的关键步骤, 本节通过几个实例引入线性规划问题的数学模型。

一、引例

[例 1—1 生产安排问题] 某企业使用 A、B、C 三台机器生产甲、乙两种产品。已知未来两周内 A、B、C 三台机器的使用时间分别不得超过 80、60、45 小时, 生产每单位产品所需的各台机器的加工时间及每单位产品的利润如表 1—1 所示, 问: 企业如何安排未来两周的生产才能使总利润达到最大?

表 1—1 企业生产数据表

机器 \ 产品	甲	乙	可利用的机时 (小时)
A	2	4	80
B	3	2	60
C	3	0	45
单位产品的利润 (元)	50	60	

这是一个生产安排问题,或者说是一种资源分配问题。既定的目标是企业利润最大,但可供利用的资源有限,即三台使用时间受限制的机器。企业管理者的责任就在于科学合理地安排两种产品的产量,实现目标要求。

设甲、乙两种产品的产量分别为 x_1, x_2 单位,未来两周的总利润为 z 。于是上述问题归结为:寻求一组 x_1, x_2 的值,在满足条件

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 80 & \text{设备 A 的实际使用时间不超过给定的时间} \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 60 & \text{设备 B 的实际使用时间不超过给定的时间} \\ 3x_1 \leq 45 & \text{设备 C 的实际使用时间不超过给定的时间} \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 & \text{产品的产量不能为负值} \end{cases}$$

的前提下,使总利润 $z = 50x_1 + 60x_2$ 达到最大值。

该问题的数学模型为:

$$\begin{aligned} \max z &= 50x_1 + 60x_2 \\ \text{s. t.} \quad &\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 80 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ 3x_1 \leq 45 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

式中,“max”是极大化“maximize”的缩写。

[例 1—2 原料配比问题] 某企业使用三种原料 B_1, B_2, B_3 配置某种食品,要求食品中蛋白质、脂肪、糖、维生素的含量分别不低于 15、20、25、30 单位。以上三种原料的单价以及每单位原料所含各种成分的数量如表 1—2 所示。问:如何配置食品才能使成本最低?

表 1—2 原料配比问题数据

营养成分 \ 原料	B_1	B_2	B_3	食品中营养成分的需要量
蛋白质	5	6	8	15
脂肪	3	4	6	20
糖	8	5	4	25
维生素	10	12	8	30
原料单价 (元)	20	25	30	