

高考数学试题、试卷评析 与分档综合训练

江树基 等编著

西北工业大学出版社

高考数学试题、试卷评析 与分档综合训练

江树基 张淑琴 编著

全国各省市自治区高中数学竞赛题、题解、评析、答案

江树基 张淑琴 编著

江树基 张淑琴 编著

江树基 张淑琴 编著

西北工业大学出版社

(西安)

西北工业大学出版社

西北工业大学出版社

1989年2月 西安

内 容 简 介

本书分三部分：一是对1986—1988三年高考数学试题与试卷的评析。考生可以从中获得信息反馈，取得应试的经验教训，了解试题的命题原则、要求、特点、重点以及试题的演变，从而把握好复习的深浅度，以便收到预期效果；二是分档综合训练题。它是根据教学大纲要求，高考数学命题原则和高考数学试题的低、中、高三个不同档次而精心设计的综合训练题，这些题是精选和改制而成的，每个档次按复习指导、解题方法指导、训练题三部分编排，有利于加强“双基”训练，启迪智力，提高运用知识的综合能力；三是答案、提示及解答。其中高档训练题解答详细并注意给出了一题多解，有利于培养学生解题技能。

本书特别适宜于高中毕业生、社会青年在数学复习第二阶段进行综合复习和强化训练时使用，也适合于中学数学教师教学参考。

高考数学试题、试卷评析与分档综合训练

编著者 江树基 张淑琴

责任编辑 李 珂

责任校对 刘彦信

西北工业大学出版社出版发行

(西安友谊西路127号)

陕西省新华书店经销

空军工程学院印刷厂印装

ISBN 7-5612-0133-8/G·19

开本787×1092毫米 1/32 10.875印张 231千字

1989年2月第1版 1989年2月第1次印刷

印数1—10000册 定价：3.45 元

前 言

在当前的教育改革中，一年一度的高考数学考试也在不断改革，并取得了成效。

本书为了适应考试改革帮助考生复课迎考，争取以优异的成绩让祖国挑选，尽一点微薄力量。

编写中首先对近几年高考试题及试卷进行了分析、研讨，考生可以从中获得信息反馈，了解试题的命题原则、要求、特点等；取得应试的经验教训；把握复习的深浅度。其次，根据教学大纲要求、命题原则和高考数学试题的三个不同档次，精心设计了三个不同档次的训练题，这些题是精选和改制而成的，具有新颖、灵活、知识覆盖面广，又突出重点，溶知识与能力于一体，针对性强的特点，有利于考生在较短时间内搞好数学综合复习工作。

本书分三部分，包括对近三年的高考数学试题及试卷的评析；分档训练题（低档、中档、高档）；训练题答案、提示及解答，每个档次训练题按照复习指导，解题方法指导，训练题三部分编排，有利于加强学生的“双基”训练、启迪智力，提高运用知识的综合能力。本书适合高中毕业生、社会青年在数学复习第二阶段进行综合复习和强化训练时使用，同时也适合中学数学教师参考。

在编写过程中参阅了有关资料；数学试题及试卷评析中的一些资料是由阅卷老师提供的，在此表示感谢。

由于作者水平所限，不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

编著者

1988年8月

目 录

第一部分 高考数学试题、试卷(理工)评析..... (1)

- 一、从1986年高考数学试题及试卷分析谈
中学数学教学..... (1)
- 二、对1987年高考数学试题及试卷的分析..... (7)
- 三、1988年高考数学试题及试卷评析兼谈
考生数学复习..... (14)
- 四、1986年、1987年、1988年高考数学试
题分类研究..... (23)

第二部分 分档综合训练题..... (39)

- 一、低档训练题..... (39)
- 二、中档训练题..... (120)
- 三、高档训练题..... (164)

第三部分 答案、提示及解答..... (199)

- 一、1986年、1987年、1988年高考数学试题
分类研究的答案..... (199)
- 二、分档综合训练题答案、提示及解答..... (224)

第一部分 高考数学试题、试卷

(理工)评析

一、从1986年高考数学试题及试卷 分析谈中学数学教学

1986年的高考数学试题保持和发扬了1985年高考数学试题的优点，严格按中学数学教学大纲基本要求的教学内容命题。它符合中学教学的实际，试题全面考查了学生对基础知识和基本技能掌握的情况，也考查了学生对初等数学的解题思路和方法掌握的灵活程度，有利于学生广开思路，充分发挥自己的聪明才智（第三大题至第七大题各题均出现四至六种解法，有些解法思路好，解法简练），起到了鉴别不同学生的数学能力的作用，既有利于为高等学校选拔合格新生，又有利检查，指导中学数学教学。

试题具有以下特点：起点合适，小题多，覆盖面大；中等试题学生易于入手，但要完满解答，需要较好的基础知识和一定的分析能力（如第三、第四、五、六各大题）；难度较大的第八题，题型新颖，设疑适当，综合性大，这就是要求学生有坚实的基础知识和较高的分析、综合能力才能完成。总之试题源于教材（尤其是第三大题是数学课本中的复习题），基础性强，能力要求适当。

从高考后的情绪看，学生高兴，教师满意，家长喜欢。

以样本数为977份试卷的抽样成绩，分布情况如下表所示。其中80分以上的试卷占29%，60—79分的占47%，60分以下的占24%，成绩分布情况是两头小，中间大，符合当前中学生数学学习的实际状况。

成绩	0 9分	10 19分	20 29分	30 39分	40 49分	50 59分	总分	平均分
所占百分数	0	1%	2%	8%	4%	9%	68559	70.173

成绩	60 69分	70 79分	80 89分	90 99分	100 以上	总分	平均分
所占百分数	21%	26%	20%	8%	1%	68559	70.173

(一) 试卷中反映出的主要问题

1. 考生的基本概念不清，基础知识掌握不扎实。第一、二大题的各小题只相当于口答或练习水题平，但从得分情况很容易说明这一点。

第一大题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
满分率	95%	90%	95%	80%	80%	[注]	70%	70%	60%	40%

[注]第(6)小题因试题本身原因，每人均得3分。

第二大题

题号	1	2	3	4	5	6
满分率	60%	70%	40%	30%	50%	40%

在第三大题中把 $\angle ACB$ 错误当成二面角 $A-PC-B$ 的平面角去证平面 $PAC \perp$ 平面 PBC ，把三垂线定理注成射影定理。

在第五大题中出现 $\lg(\alpha - \beta) = \frac{\lg \alpha + \lg \beta}{1 - \lg \alpha \cdot \lg \beta}$ ，及 $|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 + 2|AC| \cdot |BC| \cos \alpha \cdots$ 等基本公式的错误。

在第六大题中把并集写成 $A \cup B = 20$ 或20个。

2. 考生的基本计算能力显得薄弱。在第二大题的第(1)小题中，解方程求根错误率为40%；第(2)小题中计算 $\omega^2 + \omega + 1$ 不知用1的立方根 ω 的性质去求式子的值，而化成复数三角形式去计算，导致错误率达30%；第(4)小题求极限错误率为70%。

在第七题中求 l_2 斜率 k_2 或 $f(k) = \frac{k_2}{k}$ 的结果错误率为30%。

3. 考生的基本技能较差，基本训练薄弱。在第五大题中，虽然学生出现了五种不同解法，不少学生都因为基本技能差，基本训练薄弱，得出函数式后不会变换求极值，半途而废。

在第七题中，80%的学生直接从 $f(k) = \frac{1}{1-k^2}$ 出发求函数定义域，而忽视了 l_1 与抛物线有两个交点的充要条件是： $(2k^2 - 4)^2 - 4k^2 \cdot k^2 > 0$ 及 $k \neq 0$ ，只答出 $|k| \neq 1$ ；另外在讨论函数单调性时，忽视了 k 的实际意义和允许范围，出现了 $k \in (0, +\infty)$ ， $(-\infty, -1)$ 等错误；在应用韦达定理时，符号出错；在求中点的坐标时，把 $x_1 + x_2$ 或 $y_1 + y_2$ 未除以2

导致计算错误。

4. 考生的逻辑推理比较混乱，论据不充分 在第三大题立体几何题中表现尤为突出，推理不严，逻辑混乱。

$$\left. \begin{array}{l} PA \perp \odot O \text{ 所在平面 } \alpha \\ \text{例如, } \angle ACB = 90^\circ \\ AC \text{ 是 } PC \text{ 的射影} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} PA \perp AC \\ PA \perp BC \\ PA \perp AB \end{array} \right\}$$

这样的学生实际上想证 $PA \perp BC$ ，而写了些无用的条件和不必要的结果，把需要的条件 $BC \subset \text{平面 } \alpha$ 没写上。

论据不充分，如： $PA \perp BC$ ， $AC \perp BC$ ，故平面 $PAC \perp$ 平面 PBC ，丢掉了 $BC \perp \text{平面 } PAC$ 的主要推理依据。

逻辑推理有错误，相当多的学生用平面与平面垂直的性质定理去推证平面与平面垂直，由于以上错误导致学生对作过的且比较简单的课本总复习题，满分率仅为31%。

5. 考生的分析、综合能力差 在第六题中，由于学生的分析、综合能力差，考虑问题不全面出现重复和遗漏现象，满分率为10%。

在第八题中，出现不知对 x_1 取值范围进行讨论，而后，分别用数学归纳法证之，得零分的相当多。

(二) 几点想法

怎样使中学数学教学质量不断提高，以适应四化建设的需要，试谈以下几点想法：

1. 加强基础知识，基本概念教学，努力培养学生的基本能力。当前在数学教学中不从实际出发，超越学生的接受能力，求多，求全，求深的现象比较严重，致使学生基础知识薄弱，概念模糊，能力提高缓慢，这主要是认识问题。从实际出发，扎扎实实地使学生掌握好数学的基础知识、基本

概念，是培养学生计算能力、逻辑推理能力和空间想象能力的前提。在培养学生能力的过程中又能加强对基础知识、基本概念的理解与巩固，在实际应用中既需要知识，也需要能力，因此，在实际教学中必须从学生实际出发，从知识的内部联系上，让学生把握概念的实质，明确概念的 内含 和 外延，这样，学生的认识才能从教师所列举的实例或例题中抽象出来，形成概念，形成能力。当前影响双基加强另一个原因是大量压缩教学时数，赶进度。把三年的教学内容两年讲完，利用一年时间去搞高考复习，这样，势必对概念的讲解比较草率，或一代而过，对基本技能训练更注意不够，由于学生吃不透概念的实质，识认肤浅，所学知识呆板、僵化，更谈不上能力提高，在总复习时，对双基重视不够，把注意力放在题型上，而忽视培养学生探索解题思路的能力，讲完题又缺乏引导学生回顾解题过程在知识，思路，方法上有什么新的启示、在讲完后留下大量作业，学生又没充裕的时间作，只好想想，画画而已，基本技能得不到很好训练，形成眼高手低，只知怎样做，但一做就错。因此，必须改变上述作法，按照正常进度组织好课堂教学，狠抓双基训练，同时，加强单元、章、节的复习，练习，巩固，逐步培养能力。这样做看起来慢，实质上快。

2. 改革教学方法，研究学习规律，加强启发式教学，在“少、精、活”上下功夫，从卷面看，不少学生对较灵活的基本题及对要独立进行分析、判断、分情况讨论的题得分低，追其原因在于平时教学和总复习时讲的多，学生动手作的少，长期处于被动接受状态，不善于总结学习规律，因此，那种“新课一代而过，应用成堆”的教学结构，以及

反复作题,总结套路,归纳成型”的做法只能加重学生负担,使学生思想僵化,上述做法应该彻底改革,讲少、讲精,讲透、讲活,在掌握好双基的基础上,经常用一些基础性强,灵活多变的试题让学生去研讨是大有好处的。

3. 要重视和加强学生逻辑推理和论证能力的培养 在这方面代数、三角、几何的教学都要进行培养和训练,尤其是几何教学起着重要的作用。除了改进教学方法,加强课内、外训练外,还应改变教学课时的分配,由于立体几何第一章教学课时数少(每周授课两课时),又加上空间概念难以建立,教学实践证明教师没有充分时间对学生进行逻辑推理和论证能力的培养和训练,因此,建议将高一立体几何第一章授课课时数由每周两课时增加到每周三课时为宜。

4. 减轻学生负担,让学生有充分时间自学 当前存在的问题是学生一升入高中,除了课堂进行教学外,还利用寒、暑假时间,组织“补课班”,“提高班”,“复课班”,“高考补习班”等等。五花八门,有学校办的,社会办的,家长办的,把学生的时间全部占光。为什么不能把这些时间留给学生让他们自己去领会,去思考,去研讨,把知识真正变为自己的呢?建议有关部门采取得力措施,保证学生有充分地自学时间,这样才能变被动为主动,生动活泼地发展学生的特长、爱好,提高学生分析和解决问题的能力,有利于培养四化人才。

二、对1987年高考数学试题 及试卷的分析

从1987年高考数学试卷中得到学生的信息反馈有哪些？今后中学数学教学应如何进一步改革？哪些方面的知识和能力应进一步加强和提高？为此，对1987年高考的成绩用微机进行了抽样统计分析，其结果如下（见抽样调查分布图及表1、表2、表3）：

见1987年图

陕西省 1987 年 高考数学 (理科) 成绩抽样调查分布图

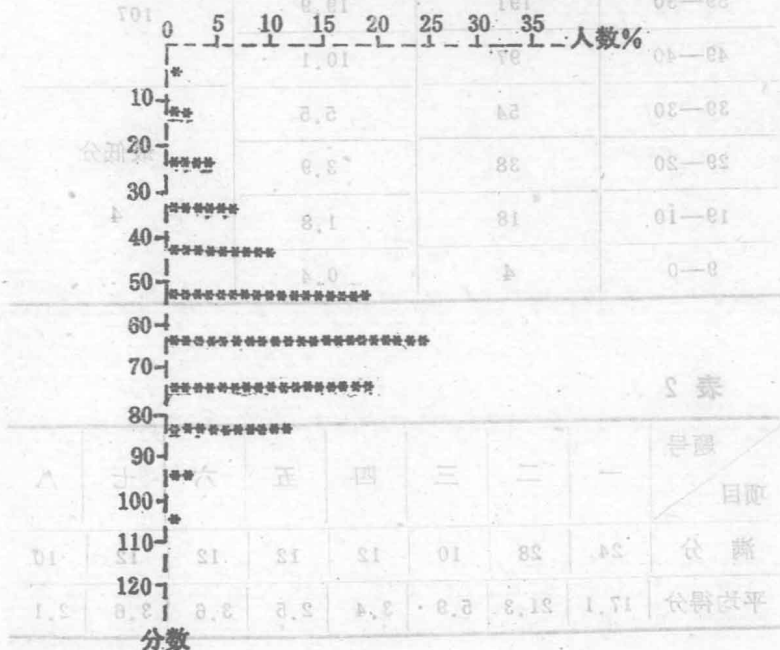


表 1 抽样调查统计分析表

分数挡	人 数	%	平 均
120—110	0	0	60.9
109—100	5	0.5	
99—90	19	1.9	
89—80	111	11.6	方差
79—70	182	19.0	315
69—60	237	24.7	最高分
59—50	191	19.9	
49—40	97	10.1	
39—30	54	5.5	最低分
29—20	38	3.9	
19—10	18	1.8	
9—0	4	0.4	

表 2

题号 项目	一	二	三	四	五	六	七	八
满 分	24	28	10	12	12	12	12	10
平均得分	17.1	21.3	5.9	3.4	2.5	3.6	3.6	2.1

表 3

题号 项目	一	二	三	四	五	六	七	八
得分率	71.3%	73.5%	59%	28.3%	20.4%	30%	30%	21%
最高分	24	28	10	12	12	12	12	10
最低分	0	4	0	0	0	0	0	0

(一) 对试题的看法

首先从试题本身来看, 1987年的高考数学试题基本上是按照中学教学大纲基本要求的内容命题的, 试题全面考查了学生对基础知识, 基本技能掌握的情况; 全面的考查了考生的记忆、理解、空间想象、逻辑推理、运算、分析和综合能力; 同时也考查了学生对初等数学解题思路和方法掌握的灵活程度。试题的主要特点:

1. 起点适当, 题目小, 知识面广, 思路活。从表 2 表 3 中第一、二大题平均得分和平均得分率看, 起点是适当的, 试题以小题计多达 24 个, 试题涉及代数 (包括三角)、立体几何和解析几何主要内容 33 项, 分布在高一、高二、高三各学段, 少数内容延伸到初中。试题出的活, 主要表现在第四、五、八大题, 这三个大题灵活性大、技巧性强, 它们既有特殊简便的解法, 又有一般解法, 如第四大题和第八大题出现了 8 种以上的解法, 有利于学生广开思路。

2. 知识结构合理, 分数分配恰当。代数、立体几何、解析几何在高中阶段的课时比例分别为 60.1%、18.8%、21.1%。而试题以满分 120 计代数 79 分 (包括三角 20 分) 占

65.8%，立体几何19分占15.9%，解析几何22分占18.3%，1987年比1986年立体几何增加2分，解析几何增加了6分。

3. 题型多样，比例恰当，逐步向标准化试题靠近。

选择题8个共计24分，占20%，直答题7个共28分，占36.7%，计算题6个共44分，占29.1%，证明题3个共24分占20%。

1987年的高考数学试题存在的问题是：

1. 试题的档次没有明显拉开。中档试题的坡度稍大了一点，显得它与高档试题区分度不明显，从表2表3看，中档试题（第四、五、六大题）的平均得分和平均得分率与高档试题（第七、八大题）平均得分与平均得分率接近，这无疑是加大了试题的难度，影响了考生的正常发挥。

2. 第六大题的要求稍比教学大纲和中学教材对复数的要求偏高，难度稍大了点，难度影响了效度、信度和区分度，新大纲规定复数这部分内容具体要求是：（1）使学生了解引入复数的必要性，理解数的有关概念，掌握复数的代数、几何、三角表示及转换；（2）使学生掌握复数的运算法则，能正确进行复数的运算，理解复数的运算的几何意义。教材中复数部分的例题和习题侧重代数及三角运算，而象试题中第六大题这样，应用模的运算几乎没有，考生50%以上的人对此题由于解法不当陷入繁复的计算，费时费神而失分，47.6%的考生得0分或1分。

其次，从1987年成绩抽样调查分布图表明，不完全成正态分布，在80分—120分这一段上出现畸形。

再次，从1987年高考后的反映看，数学评卷老师反映，试题计算量稍偏大了点，部分中学教师反映，试题第六大题

比现行教材对复数的要求偏高。

综合以上情况看1987年高考数学试题基本上是一份较好的试题，但也存在一定的问题。

(二) 试卷分析

为了较准确地掌握数学试卷中考生所给的信息反馈，除了对956份试卷利用微机进行了抽样调查分析外，又对740份试卷进行了逐题的人工分析，反映出来的问题是：

1. 基本概念理解不深不透，基本公式、法则记忆不牢 近几年来各校都狠抓基本概念教学，从卷面看是收到了一定的效果，但问题是学生对概念理解不深，特别是基本概念与其它内容综合在一起时，暴露的就更明显，如第五大题的错误率为38%，主要错误是：当把问题转化为不等式组时，遗漏对数的真数要大于零这一条件或遗漏了二次项系数必须大于零的条件。基本公式记忆不牢主要表现在第三大题，30%的考生把积化和差公式及特殊角的三角函数值记错了。

2. 运算能力较差 主要表现在：(1) 心算能力差，如第一大题的第6小题，第二大题的第1、第2小题心算就可以看出答案，但有些学生还计算错了；(2) 正确率低，如第三大题属于课本练习题的水平，但平均得分只有5.9分，得分率59%；(3) 基本运算技能差，如第二大题第4小题，因不会把式子进行必要的变换，而无法求极限；第八大题大部分考生都能正确设出A、B两点坐标，写出中点坐标公式和距离公式，但再往下推理运算就感到困难；第五大题50%的考生因不会解对数不等式，致使半途而废。

3. 对初等数学解题思路和方法掌握不熟练，运用不灵

活 第四大题比较灵活、技巧性强，解法有八九种，有30%的考生一般用较繁的方法，但都半途而废，用灵活简便解法的考生只占25%，还有25%的考生不会证明；第八大题思路广、灵活性大，但平均得分率只有21%，这都说明考生对初等数学的解题思路和方法不熟练。

4. 逻辑推理混乱，论证不严密 (1) 证明过程表达不清，因果颠倒，语无伦次。表现最突出的是第四大题，有的考生先按原棱锥体积等于截得的两棱锥体积之和计算出体积，最后再证明棱 $PA \perp$ 平面 AOP ，或根本不论证 $PA \perp$ 平面 AOP 。证明过程中前题与结论脱节，理由不充分的现象更多；(2) 以直观代证明。第四大题作 $PO \perp AD$ 于 O ，不加证明就认为 PO 是棱锥的高；(3) 以特殊代一般，第七大题中考生用不完全归纳法得出通项 a_n 后，不再进一步用完全归纳法去证明就认为通项 a_n 的表达式成立。又如第五大题令 $x=0$ 解不等式，太特殊了。

(三) 几点想法

从考生试卷中给我们的信息反馈来研究和改进中学数学教学，以便进一步提高中学数学教学质量是十分必要和有益的，现在谈几点想法：

1. 进一步学习、研究新的数学教学大纲，切实加强基本概念教学，在深、透上下功夫。近几年高考数学试题从总体上看，是按中学数学教学大纲所规定的基本要求内容命题的，是有利于中学教学的，因此，认真学习、研究大纲，狠抓基本概念并在深度上下功夫，既是当务之急，又是教学上的长久方针。数学概念一般要经过引入、形成、巩固、深化四个环节，有些教师在教学中重视前三个环节，忽视了深化