

高职高专教育“十二五”规划教材

# 结构力学

JIEGOU LIXUE



主编 王 顾

北京工业大学出版社

## 内 容 简 介

本书共分十一章,主要内容有:绪论、平面体系的几何组成分析、静定梁和静定平面刚架、三铰拱、静定平面桁架、影响线及其应用、静定结构的位移计算、力法、位移法、力矩分配法、矩阵位移法简介等。书中附有思考题、小结、习题及参考答案,便于自学。本书可作为高职高专和成人专科的道路桥梁工程技术专业、公路工程检测与监理专业、地下工程与隧道专业、工业与民用建筑等相关专业的教材,也可作为有关专业工程技术人员的学习资料或参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

结构力学/王颀主编. —北京:北京工业大学出版社, 2011. 1

ISBN 978 - 7 - 5639 - 2589 - 6

I . ①结… II . ①王… III . ①结构力学 IV .  
①0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 235548 号

## 结构力学

主 编:王 颀

主 审:于仁财

责任编辑:杨媛媛

封面设计:华盛英才

出版发行:北京工业大学出版社

(北京市朝阳区平乐园 100 号 100124)

010 - 67391722(传真) bgdcbs@sina.com

出 版 人:郝 勇

经 销 单 位:全国各地新华书店

承 印 单 位:徐水宏远印刷有限公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:12.5

字 数:295 千字

版 次:2011 年 1 月第 1 版

印 次:2011 年 1 月第 1 次印刷

标 准 书 号:ISBN 978 - 7 - 5639 - 2589 - 6

定 价:26.00 元

版权所有 翻印必究

(如发现印装质量问题,请寄本社发行部调换 010 - 67391106)

# 前　　言

本书在总结多年来教学经验的基础上编写而成。全书在内容上以“必需、够用、实用”为原则,由浅入深,言简意赅,重点突出,既注重理论性,又注重实用性。

本书吸取了国内同类教材的优点,并重点了解工程一线技术人员对结构力学教学的意见,采用公路工程行业最新标准荷载制,特别考虑了教学和学生学习的特色,结合工程实际编写例题、习题和思考题,突出基本概念和结论的应用,重视培养学生的工程意识和独立解决问题的能力。

本书着力体现当前高职高专教学改革的特点,突出针对性、适用性和实用性,突出职业技能、素质的培养。编写时精选内容,简化公式推导,理论联系实际,注重工程应用;文字简洁,叙述深入浅出,通俗易懂,图文配合紧密。全书共分十一章,内容包括:绪论、平面体系的几何组成分析、静定梁和静定平面刚架、三铰拱、静定平面桁架、影响线及其应用、静定结构的位移计算、力法、位移法、力矩分配法、矩阵位移法简介。书中附有思考题、小结、习题及参考答案,便于自学。

本书可作为高职高专和成人专科的道路桥梁工程技术专业、公路工程检测与监理专业、地下工程、工业与民用建筑等相关专业的教材,也可作为有关专业工程技术人员的学习资料或参考书。

限于作者水平与经验,书中难免有不足之处,恳请读者批评指正。

编　者

# 目 录

<b>第一章 绪论 .....</b>	1
第一节 结构力学的研究对象及任务 .....	1
第二节 荷载的分类 .....	2
第三节 结构的计算简图 .....	2
第四节 平面杆件结构的分类 .....	5
<b>第二章 平面体系的几何组成分析 .....</b>	7
第一节 几何组成分析的概念 .....	7
第二节 自由度和约束 .....	7
第三节 几何不变体系的基本组成规则 .....	9
第四节 几何组成与静定性的关系 .....	13
<b>第三章 静定梁和静定平面刚架 .....</b>	17
第一节 单跨静定梁 .....	17
第二节 多跨静定梁 .....	23
第三节 静定平面刚架 .....	26
<b>第四章 三铰拱 .....</b>	35
第一节 概述 .....	35
第二节 三铰拱的反力和内力计算 .....	36
第三节 三铰拱压力线与合理拱轴 .....	40
<b>第五章 静定平面桁架 .....</b>	43
第一节 概述 .....	43
第二节 静定平面桁架内力计算 .....	44
第三节 各类平面桁架的比较 .....	50
第四节 组合结构的计算 .....	52
第五节 静定结构的一般特性 .....	54
<b>第六章 影响线及其应用 .....</b>	57
第一节 影响线的基本概念 .....	57
第二节 我国的公路和铁路标准荷载制 .....	57
第三节 用静力法作静定梁的影响线 .....	59
第四节 用机动法作静定梁的影响线 .....	62
第五节 间接荷载作用下的影响线 .....	64
第六节 影响线的应用 .....	66
第七节 简支梁的内力包络图和绝对最大弯矩 .....	71
第八节 连续梁的内力包络图 .....	74

<b>第七章 静定结构的位移计算</b>	80
第一节 概述	80
第二节 虚功原理	81
第三节 荷载作用下结构位移计算公式	83
第四节 荷载作用下结构位移计算实际应用	85
第五节 图乘法	88
第六节 温度变化、支座移动引起的位移计算	93
第七节 线弹性体系的互等定理	95
<b>第八章 力法</b>	101
第一节 概述	101
第二节 力法的基本原理	103
第三节 力法的典型方程	105
第四节 力法计算步骤和示例	107
第五节 力法计算的简化	117
第六节 超静定结构在温度变化和支座移动情况下的计算	124
<b>第九章 位移法</b>	131
第一节 概述	131
第二节 等截面直杆的转角位移方程	134
第三节 直接利用平衡条件建立位移法方程及应用	137
第四节 位移法的基本结构和典型方程	145
<b>第十章 力矩分配法</b>	154
第一节 概述	154
第二节 力矩分配法基本原理	156
第三节 用力矩分配法计算连续梁和无侧移刚架	159
第四节 无剪力分配法	162
<b>第十一章 矩阵位移法简介</b>	167
第一节 概述	167
第二节 局部坐标系下的单元刚度矩阵	167
第三节 整体坐标系下的单元刚度矩阵	171
第四节 矩阵位移法的先处理法	175
第五节 非结点荷载的处理及等效结点荷载	182
<b>习题答案</b>	190
<b>参考文献</b>	194

# 第一章 绪 论

## 第一节 结构力学的研究对象及任务

建筑物中能承受或传递荷载并起骨架作用的物体及体系叫做结构。结构中的各个组成部分称为构件，如桥梁结构，见图 1-1。

结构按其几何形状可分为三类：

(1) 杆件结构——这类结构由杆件组成。组成结构的杆件的几何特征是横截面尺寸比长度小得多，见图 1-2(a)。

(2) 薄壁结构——它是厚度远比长度和宽度小得多的结构，见图 1-2(b)。

(3) 实体结构——它是三个方向的尺寸相近的结构，见图 1-2(c)。

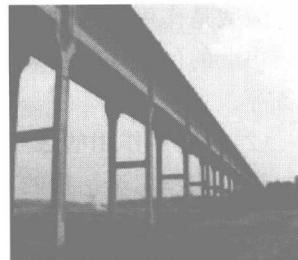


图 1-1

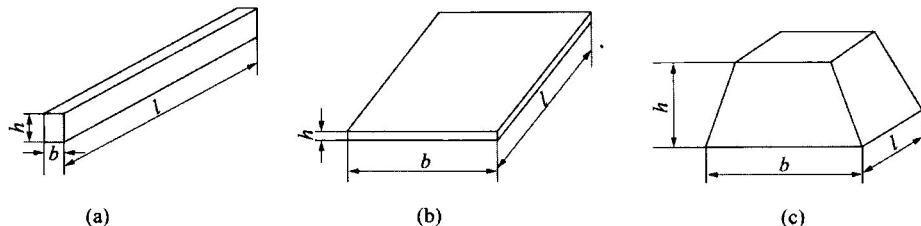


图 1-2

为了使结构既能安全正常地工作，又能符合经济的原则，就要对结构进行强度、刚度和稳定性计算。这一任务是由材料力学、结构力学、弹性力学等几门课程共同来承担的。其中材料力学以单个杆件为研究对象；结构力学以杆件体系为研究对象；弹性力学以实体结构和薄壁结构为研究对象。当然，这种分工也不是绝对的，各课程间也存在相互渗透的情况。

如上所述，结构力学的研究对象是杆件结构。它是一门研究杆件合理组成及杆件强度、刚度、稳定性的学科。其具体任务是：

(1) 研究结构的组成规律及其合理形式。结构是由许多构件组成的几何不变体系。若构件之间产生相对运动，结构成为几何可变体系，就不能发挥结构的性能和承担荷载的作用。

(2) 研究结构在荷载(或其他因素)作用下内力的计算方法，以保证结构有足够的强度。结构在过大的荷载作用下可能发生破坏，进行强度计算的目的是为了保障结构的安全性。

(3) 研究结构在荷载(或其他因素)作用下变形的计算方法，以保证结构有足够的刚度。一个结构在荷载作用下，有了足够的强度还应当考虑其刚度，否则如果变形过大，将会影响

其正常使用。进行刚度计算的目的在于保证结构不致发生影响正常使用的变形。

(4)研究结构的稳定性,以保证结构不会发生失稳破坏。结构中有些受压构件的长度比横截面尺寸大得多,当压力超过一定限度时,构件不能保持原来的平衡状态,发生侧向弯曲,从而导致结构破坏,这种现象叫结构失稳。

## 第二节 荷载的分类

**荷载**是直接作用于结构上的主动外力,是引起结构内力和变形的重要原因。作用于结构上的荷载类型很多,具体分类如下:

(1)按荷载作用的时间长短,分为**恒载**和**活载**。

**恒载**是作用于结构上大小方向与时间无关,不发生变化的荷载,如自重等。**活载**是作用于结构上的位置和大小方向均为可变的荷载,如流动的人群、桥面上行驶的汽车、可移动的设备等。

(2)按荷载作用的区域大小,分为**集中荷载**和**分布荷载**。

当荷载作用于结构的面积很小时,可以认为荷载集中作用在结构上的一点,称为**集中荷载**或**集中力**。连续分布在结构上的荷载,称为**分布荷载**,如线荷载、面荷载。

(3)按荷载作用是否产生动力效应,分为**静力荷载**和**动力荷载**。

作用在结构上变化速度缓慢,不会引起结构产生明显加速度的荷载叫**静力荷载**。作用在结构上其大小和作用方向均随时间而变,引起结构产生明显加速度,且不能忽略其惯性力的荷载叫**动力荷载**。

(4)除了上述外力的直接作用外,结构还会受到一些间接作用,如温度变化、支座移动、地震等,都会使结构产生内力和变形。从广义上说这些作用都可视为荷载。

## 第三节 结构的计算简图

### 一、概述

工程结构的组成是很复杂的,完全按照结构的实际情况进行力学分析是不可能的,也是没有必要的。因此,对实际结构进行力学分析之前,需将实际结构简化为既能反映其主要力学性能,又便于计算的力学理想模型,即略去次要的因素,显示其基本特征,用一个简化的图形来代替实际结构,这种图形叫做**结构的计算简图**。

计算简图的简化原则是:

- (1)从实际出发——要反映结构主要受力、几何及变形特征,使计算结果接近实际情况;
- (2)要分清主次——力求方便结构的力学计算,即达到简化。

计算简图是结构计算的依据,若所有的因素都考虑,则计算工作量太大;若考虑的因素过于简略,则不能满足工程的精度要求。

## 二、结构的计算简图

对结构进行简化,有如下几方面的内容。

### 1. 杆件的简化

杆件一般用其轴线表示。杆件两端结点之间的距离称为杆件长度,荷载作用点也移动到轴线上,如图 1-3 所示。

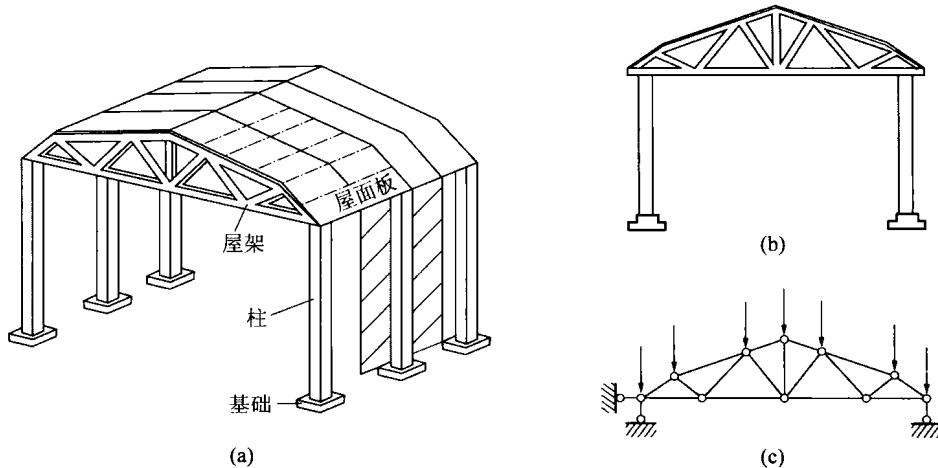


图 1-3

### 2. 结点的简化

杆件连接会交点叫结点。实际结构结点是复杂的,一般简化为铰结点和刚结点两类。如图 1-4(a)、(b)所示。

(1) 铰结点。铰结点的几何特征是各杆可以绕该结点自由转动。图 1-4(a)所示结点的简图常用于桁架中。

(2) 刚结点。刚结点的几何特征是各杆不能绕该结点作相对转动,即各轴线之间的夹角在受力变形前后保持不变,有杆端弯矩和剪力。图 1-4(b)所示结点常见于刚架中。

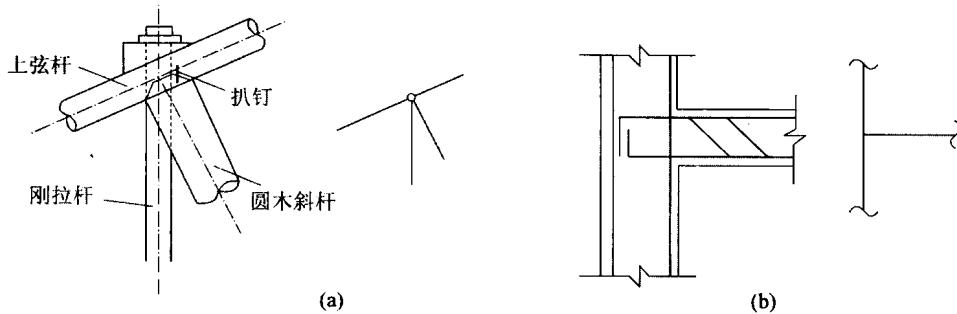


图 1-4

### 3. 支座的简化

把结构与基础联结起来的装置称为支座。支座的作用是把结构固定于基础上,同时结

构所受的荷载通过支座传递给基础和地基。平面结构的支座常简化为以下三种。

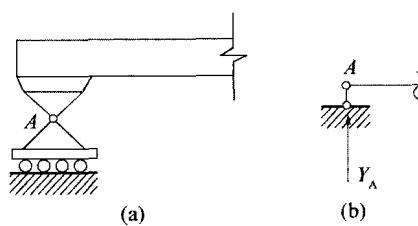


图 1-5

(1) 可动铰支座。可动铰支座几何特征是构件可绕铰 A 转动及沿水平方向移动,但竖直方向不能移动。由于限制了竖向的移动,因此产生竖向约束反力  $F_{yA}$ , 如图 1-5 所示。

(2) 固定铰支座。固定铰支座约束特征是结构可绕铰 A 转动,但不能作水平和竖向移动。因此约束反力方向不定,可用水平反力  $F_{xA}$  和竖向反力  $F_{yA}$  来表示合力的大小和方向,该两力的作用线通过铰 A

的中心,如图 1-6 所示。

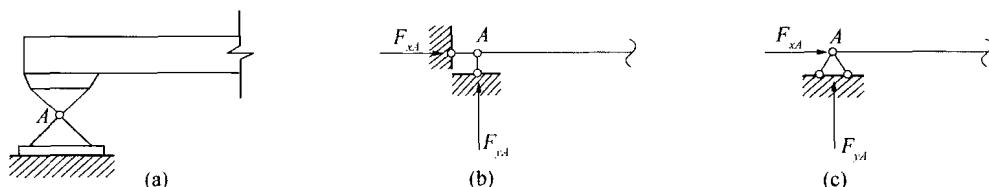


图 1-6

(3) 固定支座。固定支座几何特征是结构绕 A 点转动和水平、竖向移动均受到限制。由于存在三个约束,因此支座反力有三个,即水平反力  $F_{xA}$ 、竖向反力  $F_{yA}$  和反力矩  $M_A$ ,如图 1-7 所示。

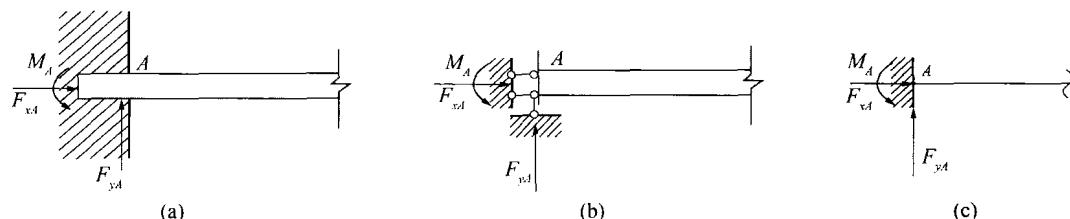


图 1-7

下面用一个示例说明结构的简化过程。

如图 1-8(a)所示,桥梁支承于桥墩上,其上有车辆荷载,桥墩中心距离为  $l$ 。

① 结构的简化。以梁的轴线取代实际构件,取桥墩中心距离  $l$  为计算跨度。

② 结点的简化。本例中只有一个构件,无结点。

③ 支座的简化。梁在竖向不能移动,水平方向也不能移动(梁与桥墩之间有摩擦力),温度变化时梁可伸缩。因此 A 处可简化为固定铰支座,B 处可简化为可动铰支座,符合梁的实际受力变形特征。如果把 B 处简化为固定铰支座,则 A 处可简化为可动铰支座,这也符合梁的实际受力变形

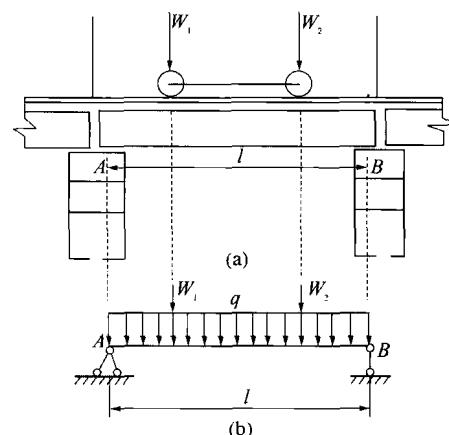


图 1-8

特征。

④荷载的简化。将梁AB自重取为均布线荷载 $q$ ,车辆重量以 $W_1$ 、 $W_2$ 表示。该结构简化后的计算简图如图1-8(b)所示。

## 第四节 平面杆件结构的分类

结构是按结构的计算简图来分类的,有平面结构和空间结构之分。如果力系作用的平面与杆件轴线所在的平面是同一平面的结构,称为平面杆件结构,按其受力特性可分为如下几类。

### 1. 梁

梁是一种以弯曲变形为主的结构,如图1-9所示。水平梁在竖向荷载作用下,其截面内力有剪力和弯矩。

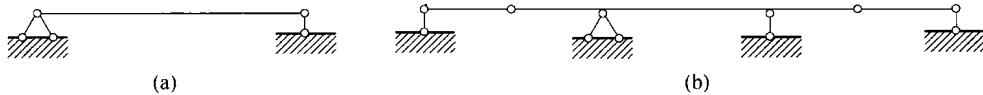


图 1-9

### 2. 刚架

刚架是由梁、柱组成,多为刚结点的结构,如图1-10所示。其受力特征是杆件内有弯矩、剪力和轴向力。

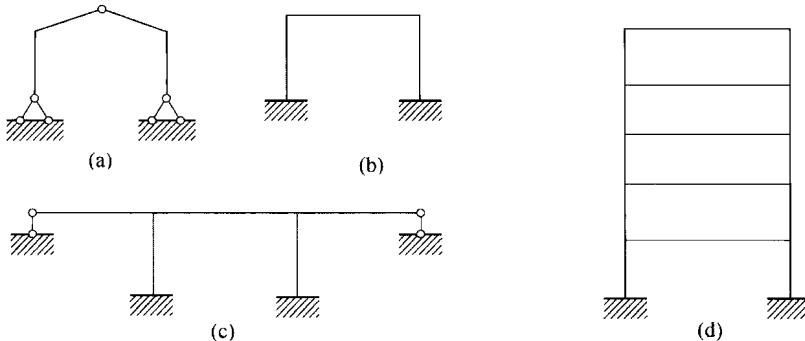


图 1-10

### 3. 拱

拱是由曲杆组成,在竖向荷载作用下产生水平推力的结构,如图1-11所示。其截面内力有弯矩、剪力和轴力,且主要承担轴力。

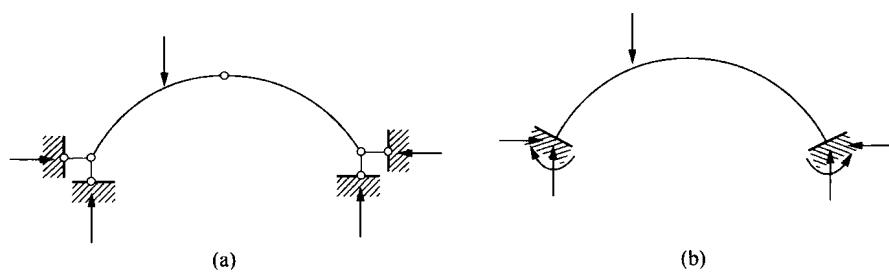


图 1-11

#### 4. 桁架

桁架是由直杆用理想铰联结而成的结构,如图1-12(a)所示。其特征是结点均为铰结点,杆件只受轴力。

#### 5. 组合结构

组合结构是由桁架和梁或刚架组合在一起的结构,如图1-12(b)所示。

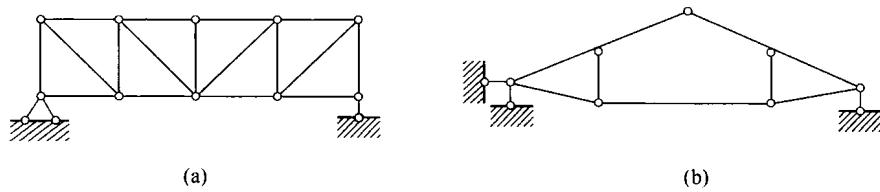


图 1-12

### 思 考 题

1. 结构力学研究的对象是什么?
2. 结构力学研究的任务有哪些?
3. 结构荷载有哪些分类?
4. 为什么要对实际结构进行简化? 如何进行简化?
5. 平面结构的分类有哪些?

## 第二章 平面体系的几何组成分析

### 第一节 几何组成分析的概念

能承受荷载起骨架作用的几何组成体系为结构,所以说几何体系的组成必须是合理的,从而使几何保持不变。因此在进行内力分析之前,首先要进行几何组成分析。

体系受到任意荷载作用后,不考虑由于材料的应变所产生的变形,若保持其形状和位置不变的,则称为几何不变体系,如图 2-1(a)所示。可是另外有一类体系如图 2-1(b)所示,尽管只受到很小的荷载作用,也会引起几何形状的改变,这类体系称为几何可变体系。结构必须是几何不变体系,显然,几何可变体系是不能作为结构的,故可称为机构。

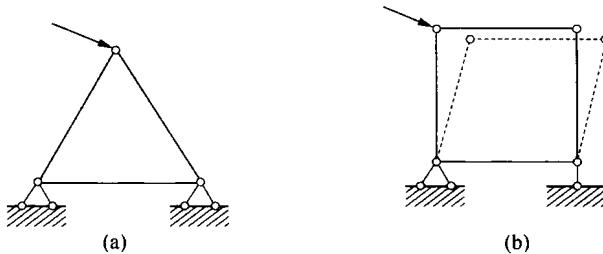


图 2-1

结构必须是几何不变体系,在设计结构和选取其计算简图时,首先判断它是否是几何不变体系。因此,对体系进行几何组成分析的目的有:

- (1) 判别某一体系是否几何不变。
- (2) 研究几何不变体系的组成规律,以判断体系是否可以作为结构。
- (3) 根据结构的组成规则确定它是静定的或是超静定的,以指导结构的内力计算。

体系中任何几何不变的部分都可看作一个刚体,它在平面体系中称为刚片。因此,梁、链杆或者在体系中已经肯定为几何不变的部分,以及支承结构的地基,都可看作刚片。本章所讨论的体系只限于平面杆件体系。

### 第二节 自由度和约束

#### 1. 自由度

确定体系的位置所必需的独立坐标的数目,称为自由度,即该体系运动时,可以独立的

运动方式或独立的几何参变数。

在平面内一个点的位置由两个坐标  $x$  和  $y$  来确定, 如图 2-2(a) 所示, 所以在平面上一个点的自由度有两个。在平面内一个刚片的位置由其任一点  $A$  的坐标  $(x, y)$  和过  $A$  点的任一直线  $AB$  的倾角  $\theta$  来确定, 如图 2-2(b) 所示, 因此一个刚片的自由度有三个。

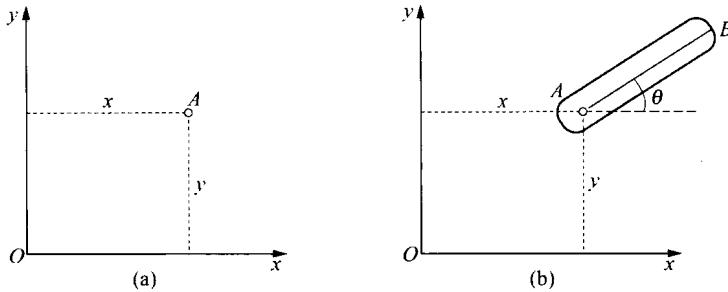


图 2-2

## 2. 约束

实际结构体系中各构件之间及体系与基础之间, 是通过一些装置互相联系在一起的。这些联结装置使体系内各构件(刚片)之间相对运动受到了限制。这种能使体系减少自由度的装置称为约束。能使体系减少一个自由度的装置称为一个约束, 如果一个装置能使体系减少  $n$  个自由度, 则称它为  $n$  个约束。

(1) 链杆。用一根链杆将一个刚片与基础相联, 刚片将不能沿链杆方向移动, 因而减少了一个自由度, 故一根链杆为一个约束, 如图 2-3(a) 所示。

(2) 单铰、复铰、虚铰。联结两刚片的铰称为单铰。单铰的作用是使体系自由度减少两个, 所以它相当于两个约束。如图 2-3(b) 所示, 两刚片之间由单铰联结, 确定刚片 I 的位置需三个独立坐标  $x, y$  和  $\theta$ , 在确定刚片 I 的位置后, 还须一个坐标  $\alpha$  来确定刚片 II 绕铰 A 转动时的夹角, 所以体系的自由度为四个, 原两刚片共六个自由度, 现减少两个。联结两个以上刚片的铰称为复铰。如图 2-3(c) 所示, 刚片 I, II, III 共用一个铰 A 联结, 若刚片 I 的位置已固定, 则刚片 II 和 III 都只能绕铰 A 转动, 从而各减少了两个自由度, 两刚片共减少了四个自由度, 故此联结三个刚片的铰实际相当于两个单铰的作用。一般来说, 联结  $n$  个刚片的复铰, 其相当于  $(n-1)$  个单铰作用, 能使体系减少  $2(n-1)$  个自由度。联结在两个刚片上的两个链杆的延长线的交点为虚铰, 如图 2-3(d) 所示。虚铰与单铰的作用相同, 因此, 两个链杆相当于一个单铰。

(3) 刚结点。两刚片之间不能发生任何相对运动的结点称为刚结点。两刚片之间经刚性联结后使体系自由度减少三个, 所以一个刚结点相当于三个约束, 即相当于三个链杆的作用或一个单铰与一根链杆的作用。如图 2-3(e) 所示, 刚片 I 和 II 经刚性连接后, 两个刚片成为一个刚片, 其自由度为三。

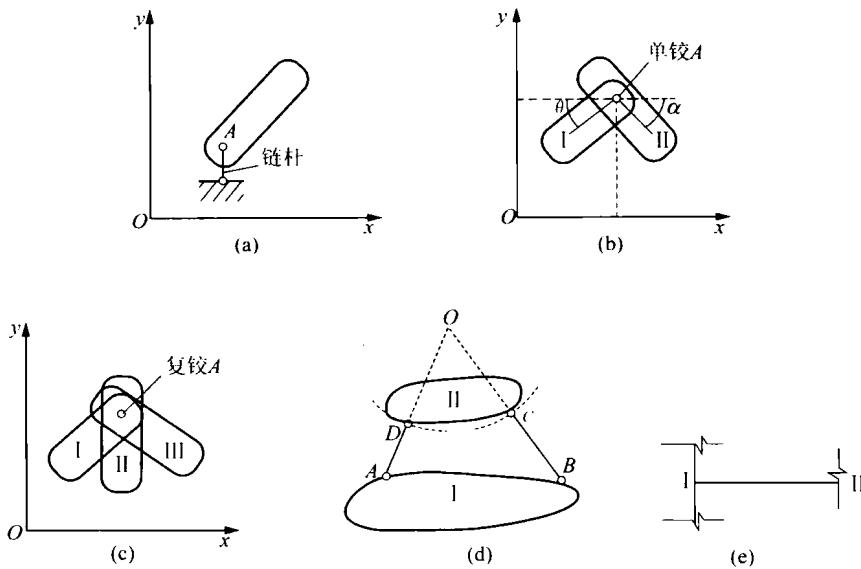


图 2-3

### 第三节 几何不变体系的基本组成规则

#### 一、几何不变体系的基本组成规则

##### 1. 两刚片规则

两刚片用一个铰和一根不通过该铰链中心的链杆(或不全交于一点也不全平行的三根链杆)相联,则组成的体系是几何不变的,并且没有多余约束。

如图 2-4(a)所示,若刚片 I 和 II 用一个铰 A 和一根不通过该铰链中心的链杆 CB 联结,这样组成的体系是几何不变的,且无多余约束。如图 2-4(b)所示,若刚片 I 和 II 用三个不交于一点的链杆联结,这样组成的体系也是几何不变的。

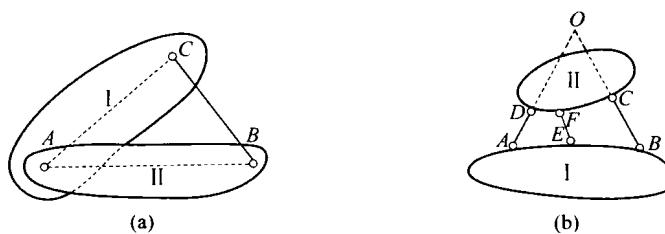


图 2-4

##### 2. 三刚片规则

三刚片用不共线的三个铰两两相联(或六根链杆两两相联),则组成的体系是几何不变体系,且没有多余约束。

如图 2-5(a)所示,刚片 I、II、III 用不在同一直线上的 A、B、C 三个铰两两相联,这样组成的体系是几何不变的。如图 2-5(b)所示,由于两根链杆的作用相当于一个单铰,故可将任一单铰改为两根链杆所构成的虚铰,只要三个铰(实铰或虚铰)不在同一直线上,这样的体系也是几何不变的。

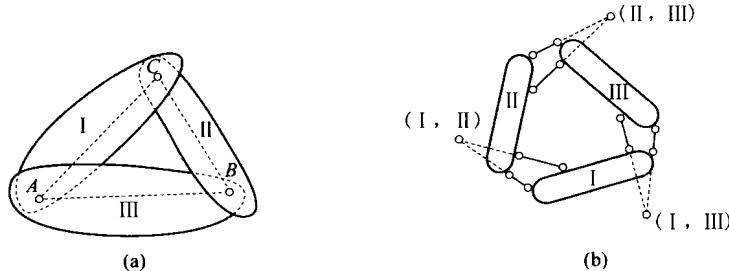


图 2-5

### 3. 二元体规则

所谓二元体是指由两根不在同一直线上的链杆联结一个新结点的装置,如图 2-6 所示。

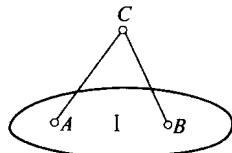


图 2-6

在一个刚片上增加(或拆除)一个二元体仍为几何不变体系,称这一规则为二元体规则。即在已知体系上依次加入或依次拆除二元体,不会影响原体系的几何不变性或可变性。

## 二、瞬变体系

上述用来分析体系组成的规则中,提出了一些限制条件,如要求联结两刚片的三根链杆不交于一点且不完全平行;联结三刚片的三个铰不在一条直线上;二元体结构中的两根链杆不共线等。现在我们来研究当体系的组成不满足这些限制条件时,体系将如何变化。

如图 2-7(a)所示的两刚片用交于一点 O 的三根链杆相联,此时两刚片可以绕 O 点作相对转动,体系是几何可变的。但是,当发生微小转动后,三根链杆就不再交于一点,从而将不再继续发生相对转动,故体系成为几何不变的。一个几何可变体系发生微小的位移后,即成为几何不变体系,称它为瞬变体系。又如图 2-7(b)所示体系中,刚片 I 和 II 之间由三根不等长但相互平行的链杆相联结,两刚片可以发生相对移动,体系在这一瞬间是几何可变的,但经微小水平位移后,由于各链杆长度  $l$  不等,各链杆的转角  $\alpha$  不相等,三根链杆不再互相平行,体系成为几何不变的,因此这种体系也是瞬变体系。

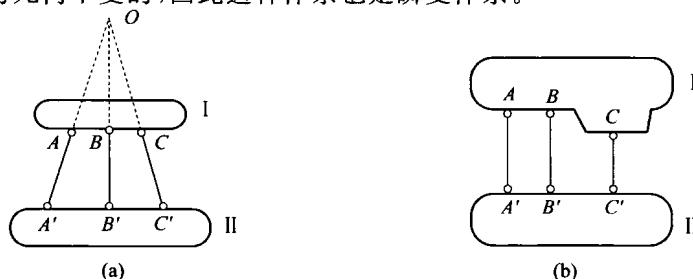


图 2-7

图 2-8(a)为由位于同一直线上的三铰 A、B、C 联结的三个刚片 I、II、III。设刚片 I 固定不动,则刚片 II 和 III 作相对运动时,应分别绕 A 点及 B 点转动,此时 C 点将在以 AC 和 BC 为半径的两个圆弧的公共切线上做微小的移动。但在发生微小运动后,三个铰就不再位于同一直线上,公切线也不再存在,体系即成为几何不变的。因此该体系也是一个瞬变体系。



图 2-8

瞬变体系不能作为结构,不仅如此,对于接近于瞬变体系的几何构造在实际结构布置时也不容许出现,在设计中必须注意。如图 2-8(b)所示,由结点 C 的平衡条件可知,杆件的内力  $F_N = \frac{F_p}{2\sin\theta}$ ,  $\theta$  很小时,  $F_N$  将很大;  $\theta$  趋近于零时,内力  $F_N$  将趋于无穷大。因此,瞬变体系是不能承担荷载的体系,故不能作为结构。

**例 2-1** 试对图 2-9 所示体系作几何组成分析。

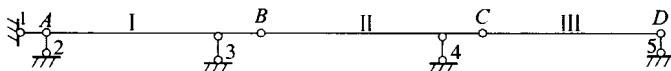


图 2-9

**解:**首先找出该体系中的相对地基几何不变部分,考虑 AB 部分与地基的联结,它们之间由铰 A 和不通过铰心的地基链杆 3 联结,故为几何不变体系,即为刚片 I。BC 部分由铰 B 和不通过铰心的地基链杆 4 联结,组成几何不变体系,即为刚片 II。CD 部分的组成分析同上,为刚片 III。因此,整个体系是几何不变的,并且没有多余约束。

**例 2-2** 试对图 2-10 所示体系作几何组成分析。

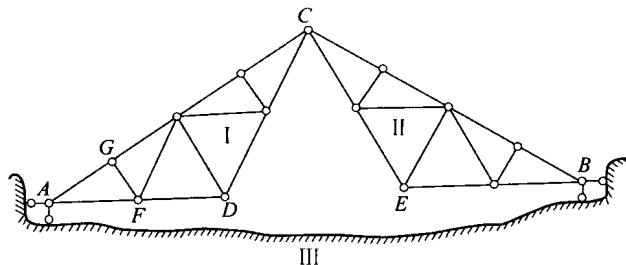


图 2-10

**解:**体系中 ADC 部分是由基本三角形 AFG 逐次加上二元体所组成的,是一个几何不变部分,即为刚片 I。同理,BEC 部分也是几何不变,即为刚片 II。再将基础视为刚片 III,则三刚片由三个不共线的铰 A、B、C 两两相联,所组成的体系为几何不变体系,且无多余约束。

**例 2-3** 试对图 2-11 所示体系作几何组成分析。

**解:**在此体系中,可以应用二元体规则进行分析。在基础上依次增加 A-D-B 和 A-C-D

两个二元体，则该部分与基础组成刚片； $EF$  看成另一刚片。此二刚片由链杆  $DE$  和支座  $F$  处的两水平链杆相联结，根据两刚片规则，其应为几何不变体系，且无多余约束。

#### 例 2-4 试对图 2-12 所示体系作几何组成分析。

解：由三刚片规则可知，地基与三角形  $CEF$  和  $DEI$ ，组成几何不变体系，视为刚片 I。横梁  $AH$  为刚片 II， $BH$  为刚片 III，它们之间用铰  $A$  和铰  $H$  以及由链杆  $IJ$  和支座  $B$  的竖向链杆所组成的在无穷远处的虚铰，两两相联，根据三刚片规则可知其组成的是几何不变体系，但有两个多余约束( $FG$  和  $EH$  杆可视为多余约束)。故整体为几何不变体系，但有两个多余约束。

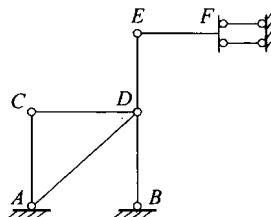


图 2-11

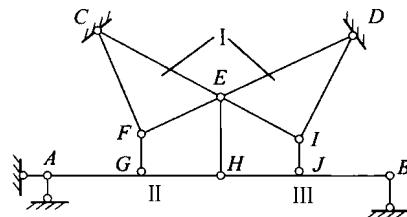


图 2-12

#### 例 2-5 试对图 2-13 所示体系进行几何组成分析。

解：为简化分析，首先依次拆除二元体  $I-J-K$ 、 $H-I-L$ 、 $D-H-E$  和  $F-L-G$ 。所剩下的部分  $ADEC$  是从一个铰结三角形开始，依次添加二元体所组成的几何不变体系，看作刚片 I。同理， $BGFC$  为刚片 II。地基为刚片 III，它们之间用三个铰  $A$ 、 $B$ 、 $C$  按三刚片规则相联，故是几何不变的，且无多余约束。因而整个体系是无多余约束的几何不变体系。

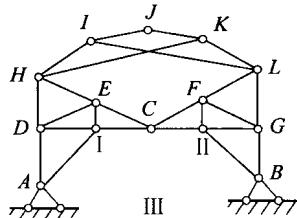


图 2-13

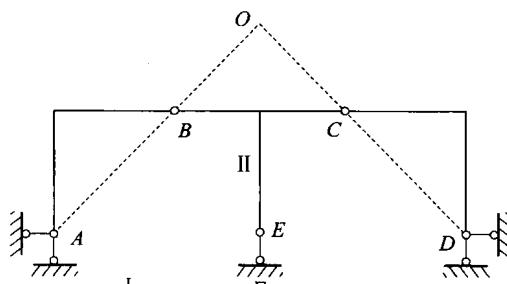
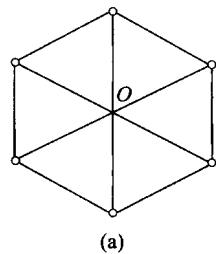


图 2-14

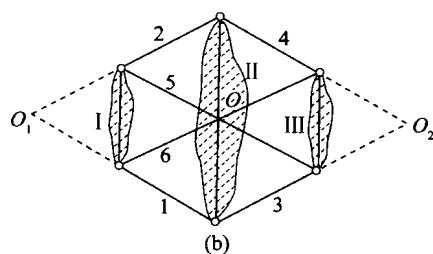
#### 例 2-6 试对图 2-14 所示体系进行几何组成分析。

解：把地基视为刚片 I， $BCE$  视为刚片 II，刚片 I 与刚片 II 之间用  $AB$ 、 $CD$ 、 $EF$  三根链杆相联结，而三根链杆的延长线相交于一点  $O$ ，故此体系是一个瞬变体系。

#### 例 2-7 试对图 2-15(a)所示的正六边形体系进行几何组成分析，图形中 $O$ 点不是结点。



(a)



(b)

图 2-15