

高等职业院校公共课

数学及应用 (第二版)

教学指导书

与《数学及应用 (第二版)》配套使用

高等职业院校公共课

数学及应用（第二版） 教学指导书

与《数学及应用（第二版）》配套

主编 郭淑锋

中国劳动社会保障出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学及应用(第二版)教学指导书/郭淑锋主编. —北京:中国劳动社会保障出版社,
2010

高等职业技术学院公共课教材

ISBN 978-7-5045-8294-2

I. 数… II. 郭… III. 数学-高等学校:技术学校-教学参考资料 IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 075586 号

中国劳动社会保障出版社出版发行

(北京市惠新东街1号 邮政编码:100029)

出 版 人: 张梦欣

*

新华书店经销

北京印刷集团有限责任公司印刷二厂印刷 三河市华东印刷装订厂装订

787毫米×1092毫米 16开本 14.25印张 329千字

2010年5月第1版 2010年5月第1次印刷

定价: 29.00元(含光盘)

读者服务部电话: 010-64929211

发行部电话: 010-64927085

出版社网址: <http://www.class.com.cn>

版权专有 侵权必究

举报电话: 010-64954652

目 录

课题一 函数	(1)
§ 1.1 函数	(1)
§ 1.2 指数函数	(5)
§ 1.3 对数函数	(10)
§ 1.4 幂函数	(14)
课题二 三角函数	(19)
§ 2.1 角的概念的推广	(19)
§ 2.2 弧度制	(23)
§ 2.3 任意角的三角函数	(28)
§ 2.4 诱导公式	(32)
§ 2.5 利用正弦定理解斜三角形	(36)
§ 2.6 利用余弦定理解斜三角形	(39)
§ 2.7 两角和与差的三角函数	(42)
§ 2.8 正弦函数、余弦函数的图像和性质	(45)
§ 2.9 正弦型函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像	(50)
课题三 立体几何	(58)
§ 3.1 直线和直线的位置关系	(58)
§ 3.2 直线和平面的位置关系	(62)
§ 3.3 平面与平面的位置关系	(65)
§ 3.4 正棱柱、圆柱体的表面积和体积	(69)
§ 3.5 正棱锥、圆锥体的表面积和体积	(72)
§ 3.6 球体的表面积和体积	(76)
课题四 平面解析几何	(81)
§ 4.1 直线的方程	(82)
§ 4.2 两条直线的位置关系	(87)
§ 4.3 距离公式	(91)
§ 4.4 圆的方程	(94)
§ 4.5 椭圆方程	(99)
§ 4.6 双曲线方程	(104)

§ 4.7 抛物线方程	(109)
§ 4.8 参数方程	(117)
§ 4.9 极坐标方程	(121)
课题五 向量和复数	(126)
§ 5.1 向量的概念及线性运算	(126)
§ 5.2 向量的数量积	(130)
§ 5.3 向量的坐标及坐标法运算	(132)
§ 5.4 空间向量	(136)
§ 5.5 复数的概念及表示形式	(139)
§ 5.6 复数的四则运算	(142)
§ 5.7 复数的指数形式、极坐标形式及乘、除运算	(145)
课题六 微分及其应用	(150)
§ 6.1 导数的概念	(150)
§ 6.2 导数的运算	(155)
§ 6.3 参数方程求导与二阶导数	(160)
§ 6.4 导数的应用	(164)
§ 6.5 微分及其应用	(167)
课题七 一元函数积分	(173)
§ 7.1 定积分的概念及其性质	(173)
§ 7.2 微积分的基本公式	(180)
§ 7.3 基本积分方法	(184)
§ 7.4 定积分的应用	(190)
课题八 微分方程	(197)
§ 8.1 可分离变量的微分方程	(197)
§ 8.2 一阶线性微分方程	(201)
§ 8.3 二阶微分方程	(205)
课题九 数学实验——数学软件 Mathematica 应用简介	(210)
§ 9.1 一元函数的图像	(210)
§ 9.2 函数极限、微分和积分的计算	(216)

课题一 函 数

一、目标要求

1. 理解函数的概念；能求解简单函数的定义域，并会用区间表示；能用函数的方法解决有关的实际问题.

2. 掌握有理指数幂的运算性质；理解对数、常用对数、自然对数的定义，掌握对数的换底公式及对数运算.

3. 理解指数函数、对数函数、幂函数的概念，能熟练地画出常见的指数函数、对数函数、幂函数的图像，并能由图像观察分析它们的主要性质.

4. 能够利用指数函数、对数函数、幂函数的知识解决有关的实际问题.

5. 培养学生的作图和识图能力；培养学生观察、分析、对比、归纳问题的能力.

二、学时分配

本课题教学约需 14 课时，具体分配见下表：

§ 1.1 函数	2 课时
§ 1.2 指数函数	4 课时
§ 1.3 对数函数	4 课时
§ 1.4 幂函数	2 课时
小结与复习	2 课时

§ 1.1 函 数

I 概 述

一、教学目标

【知识目标】

使学生理解函数的概念，会求函数的定义域并能用区间表示.

【能力目标】

1. 利用函数的方法分析、解决有关的实际问题.
2. 培养学生的建模能力和函数作图能力.

二、教学重点和难点

【教学重点】

函数的概念与应用.

【教学难点】

函数定义域的求法及区间表示.

三、教学内容分析

正确理解和把握函数的概念，学会用函数的方法分析和解决问题，对于学生的数学学习起到至关重要的作用. 教材提出一个“在正方形铁板中心剪一个圆环”的任务，在分析和完成任务的基础上，仍以变量的观点给出了函数的概念，刻画出了函数的结构，从而表明了函数学习的一般规律，并给出了函数的表示法. 通过例 2 的求解说明了函数定义域的一般求法及定义域的区间表示，为学生将来学习研究一些具体的函数奠定了基础. 在知识应用中，例 3、例 4 是两个用函数的方法解决实际问题的实例，体现了函数与人们生产生活的密切联系，并在例 4 的基础上引入了一种常见的特殊函数——分段函数.

II 教 学 方 案

一、课前准备

直尺、多媒体课件.

二、课堂教学

教学方案见下表.

教学环节	教学内容
任务提出	在边长为 6 cm 的正方形铁板中心剪一外圆半径为 r cm、内圆半径为 1 cm 的圆环（多媒体演示教材中的图 1—1），建立圆环面积 s cm ² 与外圆半径 r cm 的关系式，并指出 r 、 s 的取值范围.
任务分析	r 、 s 是两个变量， s 随 r 的变化而变化，圆环面积 s 等于其外圆面积与内圆面积的差，即： $s = \pi r^2 - \pi \cdot 1^2 = \pi (r^2 - 1).$ 让学生分析回答变量 r 、 s 的取值范围，教师给予归纳总结并给出函数的概念.
知识探究	一、函数的概念 设 x 、 y 是两个变量，如果对于某个实数范围内的每一个 x 值，按照某种关系式（或对应法则） f ，都有唯一的 y 值与之对应，则称 y 是 x 的函数. 其中 x 称为自变量，自变量 x 的取值范围称为函数的定义域，与 x 对应的 y 的值称为函数值，函数值的全体称为函数的值域.

教学环节	教学内容
知识探究	一般地, y 是 x 的函数记作: $y=f(x)$. 说明: (1) 一个函数是由函数关系式 (对应法则)、定义域、值域三部分组成, 并且由函数的定义域和函数关系式 (对应法则) 可以确定值域. (2) 函数的记号 $y=f(x)$ 的含义: x 是自变量, y 是自变量 x 的函数, y 与 x 之间的对应法则是 f, 而不是 f 与 x 的乘积. (3) 当自变量 x 在定义域内取数值 a 时, 对应的函数值记作 $y=f(a)$. (4) 如果同时研究多个函数, 则用不同的符号表示它们, 如 $g(x)$、$h(x)$、$F(x)$、$G(x)$ 等. 例题讲解: 解题分析: 在实际问题中, 函数定义域要根据所研究问题的实际意义来确定; 对于用数学表达式表示的函数, 若函数的定义域不加说明, 则其定义域就是使这个表达式有意义的所有实数. 说明: 要向学生讲清楚函数定义域求解的一般方法和步骤, 并教会学生借用数轴求解不等式或不等式组. 练习 1: 课堂练习 1.1 第 1 题 (学生口答). 练习 2: 课堂练习 1.1 第 2 题 (学生独立完成, 教师巡回指导并最后讲评). 二、区间的概念 结合数轴给出区间的概念, 说明区间可以用数轴上的线段或射线表示, 所有的实数也可用区间 $(-\infty, +\infty)$ 表示. 说明: (1) 符号“∞”的含义: “∞”不是一个确定的数, 是用来描述变量越变越大没有止境的一种变化趋势. (2) 若一个函数的定义域由多个不同的区间组成, 则这些区间彼此之间用符号“$\cup$”连接, 符号“$\cup$”读作“并”. (3) 若实数 x 在闭区间 $[a, b]$ 内, 记作 $x \in [a, b]$, 符号“$\in$”读作“属于”.
知识应用	例题讲解: 说明: (1) 在解决实际问题时, 从实际问题中抽象出数学函数模型是关键, 如例 3. (2) 分段函数是一个函数而不是多个函数, 只是自变量在不同的取值范围内函数的解析式也不同 (如例 4). 分段函数的作图应在同一坐标系内根据自变量的不同取值及对应的解析式作出各部分的图像; 分段函数的求值是将自变量的值代入所对应的解析式求得. 练习: 课堂练习 1.1 第 3、4 题.

教学环节	教学内容
课堂小结	1. 函数的概念及表示法. 2. 函数定义域的求法及区间表示. 3. 分段函数的求值和作图.
作 业	习题册第 1 页 § 1.1 作图题和解答题.

三、课堂练习 1.1 参考答案

1. $-1 \quad -3 \quad 5 \quad 2a^2 - 3$
2. (1) $[2, +\infty)$ (2) $[1, 3) \cup (3, +\infty)$
3. $f(-1) = -2; f(0) = 1; f(1) = 2$. 函数图像如图 1—1 所示.
4. $V = 400\pi h, h \in (0, 50], V \in (0, 20\,000\pi]$.

四、习题册 § 1.1 参考答案

[一、填空题]

1. 函数 $y = f(x)$ 自变量 定义域
2. $f(a)$ 值域
3. 定义域 值域 关系式（对应法则）
4. $-2 \quad 10$

[二、作图题]

如图 1—2 所示.

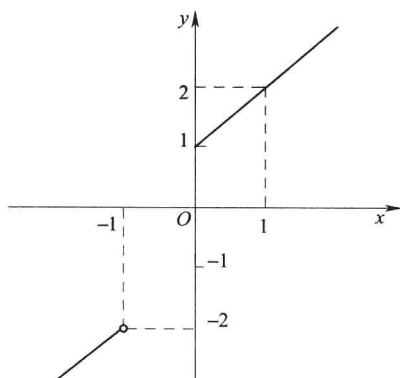


图 1—1

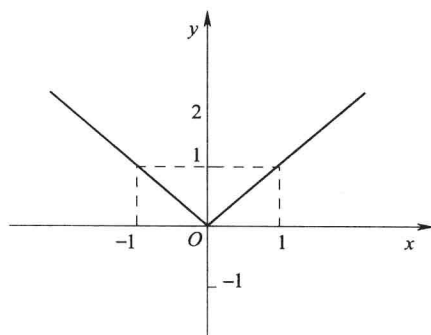


图 1—2

[三、解答题]

1. (1) $(3, +\infty)$ (2) $(-\infty, 1) \cup (1, 2]$
2. $S = (10 - x)x \quad x \in [5, 7]$
3. 解：设托运物品的重量为 x kg，托运费为 y 元，则：

$$y = \begin{cases} 0.32x & x \in (0, 50] \\ 16 + 0.52(x - 50) & x \in (50, 100] \end{cases}$$

III 参 考 资 料

【补充例题】

某商场购进一批单价是 30 元的商品，在试销一段时间后发现，若按每件 40 元的价格销售，每日能卖出 42 件；若按每件 45 元的价格销售，每日能卖出 27 件．假若商品每日销售量 y 是销售价格 x 的一次函数．

(1) 试求 y 与 x 之间的函数关系．

(2) 设每日利润为 L 元，写出 L 与 x 的函数关系．

(3) 当商品单价定为多少元时才能使每日获得最大销售利润？最大利润是多少？

分析：销售利润 = (销售单价 - 成本) × 销售量．

解：(1) 设 $y = ax + b$ ，则 $\begin{cases} 40a + b = 42 \\ 45a + b = 27 \end{cases}$ ．解方程组得： $a = -3$ ， $b = 162$ ．

故所求的函数关系式为 $y = 162 - 3x$ ．

(2) 依题意得： $L = (x - 30)y = (x - 30)(162 - 3x)$ ．

即 $L = -3(x - 42)^2 + 432$

(3) 当 $x = 42$ 时， $y_{\max} = 432$ ．

即销售价格为每件 42 元时，获最大日销售利润 432 元．

§ 1.2 指 数 函 数

I 概 述

一、教学目标

【知识目标】

1. 使学生理解指数函数的概念．
2. 使学生掌握有理指数幂的运算性质并能熟练应用．
3. 使学生掌握指数函数的图像与性质．
4. 使学生能利用指数函数的知识分析解决有关实际问题．

【能力目标】

1. 培养学生的作图能力．
2. 培养学生观察、分析、对比、归纳问题的能力．

二、教学重点和难点

【教学重点】

有理指数幂的运算求值；指数函数的图像、性质及应用．

【教学难点】

有理指数幂的运算；指数函数的性质及实际应用．

三、教学内容分析

指数函数是在学习了函数概念，掌握了函数学习的一般规律之后，首先研究的一类重要的基本初等函数. 教材提出一个“求某企业生产成本随生产年限逐年递减的函数”的任务，由任务分析得到函数 $y=0.9^x$ ，在观察分析这个函数特征的基础上引入了指数函数的概念. 在知识探究中，教材首先讨论了有理指数幂及其运算性质，这是进一步研究指数函数的基础；在研究指数函数图像与性质的过程中，体现了数形结合、观察对比、归纳总结、由特殊到一般等数学思想和方法，并给出了增（减）函数的概念和图像特征，为直接通过函数的图像特征观察分析函数的增减性提供了依据. 知识应用中的例3是指数函数实际应用的一个实例，体现了用指数函数的知识解决有关实际问题的方法，表明了指数函数来源于实践又服务于实践的过程.

II 教学方案

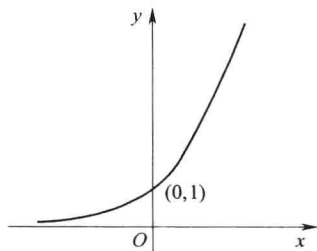
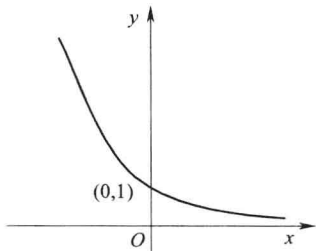
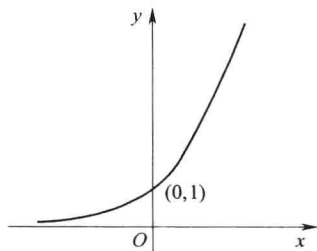
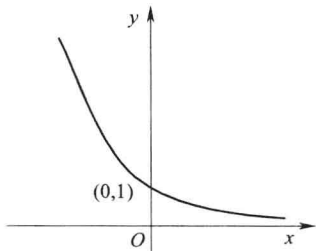
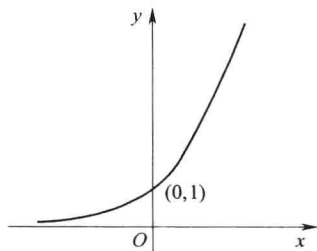
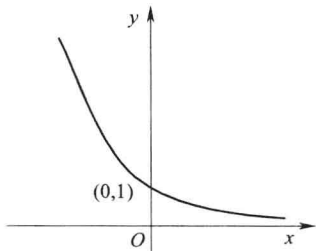
一、课前准备

直尺、多媒体课件.

二、课堂教学

教学方案见下表.

教学环节	教学内容
任务提出	某种产品原来的生产成本为1万元，计划在今后几年内，通过加强生产管理和技术改造，使生产成本每年比上一年减少10%，那么经过 x 年后，其成本 y 是多少？当 $x=5$ 年时，这种产品的成本又是多少？
任务分析	经过 x 年后， y 与 x 间的函数关系为： $y=0.9^x$. 这就是一个指数函数. 当 $x=5$ 时，教学生使用计算器求得 0.9^5 的值.
知识探究	一、指数运算 1. 根式 说明：（1）当n是奇数时，正数的n次方根是正数；负数的n次方根是负数，都表示为$\sqrt[n]{a}$. （2）当n是偶数时，正数的n次方根有两个，它们互为相反数，分别表示为$\sqrt[n]{a}$、$-\sqrt[n]{a}$，或者合写为$\pm\sqrt[n]{a}$. （3）0的n次方根是0；负数没有偶次方根. 2. 分数指数幂 说明：（1）0的正分数指数幂为0，0的负分数指数幂无意义. （2）有理指数幂的运算法则对于实数指数幂的运算仍然成立. （3）对于实数指数幂的值可以使用计算器求得. 练习：课堂练习1.2第1题. 二、指数函数的图像与性质 1. 指数函数 说明：（1）注意指数函数的底数的取值范围：$a>0$且$a\neq1$，这是对于底数的

教学环节	教学内容													
知识探究	一个规定，而不是指数函数的定义域. 因为①若 $a=0$，则当 $x>0$ 时，$a^x=0$；当 $x\leq 0$ 时，a^x 无意义. ②若 $a<0$，则对于 x 的某些数值，可使 a^x 无意义. 如 $(-2)^x$，这时对于 $x=\frac{1}{4}$，$x=\frac{1}{2}$ 等，在实数范围内函数值不存在. ③若 $a=1$，则对于任何 $x\in\mathbb{R}$，$a^x=1$，是一个常量，没有研究的必要性. 为了避免上述各种情况，所以规定 $a>0$ 且 $a\neq 1$. 在规定以后，对于任何 $x\in\mathbb{R}$，a^x 都有意义，且 $a^x>0$. 因此指数函数的定义域是 $\mathbb{R}$，值域是 $(0, +\infty)$. (2) 指数函数的定义是一个形式定义，它的解析式 $y=a^x$ 中，a^x 的系数是 1. 有些函数貌似指数函数，实际上却不是，如 $y=a^x+k$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$，$k\in\mathbb{Z}$)；有些函数看起来不像指数函数，实际上却是，如 $y=a^{-x}$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$)，因为它可以化为 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$，其中 $\frac{1}{a}>0$，且 $\frac{1}{a}\neq 1$. 2. 指数函数的图像与性质 为使学生熟练掌握指数函数的图像与性质，列出指数函数的图像与性质对照表：													
	<table><tr><th>函数</th><th>$y=a^x(a>1) \quad x\in(-\infty, +\infty)$</th><th>$y=a^x(0<a<1) \quad x\in(-\infty, +\infty)$</th></tr><tr><td>图像</td><td></td><td></td></tr><tr><td rowspan="3">性质</td><td>1. 值域是 $(0, +\infty)$</td><td>1. 值域是 $(0, +\infty)$</td></tr><tr><td>2. 图像经过 $(0, 1)$ 点</td><td>2. 图像经过 $(0, 1)$ 点</td></tr><tr><td>3. 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是增函数</td><td>3. 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是减函数</td></tr></table>	函数	$y=a^x(a>1) \quad x\in(-\infty, +\infty)$	$y=a^x(0<a<1) \quad x\in(-\infty, +\infty)$	图像			性质	1. 值域是 $(0, +\infty)$	1. 值域是 $(0, +\infty)$	2. 图像经过 $(0, 1)$ 点	2. 图像经过 $(0, 1)$ 点	3. 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是增函数	3. 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是减函数
	函数	$y=a^x(a>1) \quad x\in(-\infty, +\infty)$	$y=a^x(0<a<1) \quad x\in(-\infty, +\infty)$											
	图像													
性质	1. 值域是 $(0, +\infty)$	1. 值域是 $(0, +\infty)$												
	2. 图像经过 $(0, 1)$ 点	2. 图像经过 $(0, 1)$ 点												
	3. 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是增函数	3. 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是减函数												
例 2 讲解 对同底数幂比较大小时应强调三步：①构造函数并指明函数的单调区间及相应的单调性；②自变量的大小比较；③函数值的大小比较. 对不同底数幂的大小比较可以与中间值进行比较，再结合指数函数单调性解决问题. 练习：课堂练习 1.2 第 2 题、第 3 题.														

教学环节	教学内容
知识应用	说明: (1) 通过例 3 可进一步看出指数函数与生产生活的密切联系, 并且得到的式子 $y = a(1+r)^x$ 具有普遍意义. (2) 若将例 3 中的存款方式改为 5 年定期存款, 存款年利率是 3.60%, 计算 5 年后的本利和 (不计利息税), 并比较哪种存款方式收益较高. 练习: 课堂练习 1.2 第 4 题.
课堂小结	1. 根式的定义. 2. 分数指数幂. 3. 有理指数幂的运算法则. 4. 指数函数的定义、图像与性质. 5. 增 (减) 函数的定义及其图像特点.
作业	习题册第 2 页 § 1.2 填空题, 解答题 1、2、3.

三、课堂练习 1.2 参考答案

1. (1) 4 (2) $3^{\frac{4}{3}}$ (3) $\frac{m^2}{n^3}$

2. 如图 1—3 所示.

3. (1) $3^{0.8} > 3^{0.7}$ (2) $(\frac{2}{5})^{-\frac{2}{3}} > (\frac{2}{5})^{-\frac{1}{2}}$

4. 解: $y = 2 \times 1.15^x$.

当 $x = 6$ 时, $y \approx 4.626$ (万吨).

四、习题册 § 1.2 参考答案

[一、填空题]

1. $\sqrt[n]{a^m}$ $\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$ 2. 9 -8

3. 增 减 4. < <

[二、解答题]

1. (1) $\frac{34}{9}$ (2) $4a$

2. $(-\infty, 2]$

3. 解: 设经过 x 年后, 该城市人均公共绿地面积为 $y \text{ m}^2$, 则:

$$y = 5 \times 1.12^x$$

当 $x = 5$ 时, $y \approx 8.81 (\text{m}^2)$.

4. 解: 设该市城镇居民人均收入每年平均增长率为 a , 则:

$$15\ 816 = 8\ 652 (1+a)^7$$

$$(1+a)^7 \approx 1.828$$

$$1+a \approx 1.09$$

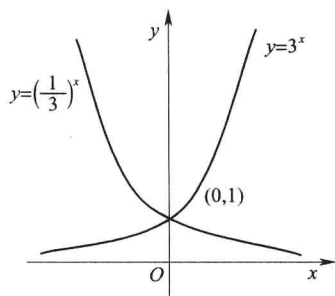


图 1—3

即 $a \approx 0.09$, 故每年平均增长率约为 9%.

III 参 考 资 料

【阅读材料】

棋盘上的麦粒问题

国际象棋起源于印度, 棋盘上共有 8 行 8 列构成 64 个格子. 在印度有一个古老的传说: 国王打算奖赏国际象棋的发明人——宰相西萨·班·达依尔. 国王问他想要什么, 他对国王说: “陛下, 请您在这张棋盘的第 1 个小格里, 赏给我 1 粒麦子, 在第 2 个小格里给 2 粒, 第 3 个小格里给 4 粒, 以后每一小格都比前一小格加一倍. 请您把这样摆满棋盘上所有的 64 格的麦粒, 都赏给您的仆人吧!” 国王觉得这要求太容易满足了, 就命令给他这些麦粒. 当人们把一袋一袋的麦子搬来开始计数时, 国王才发现: 就是把全印度甚至全世界的麦粒全拿来, 也满足不了那位宰相的要求. 那么, 宰相要求得到的麦粒到底有多少呢?

答案: 总数为:

$$1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2^{63} = 2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615 \text{ (粒)}$$

人们估计, 全世界两千年也难以生产这么多麦子!

合同问题

A 先生从今天开始每天给你 10 万元, 而你承担如下义务: 第一天给 A 先生 1 元, 第二天给 A 先生 2 元, 第三天给 A 先生 4 元, 第四天给 A 先生 8 元, 依次下去, A 先生要和你签订 15 天的合同, 你同意吗? 又 A 先生要和你签订 30 天的合同, 你能签这个合同吗?

答案: 15 天的合同可以签, 而 30 天的合同不能签.

说明: 以上两个问题说明指数函数变化速度之快.

【补充例题】

1. 计算下列各式

$$(1) \frac{\sqrt{3} \times \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{4}} \quad (2) \sqrt[3]{\frac{8a^5b^7}{125(ab^2)^2}}$$

$$\text{答案: } (1) 3^{\frac{1}{6}} \quad (2) \frac{2}{5}ab$$

2. 某种放射性物质不断变化为其他物质, 每经过 1 年剩留的这种物质是原来的 84%, 画出这种物质的剩留量随时间变化的图像, 并从图像上求出经过多少年, 剩留量是原来的一半 (结果保留 1 个有效数字).

分析: 通过恰当假设, 将剩留量 y 表示成经过年数 x 的函数, 并可列表、描点、作图, 进而求得结果.

解: 设这种物质初始质量是 1, 经过 x 年, 剩留量是 y .

经过 1 年, 剩留量 $y = 1 \times 84\% = 0.84^1$;

经过 2 年, 剩留量 $y = 1 \times 84\% \times 84\% = 0.84^2$;

.....

一般地，经过 x 年，剩留量 $y = 0.84^x$ 。

根据这个函数关系式可以列表如下：

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	0.84	0.71	0.59	0.50	0.42	0.35

用描点法画出指数函数 $y = 0.84^x$ 的图像。从图1—4上看出， $y = 0.5$ 只需 $x \approx 4$ 。

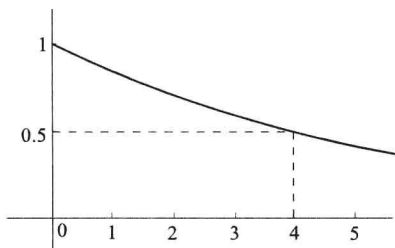


图 1—4

答：约经过 4 年，剩留量是原来的一半。

说明：指数函数图像的应用；数形结合思想的体现。

§ 1.3 对数函数

I 概 述

一、教学目标

【知识目标】

1. 使学生理解对数的概念，掌握对数的性质与运算法则。
2. 使学生掌握对数的换底公式与对数的求值。
3. 使学生理解对数函数的定义、图像、性质。
4. 使学生能熟练运用对数的方法解决实际问题。

【能力目标】

1. 培养学生观察、分析、对比、归纳问题的能力和解题的能力。
2. 培养学生的建模能力和函数作图能力。

二、教学重点和难点

【教学重点】

对数的概念与运算；对数函数的概念、图像、性质与应用。

【教学难点】

对数的计算；对数函数的性质与应用。

三、教学内容分析

对数函数也是一类重要的基本初等函数。教材借用了指数函数的任务，在任务分析中只是交

换了变量的字母表示,得到了函数 $x=0.9^y$,通过“如何用 x 表示 y ”的设问,说明了学习对数的必要性,并在指数的基础上给出了对数的概念和性质,然后直接给出了对数的运算性质和换底公式,解决了对数的运算求值问题,同时也为进一步学习对数函数做了知识上的准备.对数函数的图像与性质的研究方法与指数函数的研究方法基本相同,但对数函数更完美地体现了数形结合、观察分析、归纳对比、由特殊到一般的数学思想和方法.教材例5、例6是对数函数应用的两个实例,其求解过程体现了用对数函数的知识解决有关实际问题时灵活丰富的方法.

II 教学方案

一、课前准备

直尺、多媒体课件.

二、课堂教学

教学方案见下表.

教学环节	教学内容
任务提出	某种产品原来的生产成本为1万元,计划在今后几年内,通过加强生产管理和技术改造,使生产成本每年比上一年减少10%.问经过 y 年后,其生产成本 x 是多少?几年后成本是0.59万元?
任务分析	由题意知: $x=(1-0.1)^y$,即 $x=0.9^y$. 如何用 x 表示 y 呢?
知识探究	一、对数 1. 对数的概念 定义 如果$a^b=N$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$), 则称b是以a为底N的对数, 记作: $\log_a N=b$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$). 说明: (1) 对数式$\log_a N=b$是指数式$a^b=N$的另一种表达形式, 它们所表示的a、b、N之间的数量关系是相同的. 求对数$b=\log_a N$就是求$a^b=N$中的指数b, 也就是确定a的多少次方等于N. (2) 明确指数式中的底数、幂、指数分别是对数式中对数的底数、真数、对数. (3) 牢记对数的性质: ①1的对数等于0, 即$\log_a 1=0$; ②底的对数等于1, 即$\log_a a=1$; ③0和负数没有对数. 这些性质在求对数函数的定义域中经常遇到. (4) 两种常用的对数: 以10为底的对数——常用对数($\lg N$); 以无理数$e=2.718\ 28\cdots$为底的对数——自然对数($\ln N$). 求任意正数N的常用对数或自然对数时, 可以使用计算器求得. 2. 对数的运算性质 说明: 运用对数的运算性质可以进行对数的化简.

教学环节	教学内容																
知识探究	3. 换底公式 说明：在实际计算中，若遇到不以 10 或 e 为底的对数，我们通常是利用对数换底公式将其转换为常用对数或自然对数解决对数的求值问题和化简问题. 练习：课堂练习 1.3 第 2 题. 二、对数函数 1. 对数函数的定义：一般地，形如 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的函数称为对数函数，根据对数的性质，对数函数的定义域为 $(0, +\infty)$. 2. 对数函数的图像与性质 在同一坐标系内作函数 $y = \log_2 x$ 与 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 的图像. 师生共同分析，列出 x、y 的对应值表，并让学生画出这两个函数的图像. 然后教师引导学生概括出两种对数函数图像的一般形状（多媒体演示教材中的图 1—8）及主要性质. 师生共同观察、对比指数函数与对数函数的图像与性质，并列出对照表： <table><tr><th>函数</th><th>$y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)</th><th>$y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)</th></tr><tr><th>定义域</th><td>$(-\infty, +\infty)$</td><td>$(0, +\infty)$</td></tr><tr><th>图像</th><td></td><td></td></tr><tr><th rowspan="3">性质</th><td>1. 值域为 $(0, +\infty)$</td><td>1. 值域为 $(-\infty, +\infty)$</td></tr><tr><td>2. 图像都过 $(0, 1)$ 点</td><td>2. 图像都过 $(1, 0)$ 点</td></tr><tr><td>3. $a > 1$ 时，$y = a^x$ 是增函数； $0 < a < 1$ 时，$y = a^x$ 是减函数.</td><td>3. $a > 1$ 时，$y = \log_a x$ 是增函数； $0 < a < 1$ 时，$y = \log_a x$ 是减函数.</td></tr></table> 例题讲解： 利用对数的性质比较同底对数大小的方法： ①构造对数函数并指明函数的单调区间及相应的单调性. ②比较自变量的大小. ③比较函数值的大小.	函数	$y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)	$y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)	定义域	$(-\infty, +\infty)$	$(0, +\infty)$	图像			性质	1. 值域为 $(0, +\infty)$	1. 值域为 $(-\infty, +\infty)$	2. 图像都过 $(0, 1)$ 点	2. 图像都过 $(1, 0)$ 点	3. $a > 1$ 时， $y = a^x$ 是增函数； $0 < a < 1$ 时， $y = a^x$ 是减函数.	3. $a > 1$ 时， $y = \log_a x$ 是增函数； $0 < a < 1$ 时， $y = \log_a x$ 是减函数.
	函数	$y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)	$y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)														
	定义域	$(-\infty, +\infty)$	$(0, +\infty)$														
	图像																
	性质	1. 值域为 $(0, +\infty)$	1. 值域为 $(-\infty, +\infty)$														
		2. 图像都过 $(0, 1)$ 点	2. 图像都过 $(1, 0)$ 点														
		3. $a > 1$ 时， $y = a^x$ 是增函数； $0 < a < 1$ 时， $y = a^x$ 是减函数.	3. $a > 1$ 时， $y = \log_a x$ 是增函数； $0 < a < 1$ 时， $y = \log_a x$ 是减函数.														