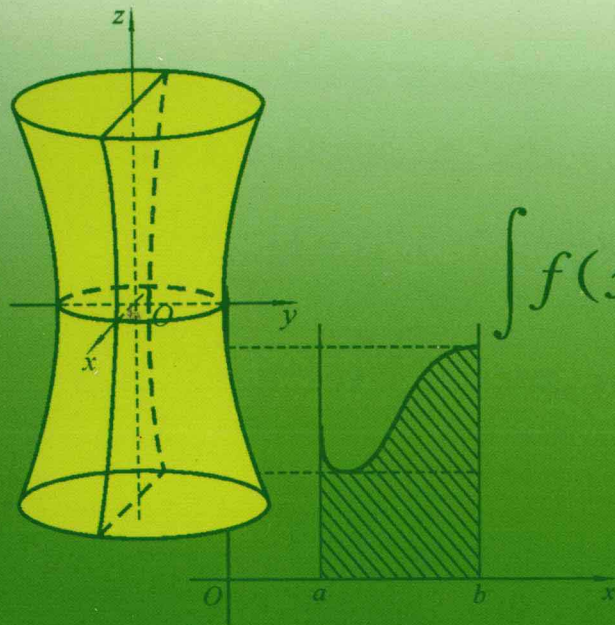


上册

应用高等数学练习册

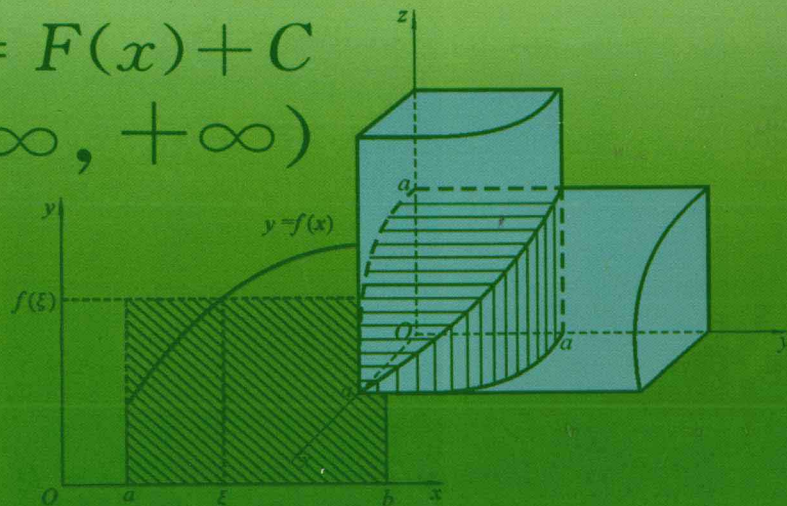
供理工类各专业用

主编 骆忍冬



$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$
$$(-\infty, +\infty)$$



浙江科学技术出版社

上册

应用高等数学练习册

供理工类各专业用

江苏工业学院图书馆
藏书章

主 编 骆忍冬

编写人员 (按姓氏笔画为序)

丁匡平 孔亚仙 王珍娥

朱志华 严小宝 李新柯

吴晓红 陈建芳 洪 哲

潘仲川

浙江科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学练习册. 上册/骆忍冬主编. —杭州:
浙江科学技术出版社, 2005. 9(2008. 1 重印)

供理工类各专业用

ISBN 978-7-5341-2758-8

I. 应... II. 骆... III. 高等数学—高等学校: 技
术学校—习题 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 106857 号

应用高等数学练习册

上册

(供理工类各专业用)

主 编	骆忍冬
责任编辑	宋 东
封面设计	金 晖
出版发行	浙江科学技术出版社 (杭州市体育场路 347 号 邮编 310006)
印 刷	浙江全能印务有限公司
开 本	787×1092 1/16
印 张	9.75
字 数	243 000
版 次	2005 年 9 月第 1 版
印 次	2011 年 2 月第 10 次印刷
书 号	ISBN 978-7-5341-2758-8
定 价	16.00 元

前 言

跨入 21 世纪以来,浙江经济在世界经济一体化的浪潮裹挟下,立足长三角,竞雄五大洲。浙江的高等职业技术教育因此而蓬勃发展,在浙江 10 万多平方公里的土地上,异军突起,成为浙江省高等教育的重要组成部分。

为了紧跟高职数学的发展步伐,浙江省高等教育重点教材——《应用高等数学》已经问世了!这是全省职教数学界的一件大事,无疑为我省高职数学的发展掀起又一个波澜!

伴随这套教材问世的是与之配套使用的一套练习册,共三册。理工类与非理工类上册各一册,下册为两类合用。

练习册按照教育部制定的高职高专高等数学教学基本要求,以必需够用为度,以应用为目的,既重视对基本概念的理解,又重视对基本运算能力的训练。所选习题,贯彻由浅入深、谆谆善诱的原则,在试用期间,曾广泛听取各方意见,进行过多次的修改。本练习册虽然与教材配套使用,但也有独立使用的价值,对于自学高等数学或专升本的读者,本练习册也有重要的实用价值。

小才靠聪明,大才靠德行。为了有益于提高人文素养,练习册中摘录了古今中外的一些名人名言,供读者浏览。虽说是片言只语,却蕴涵着深刻的哲理。

本套练习册的编者同时也是教材的编者,都是长期从事于一线教学的老师,具有丰富的教学经验,是由编写委员会遴选和特别邀请的。其中不乏风华正茂的后起之秀,多数是各院校的数学学科带头人,在编写委员会的组织之下,他们不辞辛劳、不矜名位,继承和发扬了老一辈学人的奉献精神。

参加编写的院校有:浙江建设职业技术学院、浙江机电职业技术学院、温州职业技术学院、浙江医学高等专科学校、浙江医药高等专科学校、浙江经贸职业技术学院、浙江科技学院、浙江交通职业技术学院、浙江经济职业技术学院、浙江旅游职业技术学院、浙江邮电职业技术学院、杭州职业技术学院、杭州万向职业技术学院、绍兴托普信息职业技术学院、嘉兴职业技术学院、丽水学院、丽水职业技术学院、浙江国际海运职业技术学院、浙江电力职业技术学院。

参加编写的人员有:理工类上册主编骆忍冬,非理工类上册主编施沛沅,下册主编王潘玲。参加编写的还有:丁匡平、于德明、孔亚仙、王小明、王珍娥、王新力、王新成、华荣伟、戎笑、严小宝、李新柯、杨乃如、杨迪明、吴晓红、沈建根、陆毅、陈建芳、罗道宝、金辉、

金友良、金来友、胡亚红、钟继雷、宣明、洪哲、童宏胜、蓝春霞、潘仲川。

讹漏之处,在所难免,敬请指教,以使日臻完善!

浙江省《应用高等数学》编写委员会

2006 年 3 月

目

第一章 函数的极限与连续	(1)
§ 1-1 函数	(1)
§ 1-2 极限的概念	(3)
§ 1-3 极限的运算	(5)
§ 1-4 两个重要极限	(7)
§ 1-5 函数的连续性	(9)
第一章复习题	(11)
第二章 导数和微分	(15)
§ 2-1 导数的概念	(15)
§ 2-2 导数的运算(一)	(17)
§ 2-2 导数的运算(二)	(19)
§ 2-3 微分	(21)
第二章复习题	(23)
第三章 导数的应用	(27)
§ 3-1 微分中值定理	(27)
§ 3-2 洛必达法则	(29)
§ 3-3 函数的单调性与极值(一)	(31)
§ 3-3 函数的单调性与极值(二)	(33)
§ 3-4 曲线的凹凸性与拐点(一)	(35)
§ 3-4 曲线的凹凸性与拐点(二)	(37)
§ 3-5 平面曲线的曲率	(39)

录

第三章复习题	(41)
第四章 不定积分	(43)
§ 4-1 不定积分的概念和性质(一)	(43)
§ 4-1 不定积分的概念和性质(二)	(45)
§ 4-2 换元积分法(一)	(47)
§ 4-2 换元积分法(二)	(49)
§ 4-3 分部积分法	(51)
§ 4-4 简单有理函数的积分	(53)
第四章复习题	(55)
第五章 定积分及其应用	(57)
§ 5-1 定积分的概念	(57)
§ 5-2 定积分的性质	(59)
§ 5-3 牛顿—莱布尼兹公式	(61)
§ 5-4 定积分的换元法与分部积分法	(63)
§ 5-5 广义积分	(65)
§ 5-6 定积分的几何应用	(67)
§ 5-7 定积分的物理应用	(69)
第五章复习题	(71)
第六章 向量代数与空间解析几何	(73)
§ 6-1 空间直角坐标系	(73)
§ 6-2 向量	(75)

§ 6-3 向量的数量积与向量积	(77)
§ 6-4 平面与空间直线	(79)
§ 6-5 曲面与空间曲线	(81)
第六章复习题	(83)
第七章 多元函数的微积分	(85)
§ 7-1 多元函数的概念	(85)
§ 7-2 偏导数与全微分	(87)
§ 7-3 多元函数的求导法则	(89)
§ 7-4 多元函数的极值	(91)
§ 7-5 二重积分的概念	(93)
§ 7-6 二重积分的计算	(95)
§ 7-7 二重积分的应用举例	(97)
第七章复习题	(99)
第八章 常微分方程	(101)
§ 8-1 常微分方程的基本概念 可分离变量的微分方程	(101)
§ 8-2 一阶微分方程	(103)
§ 8-3 可降阶的二阶微分方程	(105)

§ 8-4 二阶线性微分方程(一)	(107)
§ 8-4 二阶线性微分方程(二)	(109)
第八章复习题	(111)
第九章 级数	(113)
§ 9-1 常数项级数	(113)
§ 9-2 常数项级数收敛性的判别(一)	(115)
§ 9-2 常数项级数收敛性的判别(二)	(117)
§ 9-3 幂级数	(119)
§ 9-4 泰勒级数、函数的幂级数展开	(121)
§ 9-5 傅里叶级数(一)	(123)
§ 9-5 傅里叶级数(二)	(125)
第九章复习题	(127)
第十章 拉普拉斯变换	(133)
§ 10-1 拉氏变换的基本概念的性质	(133)
§ 10-2 拉氏变换的逆变换	(135)
§ 10-3 拉氏变换的应用举例	(137)
第十章复习题	(139)
参考答案	(141)

第一章 函数的极限与连续

§ 1-1 函数

一、填空题:

1. 若 $f\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{x+1}{x}\right)^2$, 则 $f(x) =$ _____.
2. 函数 $y = \arcsin \frac{x-1}{2} + \sqrt{x^2-4}$ 的定义域是_____.
3. 函数 $y = \frac{2x}{3x-1}$ 的反函数是 $y =$ _____.
4. 设 $f(x) = \frac{1}{1+x}$, 则 $f[f(x)] =$ _____.
5. 函数 $y = \lg(x-1)$ 的单调递增区间是_____.
6. 设函数 $f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < 1; \\ 0, & |x| \geq 1. \end{cases}$ 则 $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$ _____.

二、单项选择题:

1. 下列 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 表示同一个函数的是().
(A) $f(x) = 1-x^2, \varphi(x) = \sqrt{(1-x^2)^2}$
(B) $f(x) = 1, \varphi(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$
(C) $f(x) = x, \varphi(x) = \sin(\arcsin x)$
(D) $f(x) = x, \varphi(x) = \arccos(\cos x)$
2. 函数 $y = \cos^2 x$ 与 $y = \arcsin x$ 都是().
(A) 有界函数 (B) 偶函数
(C) 周期函数 (D) 单调函数

3. 函数 $y = \sqrt[3]{\ln \sin^2 x}$ 的复合过程为().

- (A) $y = \sqrt[3]{u^2}, u = \ln \sin x$
(B) $y = \sqrt[3]{u}, u = \ln v, v = w^2, w = \sin x$
(C) $y = \sqrt[3]{u^2}, u = \ln \sin x$
(D) $y = \sqrt[3]{u}, u = \ln v^2, v = \sin x$

4. $y = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ 是().

- (A) 偶函数
(B) 奇函数
(C) 非奇非偶函数
(D) 是在一个有限对称区间 $(-a, a)$ 上的奇函数

5. 函数 $y = f(x)$ 与 $y = -f(x)$ 的图形关于().

- (A) x 轴对称 (B) y 轴对称
(C) 原点对称 (D) $y = x$ 对称

三、若 $f(x)$ 是定义在 $(-l, l)$ 上的一个函数. 求证: 函数 $\varphi(x) = f(x) - f(-x)$ 是 $(-l, l)$ 上的奇函数.

四、有一圆锥形漏斗的母线长为 20 cm, 容积为 V , 高为 h , 试将 V 表示成 h 的函数, 并指出它的定义域.

吾生也有涯, 而知也无涯——庄子

§ 1-2 极限的概念

一、填空题:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n} = \underline{\hspace{2cm}}.$
- 数列 $\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{8}, 0, \dots$ 的极限是 $\underline{\hspace{2cm}}.$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = \underline{\hspace{2cm}}.$
- 函数 $f(x) = \ln(x+2)$, 当 $x \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $f(x) \rightarrow -\infty.$

二、判断题(对的打“√”,错的打“×”):

- 若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处无定义, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不存在. ()
- 极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 的充要条件是 $f(x_0+0) = f(x_0-0) = A.$ ()
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ 不存在. ()

三、单项选择题:

- 如果极限 $\lim y$ 存在, 则此极限值().
(A) 惟一 (B) 允许有两个
(C) 允许有三个 (D) 允许有有限个
- 下列函数在 $x \rightarrow 0$ 时有极限的是().

- $f(x) = \begin{cases} 0 & (x=0), \\ 1 & (x \neq 0) \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} x-1 & (-1 < x \leq 0), \\ x & (0 < x < 1) \end{cases}$
- $f(x) = \frac{1}{x}$
- $f(x) = \begin{cases} 1-x & (x > 0), \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$

- 设 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0), \\ 0 & (x=0), \\ x-1 & (x > 0), \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = (\quad).$

- 0 (B) 1
- 1 (D) 不存在

- 设 $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & (x \leq 0), \\ x^2-2 & (x > 0), \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = (\quad).$

- 2 (B) 0 (C) -1 (D) -2

- 函数 $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$ 在 $x=3$ 时().

- 有定义 (B) 有极限
- 无极限 (D) 既无定义, 又无极限

- 在计算 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9}$ 时, 可以约去公因子 $(x-3)$, 其理由是当 $x \rightarrow 3$ 时, $(x-3)$ 的值().

- >0 (B) $=0$
- <0 (D) $\neq 0$

四、计算题:

设函数 $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & (x < 0), \\ a + \sin x & (x > 0), \end{cases}$ 问: a 为何值时
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在?

非学无以广才,非志无以成学——诸葛亮

§ 1-3 极限的运算

一、填空题:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4(1+a)+bx^3+2}{x^3+x^2-1} = -2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}},$
 $b = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(2 + \frac{1}{x} \right) \left(3 - \frac{1}{x^2} \right) \right] = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x + \alpha x}{\cos x + \beta x} = 1$, 则 $\frac{\alpha}{\beta} = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、判断题(对的打“√”,错的打“×”):

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1.$ ()

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2-1)}{\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2+1)} = \frac{\infty}{\infty} = 1.$ ()

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{x} = \left(\lim_{x \rightarrow \infty} x \right) \cdot 0 = 0 \cdots$
 ()

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{1-x} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{1-x^3} = \infty - \infty = 0$
 ()

三、求下列各极限:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{3x^2-x+2}.$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{3^{n-1}}}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 + 2x}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}.$

5. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-t} - \sqrt{2}}{t}.$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}.$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x}.$

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x^2} \sin x.$

黑发不知勤学早,白头空悔读书迟——颜真卿

§ 1-4 两个重要极限

一、填空题:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1} = \underline{\hspace{2cm}}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\frac{1}{2}x^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}}.$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{2}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$
- 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sin x$ 的等价无穷小是 $\underline{\hspace{2cm}}$, $\tan x$ 的等价无穷小是 $\underline{\hspace{2cm}}$, $\sin mx$ ($m \neq 0$) 的等价无穷小是 $\underline{\hspace{2cm}}.$
- 当 $x \rightarrow 0$ 时, $(\sqrt{1+x}-1)$ 的等价无穷小是 $\underline{\hspace{2cm}}$, $(1-\cos x)$ 的等价无穷小是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

二、单项选择题:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = (\quad).$
(A) 0 (B) ∞
(C) 1 (D) 不存在
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} = (\quad).$
(A) $\frac{1}{4}$ (B) 1

(C) 0 (D) ∞

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+3} = (\quad).$
(A) 1 (B) e
(C) e^3 (D) ∞
- 下列等式成立的有 $(\quad).$
(A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{2x} = e^2$
(B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{-2x} = e$
(C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{\frac{1}{2}x-1} = e$
(D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{2x} = e$
- 下列等式正确的是 $(\quad).$
(A) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$
(C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ (D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$
- 下列函数中, 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与无穷小量 x 相比为高阶无穷小的是 $(\quad).$
(A) $\sin x$ (B) $x+x^2$
(C) $\sqrt{x}$ (D) $1-\cos x$

三、求下列各极限：

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}.$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x-1} \right)^x.$

知识就是力量——培根

§ 1-5 函数的连续性

一、填空题:

1. 设 $y=f(x)$ 在 x_0 处连续, 则当 x 在 x_0 处的增量 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 相应的函数增量 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$ 的极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} \Delta y =$ _____.
2. 设 $f(x)$ 在 x_0 处连续, 则极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) =$ _____.
3. 函数 $y=\lg(\sqrt{4-x}+\sqrt{6-x})$ 的连续区间为 _____.

二、判断题(对的打“√”, 错的打“×”):

1. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续, 则极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 必存在. ()
2. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处间断, 则极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 必不存在. ... ()
3. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续, 则 $f(x)$ 必在 x_0 的某一邻域内有定义. ()
4. 若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有界. ()

三、单项选择题:

1. 已知 $f(x) = \begin{cases} 4-2x & (1 < x < \frac{5}{2}) \\ 2x-6 & (\frac{5}{2} < x < +\infty) \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x = \frac{5}{2}$

处().

- (A) 左、右极限都不存在
- (B) 左、右极限一个存在, 一个不存在
- (C) 函数连续
- (D) 极限存在

2. 对于函数 $f(x) = \begin{cases} x & (0 < x < 1), \\ \frac{1}{2} & (x=1), \\ 1 & (1 < x < 2), \end{cases}$ 下列说法正确的是().

- (A) 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 不存在
- (B) $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续
- (C) $f(x)$ 在 $x=1$ 处间断
- (D) $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 内连续

3. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则下列说法错误的是().

- (A) $f(x)$ 在 (a, b) 内处处连续
- (B) $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有界
- (C) $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上必取得最大值
- (D) 在 (a, b) 内必有一点 ξ , 使得 $f(\xi)=0$

四、解答题:

1. 利用函数连续性求下列极限.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2 - 2x + 4}.$

(2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\sin 2x)^4.$

(3) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t}.$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$

2. 求函数 $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$ 的连续区间及间断点类型.

世上无难事,只要肯登攀——叶剑英