

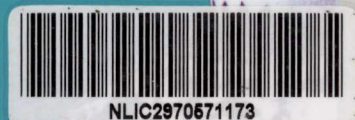
迈向尖子生

8 年级

初中数学 培优题典

杨冬慧 编著

分类
分项
分级



南京大学出版社

尖子
迈向

图并附(CT)目编题奇件图

南:京南... 著... 8... 中...

2009.11 重印

(远南尖子生系列)

ISBN 978-7-302-02387-9

8 年级

初中数学 培优题典

杨冬慧 编著

分类
分项
分级



NLIC2970671173



南京出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学培优题典. 8 年级/ 杨冬慧编著. —南京: 南京大学出版社, 2009. 11 重印

(迈向尖子生系列)

ISBN 978 - 7 - 305 - 05395 - 5

I. 初… II. 杨… III. 数学课—初中—习题
IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 053460 号

出版者 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 <http://press.nju.edu.cn>
出版人 左 健
丛 书 名 迈向尖子生系列
书 名 初中数学培优题典(8 年级)
编 著 者 杨冬慧
责任编辑 吴 华 编辑热线 025-83592146
照 排 南京南琳图文制作有限公司
印 刷 丹阳市教育印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 13.75 字数 342 千
版 次 2009 年 11 月第 1 版第 5 次印刷
ISBN 978 - 7 - 305 - 05395 - 5
定 价 20.00 元
发行热线 025-83594756
电子邮件 sales@press.nju.edu.cn(销售部)
nupress1@public1.ptt.js.cn

* 版权所有, 侵权必究

* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购
图书销售部门联系调换

写在前面的话

题典≠题海！分类、分项、分级——迈向尖子生的阶梯。

如果你已经是尖子生，不妨一读；如果你还不是尖子生，但又很想成为尖子生，建议一读！

现实中有一些学生投入了大量的精力，习题做了一大摞，但成绩仍不理想，甚至感到学习数学是一件很烦恼的事情，不喜欢数学。究其原因，就是没有找到学数学的窍门，没有掌握学数学的规律，没有发现适合自己的学习方法，自然也就感觉不到学数学的快乐。

我们精心编写的这套“迈向尖子生”系列培优题典就是为了既能让学生少花时间，又能从每一天的数学学习中找到捷径、方法、窍门，从而不知不觉地激发起学数学的兴趣。

本套丛书是根据国家教育部颁布的新课程改革的理念，按照《国家数学课程标准》，紧密配合九年制义务教育教科书而编写的。

该丛书的编写不拘泥于一种版本的教材，而是在充分理解新大纲、吃透新课标的基础上，结合当今教学实践和教学动态，用新型的编写理念和编排格式进行丛书的整体设计和制作，在同类教辅图书中，更能突出“源于教材，宽于教材，高于教材”的特色。

丛书的内容系统全面，难易适度，编排合理，根据不同年级的学习内容，由易到难、层层深入、螺旋上升。编写上力求体现以下特点：

(1) **源于基础，选题典型。**各年级紧扣大纲、贴近教材，按照教材内容的编排顺序，从学生的知识结构和思维发展水平的实际出发设置专题，便于学生在掌握课本单元基础知识的前提下自学，进行拓展提高。全书选题典型，例题和习题具有较强的代表性，通过典型题的分析、讲解、演练以及练习题的训练巩固，旨在掌握课本知识的核心内容，发现解题的一般方法和规律。

(2) **题型全面，层次细致。**全面改变一般教辅书题型老套的模样，力求出题形式灵活、新颖、多样。各类题型能基本覆盖教学重点和考试要点，并突出趣味性、实用性、典型性。分类、分项、分级的编写体例，层次分明，对于拓宽解题思维、提高解题技巧和培养学生良好的数学修养大有裨益。

(3) **辅导便利，自学精点。**全书文字编写深入浅出，通俗易懂，引人入胜，貌如循循善诱的老师上课。清晰的思路分析、严谨的解题步骤、分明的题典体例，可以与各种版本的教材配套使用，也可以作为学生的课外读物，还可供家长辅导孩子或兴趣小组活动时使用。

这种认识理念和编写模式能否得到大家的认同和市场的接受，我们衷心地希望广大一线教师、关注孩子学习的家长以及同学们给我们提出宝贵的意见，并把你们的经验和体会告诉我们，以便使这套丛书更加完善。

在编写过程中，我们参考了一些优秀题目，为了简明，书中不一一注明，在此谨表谢意！

编 者

目 录

上学期

专题一 轴对称	1
专题二 等腰三角形	5
专题三 等腰梯形	9
专题四 勾股定理	13
专题五 平方根与立方根	17
专题六 勾股定理的应用	20
专题七 图形的旋转	24
专题八 平行四边形	29
专题九 矩形与菱形	34
专题十 完美的正方形	39
专题十一 再探特殊的四边形	45
专题十二 折叠问题	51
专题十三 巧用中位线	56
专题十四 分类讨论解图形问题	60
专题十五 函数的基本知识	64
专题十六 平面直角坐标系	68
专题十七 函数图像	73
专题十八 一次函数	79
专题十九 一次函数的应用	84
专题二十 数据的集中程度	90

下学期

专题一 一元一次不等式	95
专题二 一元一次不等式组	98
专题三 不等式(组)的应用	101

专题四	分式与分式的基本性质	105
专题五	分式的加减	109
专题六	分式的乘除	113
专题七	分式方程及其应用	117
专题八	反比例函数的图像与性质	121
专题九	反比例函数与一次函数	127
专题十	比例线段	132
专题十一	探索三角形相似的条件	136
专题十二	相似三角形的性质	141
专题十三	位似图形与相似多边形	146
专题十四	相似三角形的综合应用	151
专题十五	图形相似中的面积问题	160
专题十六	网格中的图形变换	164
专题十七	平行投影与中心投影	169
专题十八	如何进行证明	174
专题十九	命题与推理	179
专题二十	等可能条件下的概率	183
参考答案		188

12	同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半	二十题
13	圆的切线垂直于过切点的半径	三十题
14	圆的切线长定理	四十题
15	圆的内接四边形的性质	五十题
16	圆的面积公式	六十题
17	圆的周长公式	七十题
18	圆的面积公式	八十题
19	圆的面积公式	九十题
20	圆的面积公式	一百题

附录

21	圆的面积公式	一百一十题
22	圆的面积公式	一百二十题
23	圆的面积公式	一百三十题

专题一 轴对称

知识要点

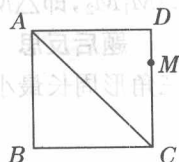
把一个图形沿着某一条直线折叠,如果它能与另一个图形重合,那么称这两个图形关于这条直线对称,也称这两个图形成轴对称,这条直线叫做对称轴,两个图形中的对应点叫做对称点.

把一个图形沿着某一条直线折叠,如果直线两旁的部分能够互相重合,那么称这个图形是轴对称图形,这条直线就是对称轴.

成轴对称的两个图形全等.

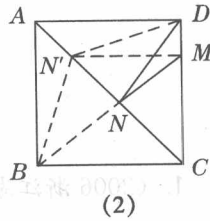
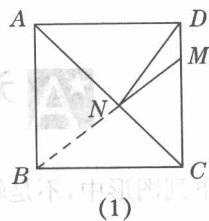
垂直并且平分一条线段的直线,叫做这条线段的垂直平分线.如果两个图形成轴对称,那么对称轴是对称点连线的垂直平分线.

典型题一 如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 M 在 CD 上,在 AC 上确定点 N ,使 $DN+MN$ 最小.



思路点拨 关注点 D, M 为 AC 同侧两定点,考虑利用轴对称的性质解决问题.

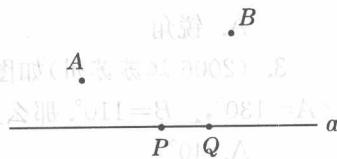
详细解答 因为正方形 $ABCD$ 为轴对称图形,且直线 AC 为其一条对称轴,所以点 B 与点 D 关于直线 AC 对称,所以线段 BM 与 AC 的交点即为所求的点 N .



实际上,在线段 AC 上取异于 N 的任意一点 N' ,连接 BN', DN', MN' ,由点 B 与点 D 关于直线 AC 对称可知 $BN' = DN'$,则 $DN' + MN' = BN' + MN'$. 又因为在 $\triangle BMN'$ 中, $BN' + MN' > BM$,所以 $DN' + MN' > DN + MN$.

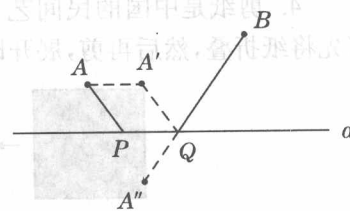
题后反思 利用轴对称的方法,常可以将折线转化为一条线段,结合“两点之间,线段最短”的性质,解决此类几何最值问题.

典型题二 如图, A, B 是直线 a 同侧的两定点,定长线段 PQ 在 a 上平行移动,问 PQ 移动到什么位置时, $AP + PQ + QB$ 的长最短?



思路点拨 在 $AP + PQ + QB$ 中, PQ 的长不变,只需使 $AP + QB$ 最短即可.

详细解答 如图,作 $AA' \parallel PQ$,且 $AA' = PQ$,作点 A' 与点 A 关于直线 a 对称,连接 BA' ,与直线 a 的交点即为点 Q 的位置.



题后反思 此类利用轴对称构造最短距离的问题,通常利用平移的方法将不变的量转移.

✓**典型题三** 如图, M 是 $\angle AOB$ 内部一点.

(1) 分别作出点 M 关于 OA 、 OB 的对称点 M_1 、 M_2 , 连接 M_1M_2 , 交 OA 于点 P , 交 OB 于点 Q ;

(2) 若 $M_1M_2 = 10$ cm, 求 $\triangle MPQ$ 的周长.

(3) 在 OA 、 OB 上任取点 P' 、 Q' , 连接 MP' 、 $P'Q'$ 、 MQ' , 得到 $\triangle MP'Q'$. 比较 $\triangle MP'Q'$ 与 $\triangle MPQ$ 的周长, 你得到什么结论?

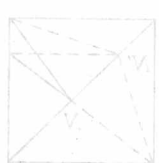
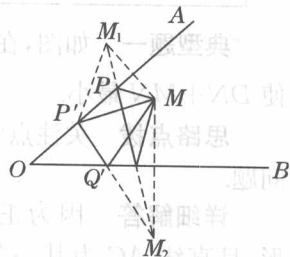
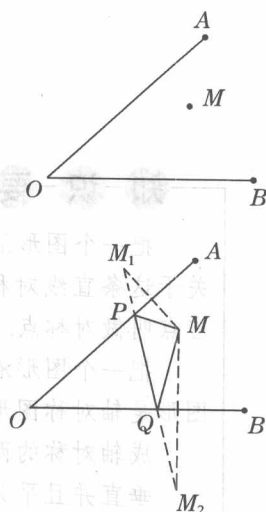
思路点拨 利用轴对称的性质进行计算.

详细解答 (1) 如图所示, 即为所求;

(2) 因为点 M 和 M_1 关于 OA 对称, 所以 OA 垂直平分 M_1M , 可得 $PM_1 = PM$. 同理 $QM_2 = QM$, $\triangle MPQ$ 的周长 $= PM + PQ + QM = PM_1 + PQ + QM_2 = M_1M_2 = 10$ cm.

(3) 如图, 连接 M_1P' 、 M_2Q' , 同(2)可知 $M_1P' = MP'$, $M_2Q' = MQ'$, 所以 $\triangle MP'Q'$ 的周长 $= MP' + P'Q' + MQ' = M_1P' + P'Q' + M_2Q' > M_1M_2$, 即 $\triangle MP'Q'$ 的周长大于 $\triangle MPQ$ 的周长.

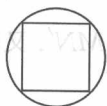
题后反思 实际上, 在 OA 、 OB 上任取两点 G 、 H , 与点 M 构成的三角形周长最小为 10 cm.



★ 选择题

___月___日星期___

1. (2006 浙江湖州) 下列图形中, 不是轴对称图形的是 ()



A.

B.

C.

D.

2. 在下列轴对称图形中, 有且只有一条对称轴的是 ()

A. 锐角

B. 线段

C. 等边三角形

D. 正五边形

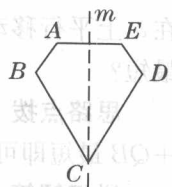
3. (2006 江苏苏州) 如图, 如果直线 m 是多边形 $ABCDE$ 的对称轴, 其中 $\angle A = 130^\circ$, $\angle B = 110^\circ$. 那么 $\angle BCD$ 的度数等于 ()

A. 40°

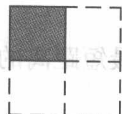
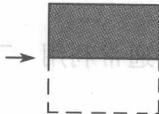
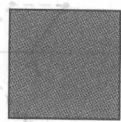
B. 50°

C. 60°

D. 70°



4. 剪纸是中国的民间艺术, 剪纸方法很多, 下面是一种剪纸方法的图示 (先将纸折叠, 然后再剪, 展开即得到图案):



下面四个图案中, 不能用上述方法剪出的是 ()

()



A.



B.



C.



D.

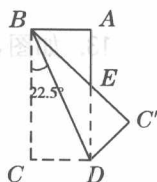
5. 如图,将矩形 $ABCD$ 纸片沿对角线 BD 折叠,使点 C 落在 C' 处, BC' 交 AD 于 E ,若 $\angle DBC=22.5^\circ$,则在不添加任何辅助线的情况下,图中 45° 的角(虚线也视为角的边)有 ()

A. 6 个

B. 5 个

C. 4 个

D. 3 个



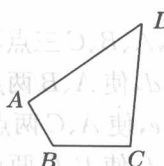
6. 图(1)是四边形纸片 $ABCD$,其中 $\angle B=120^\circ$, $\angle D=50^\circ$. 若将其右下角向内折出一角 PCR ,恰使 $CP \parallel AB$, $RC \parallel AD$,如图(2)所示,则 $\angle C=$ ()

A. 80°

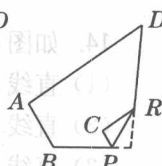
B. 85°

C. 95°

D. 110°



(1)



(2)

★ B 填空题

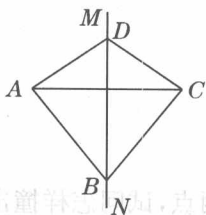
___月___日星期___

7. 数的运算中有一些有趣的对称式,如 $12 \times 231 = 132 \times 21$,请你仿照这个等式填空:

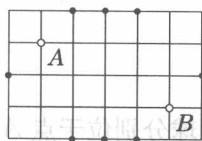
___ $\times 462 =$ ___ $\times$ ___.

8. 已知如图,四边形 $ABCD$ 关于直线 MN 对称,其中 A, C 是对称点,则直线 MN 与线段 AC 的关系是_____.

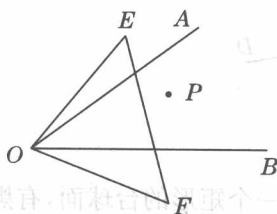
9. 桌面上有 A, B 两球,若要将 B 球射向桌面任意一边,使一次反弹后击中 A 球,则如图所示 8 个点中,可以瞄准的点有_____个.



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图



第 11 题图

10. 在锐角 $\angle AOB$ 内部有一点 P ,点 P 关于 OA, OB 的对称点分别为 E, F ,

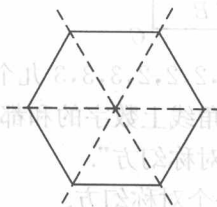
(1) $\triangle EOF$ 一定是_____三角形;

(2) 若 $\angle AOB=30^\circ$,则 $\triangle EOF$ 是_____三角形;

(3) 若 $\angle AOB=45^\circ$,则 $\triangle EOF$ 是_____三角形.

11. 已知 $AB=AC=5, BC=3$,沿 BD 所在的直线折叠,使 C 落在 AB 上的 E 点,则 $\triangle AED$ 的周长为_____.

12. 如图(1),将一张正六边形纸沿虚线对折折 3 次,得到一个多层的 60° 角形纸,用剪刀在折叠好的纸上随意剪出一条线,如图(2).



(1)



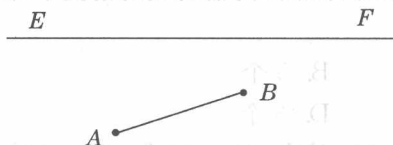
(2)

- (1) 这个图形至少有_____条对称轴；
 (2) 如果想得到一个含有 5 条对称轴的图形，可取_____的纸，折叠成_____°角形纸.

★ 解答题

____月____日 星期____

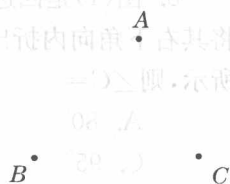
13. 如图，线段 AB 与直线 EF 不相交，在直线上求作一点 C ，使 $\triangle ABC$ 周长最短.



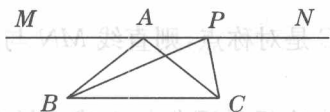
14. 如图， A, B, C 三点不在同一条直线上，利用轴对称的性质画图：

- (1) 直线 d ，使 A, B 两点关于直线 d 对称；
 (2) 直线 e ，使 A, C 两点关于直线 e 对称；
 (3) 直线 f ，使 B, C 两点关于直线 f 对称.

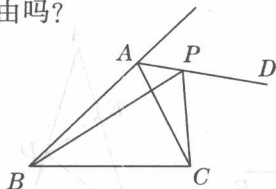
观察直线 d, e, f ，你发现了什么？



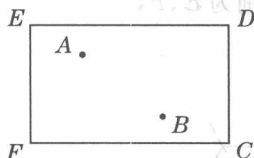
15. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，过点 A 的直线 $MN \parallel BC$ ，点 P 是 MN 上的任意点，试说明 $PB+PC \geq 2AB$.



16. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，点 P 在射线 AD 上，你能说明 $PB+PC \geq AB+AC$ 的理由吗？



17. 如图， $CDEF$ 是一个矩形的台球面，有黑白两球分别位于点 A, B 两点，试问怎样撞击黑球 A ，使 A 先碰到台边 EF 反弹后再击中白球 B ？你还有其它方法使 A 碰到台边反弹后再击中白球 B 吗？



18. 将 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3 九个数字分别填入一个 3×3 的方格，使之成一个三阶幻方（各行、各列和各条对角线上数字的和都相等）。若将幻方沿某条对称轴对折，对称位置的数字相同，则称这个幻方为“对称幻方”。

(1) 试作出一个对称幻方。

(2) 这样的幻方能否同时有两条对称轴？试一试，如果能，请给出一个例子；如果不能，请作出简要说明。

专题二 等腰三角形

知 识 要 点

线段是轴对称图形,线段的垂直平分线是它的对称轴.线段的垂直平分线上的点到线段两端的距离相等.到线段两端距离相等的点,在这条线段的垂直平分线上.

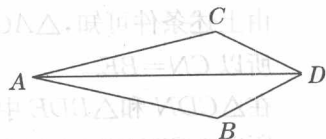
角是轴对称图形,对称轴是角平分线所在的直线.角平分线上的点到角的两边距离相等.到角的两边距离相等的点,在这个角的平分线上.

等腰三角形是轴对称图形,顶角平分线所在直线是它的对称轴.等腰三角形的两个底角相等(简称“等边对等角”).等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合(简称“三线合一”).如果一个三角形有两个角相等,那么这两个角所对的边也相等(简称“等角对等边”).

三边相等的三角形叫做等边三角形或正三角形.等边三角形是轴对称图形,并且有3条对称轴.等边三角形的每个角都等于 60° .

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

典型题一 如图, AD 平分 $\angle BAC$, $AB=AC$. 四边形 $ABDC$ 是轴对称图形吗? 如果是,请说出它的对称轴,如果不是,请说明理由.



思路点拨 观察图形,可猜测直线 AD 为对称轴,说明点 C 和点 B 关于 AD 对称.

详细解答 四边形 $ABDC$ 是轴对称图形,对称轴是直线 AD .

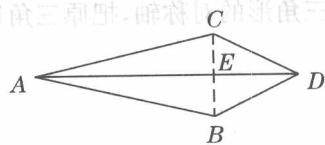
连接 BC 交 AD 于 E ,

因为 $AB=AC$,且 AD 平分 $\angle BAC$,

所以 $\triangle ABC$ 是等腰三角形,且 AD 垂直平分 BC ,

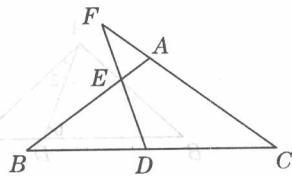
即点 C 和点 B 关于 AD 对称,

所以四边形 $ABDC$ 是轴对称图形,对称轴是直线 AD .



题后反思 先猜测,再去说明理由是解决开放型题常用的方法,因此对已知条件的正确的联想很重要.

典型题二 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,点 D 、 E 分别在 BC 、 AB 上,且 $BD=BE$,连接 DE 并延长,交 CA 延长线于点 F ,若 $DC=DF$,求 $\angle B$ 的度数.



思路点拨 图中相等的线段均都在同一三角形中,因此考虑利用“等边对等角”的性质解决问题.

详细解答 设 $\angle B=x^\circ$,

因为 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,所以 $\angle C=\angle B=x^\circ$.

又因为 $\triangle CDF$ 中, $DC=DF$,所以 $\angle F=\angle C=x^\circ$.

因为 $\angle BDE$ 是 $\triangle CDF$ 的一个外角,

所以 $\angle BDE=\angle F+\angle C=2x^\circ$.

又因为 $\triangle BDE$ 中, $BD=BE$,

所以 $\angle BED = \angle BDE = 2x^\circ$.

因为 $\triangle BDE$ 中, $\angle B + \angle BED + \angle BDE = 180^\circ$,

所以 $x^\circ + 2x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$,

所以 $x^\circ = 36^\circ$, 即 $\angle B = 36^\circ$.

题后反思 通过已知条件, 我们发现图中的一些角之间存在着一定的数量关系, 因此用列方程的方法解决此类问题.

典型题三 如图, 等腰直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, D 为 BC 的中点, $CE \perp AD$, 垂足为 F , 试说明 $\angle CDF = \angle BDE$.

思路点拨 由条件 $CD = BD$ 和需说明的结论 $\angle CDF = \angle BDE$, 考虑利用三角形全等, 又由 $\angle B = 45^\circ$, 考虑作等腰直角三角形的底边上的高, 构造含有 45° 角的三角形.

详细解答 作 $CM \perp AB$, 垂足为 M , 交 AD 于点 N ,

因为 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$,

所以 $\angle ACM = \angle BCM = \angle B = 45^\circ$.

因为 $CE \perp AD$, $\angle ACB = 90^\circ$,

所以 $\angle BCE + \angle ADC = 90^\circ$, $\angle CAD + \angle ADC = 90^\circ$,

所以 $\angle BCE = \angle CAD$.

由上述条件可知, $\triangle ACN \cong \triangle CBE$,

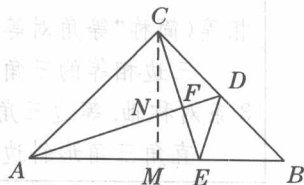
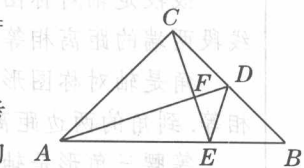
所以 $CN = BE$.

在 $\triangle CDN$ 和 $\triangle BDE$ 中, $CN = BE$, $\angle NCD = \angle B = 45^\circ$, $CD = BD$,

所以 $\triangle CDN \cong \triangle BDE$,

所以 $\angle CDF = \angle BDE$.

题后反思 等腰三角形是轴对称图形, 利用它的对称轴解题是常用的方法, 尤其是等腰直角三角形的对称轴, 把原三角形分割为两个等腰直角三角形, 可以与全等、相似等知识相联系.



选择题

___月___日 星期___

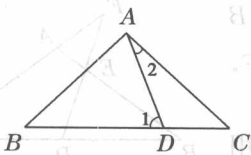
1. 如图, D 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上一点, $AB = AC = BD$, 则 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的关系是 ()

A. $\angle 1 = 2\angle 2$

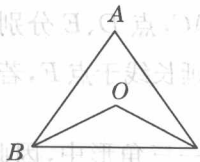
B. $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

C. $180^\circ - \angle 1 = 3\angle 2$

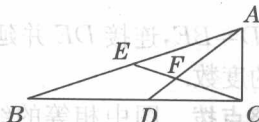
D. $180^\circ + \angle 2 = 3\angle 1$



第1题图



第2题图



第3题图

2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle OBC = \angle OCA$, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()

A. 140°

B. 110°

C. 125°

D. 115°

3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 在 BC 上, E 为 AB 的中点, AD 、 CE 相交于 F , 且 $AD = DB$. 若 $\angle B = 20^\circ$, 则 $\angle DFE$ 等于 ()

A. 40°

B. 50°

C. 60°

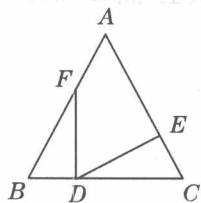
D. 70°

4. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BF=CD$, $BD=CE$, $\angle FDE=\alpha$,则下列结论正确的是

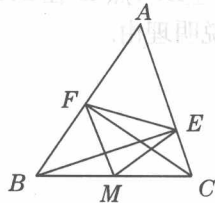
- ()
A. $2\alpha + \angle A = 180^\circ$ B. $\alpha + \angle A = 90^\circ$ C. $2\alpha + \angle A = 90^\circ$ D. $\alpha + \angle A = 180^\circ$

5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $CF \perp AB$ 于 F , $BE \perp AC$ 于 E , M 为 BC 的中点, $EF=5$, $BC=8$,则 $\triangle EFM$ 的周长是

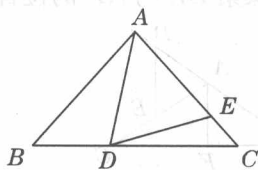
- ()
A. 21 B. 18 C. 13 D. 15



第4题图



第5题图



第6题图

6. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAD=30^\circ$, $AD=AE$,则 $\angle EDC$ 的度数为

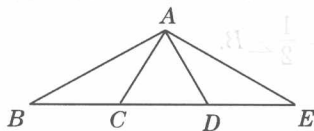
- ()
A. 7.5° B. 10° C. 12.5° D. 15°

★ B 填空题

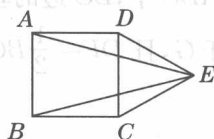
___月___日星期___

7. 等腰三角形底边上的高是底边的一半,则它的顶角为_____°.

8. 如图,若 $AC=CD=DA=CB=DE$,则图中共有_____个等腰三角形.



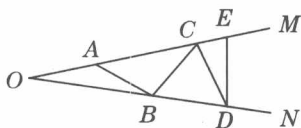
第8题图



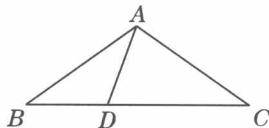
第9题图

9. 如图,以正方形 $ABCD$ 的一边 CD 为边向外作等边三角形 CDE ,则 $\angle AEB=$ _____°.

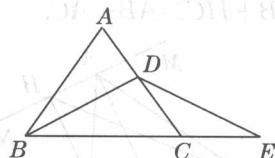
10. 如图,在 $\angle MON$ 的两边上顺次取点 A, B, C, D, E ,使 $DE=CD=BC=AB=OA$,若 $\angle MON=22^\circ$,则 $\angle NDE=$ _____°.



第10题图



第11题图



第12题图

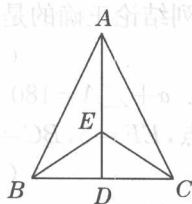
11. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,点 D 在 BC 上,且 $AD=BD$, $\angle ADC=70^\circ$,则 $\angle BAC$

$=$ _____°.
12. 如图, D 是等边 $\triangle ABC$ 的 AC 边上的中点, E 在 BC 的延长线上, $DE=DB$, $\triangle ABC$ 的周长是 9 cm ,则 $\angle E=$ _____°, $CE=$ _____ cm .

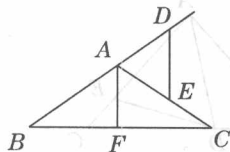
★ C 解答题

___月___日星期___

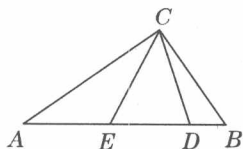
13. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 是 BC 的中点,点 E 在 AD 上,用轴对称的性质说明 $BE=CE$.



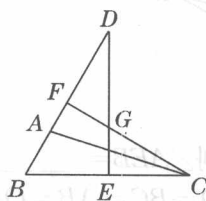
14. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AF \perp BC$,点 D 在 BA 的延长线上,点 E 在 AC 上,且 $AD=AE$,试探索 DE 与 AF 的位置关系,并说明理由.



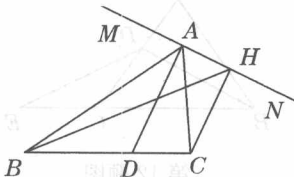
15. 如图,在直角三角形 ABC 的斜边 AB 上取两点 D 、 E ,使 $AD=AC$, $BE=BC$.
 (1) 若 $\angle B=60^\circ$,求 $\angle DCE$ 的度数;
 (2) 若 $\angle B=70^\circ$,求 $\angle DCE$ 的度数;
 (3) 当 $\angle B$ 的度数变化时, $\angle DCE$ 如何变化? 说明你的理由.



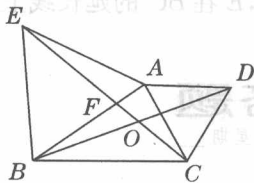
16. 如图, $\triangle ABC$ 中, BC 边的垂直平分线 ED 交 BC 于 E 、交 BA 延长线于 D ,过 C 作 $CF \perp BD$ 于 F ,交 DE 于 G ,且 $DF=\frac{1}{2}BC$,试说明 $\angle FCB=\frac{1}{2}\angle B$.



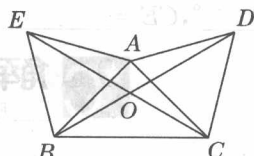
17. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,过点 A 的直线 $MN \perp AD$, $CH \perp MN$,垂足为 H ,试说明 $HB+HC > AB+AC$.



18. 如图, $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 都是等边三角形, BD 与 CE 相交于点 O .
 (1) $EC=BD$ 吗? 为什么? 若 BD 与 CE 交于点 O ,你能求出 $\angle BOC$ 的度数吗?
 (2) 如果使整个图形是轴对称图形, $\triangle ABC$ 要满足什么条件? 此时, $\angle BOC$ 的度数是多少?



(1)



(2)

专题三 等腰梯形

知识要点

梯形中,平行的一组对边称为底,不平行的一组对边称为腰.两腰相等的梯形叫做等腰梯形.

等腰梯形是轴对称图形,过两底中点的直线是它的对称轴.等腰梯形在同一底上的两个角相等.等腰梯形的对角线相等.

在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形.

典题一 如图,梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 为 AD 的中点, $BE = EC$, 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形吗? 说明理由.

思路点拨 由题意可知, $\triangle BEC$ 是等腰三角形, 考虑利用等腰三角形的轴对称性解决问题.

详细解答 取 BC 的中点 F , 连接 EF ,

因为 $BE = EC$,

所以 $EF \perp BC$, EF 平分 BC .

又因为 $AD \parallel BC$, E 为 AD 的中点,

所以 $EF \perp AD$, EF 平分 AD ,

所以点 A 和点 D , 点 B 和点 C 关于直线 EF 对称,

所以线段 AB 、 DC 关于直线 EF 对称,

所以 $AB = DC$.

因为梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

所以梯形 $ABCD$ 是等腰梯形.

题后反思 等腰梯形和等腰三角形都是轴对称图形, 而且等腰梯形的很多问题都是借助等腰三角形的知识解决的, 因此需注意两者之间的联系.

典题二 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, $\angle DBC = 45^\circ$. 翻折梯形 $ABCD$, 使点 B 重合于点 D , 折痕分别交 AB 、 BC 于点 F 、 E , 若 $AD = 2$, $BC = 8$, 求 BE 的长.

思路点拨 利用翻折和等腰梯形的轴对称性解决问题.

详细解答 作 $AG \perp BC$, 垂足为 G ,

因为翻折梯形 $ABCD$, 使点 B 重合于点 D ,

所以 $\angle BDE = \angle DBE = 45^\circ$,

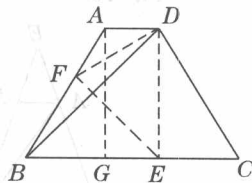
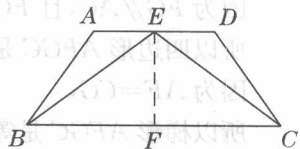
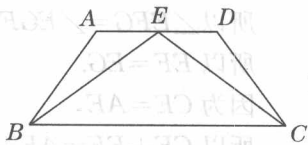
所以 $\angle DEB = 180^\circ - \angle BDE - \angle DBE = 90^\circ$, 即 $DE \perp BC$.

等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AG \perp BC$, $DE \perp BC$,

根据等腰梯形的轴对称性, 有 $EC = \frac{1}{2}(BC - AD) = 3$,

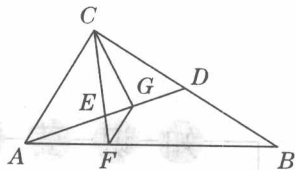
所以 $BE = BC - EC = 5$.

题后反思 过等腰梯形上底的两个端点作等腰梯形的两条高, 利用轴对称性或全等三角形



的知识可知,左右两个直角三角形全等.

✓**典型题三** 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC \perp BC$, D 为 BC 上一点, E 为 AD 的中点,延长 CE 交 AB 于点 F , $FG \parallel AC$,连接 CG .试说明四边形 $AFGC$ 是等腰梯形.



思路点拨 易知四边形 $AFGC$ 是梯形,只需说明 $AF=CG$ 即可.

详细解答 因为 $AC \perp BC$, E 为 AD 的中点,

所以 $CE = \frac{1}{2}AD = AE$,

所以 $\angle ECA = \angle EAC$.

因为 $FG \parallel AC$,

所以 $\angle ECA = \angle EFG$, $\angle EAC = \angle EGF$,

所以 $\angle EFG = \angle EGF$,

所以 $EF = EG$.

因为 $CE = AE$,

所以 $CE + EF = AE + EG$,即 $CF = AG$.

又因为 $\angle ECA = \angle EAC$, $AC = CA$,

所以 $\triangle ACF \cong \triangle CAG$,

所以 $AF = CG$.

因为 $FG \parallel AC$,且 $FG \neq AC$,

所以四边形 $AFGC$ 是梯形.

因为 $AF = CG$,

所以梯形 $AFGC$ 是等腰梯形.

题后反思 要说明一个四边形是等腰梯形,先说明它是梯形,再说明它是等腰梯形.

★ 选择题

___月___日 星期___

1. 有两个角相等的梯形是

A. 等腰梯形

B. 直角梯形

C. 等腰梯形或直角梯形

D. 一般梯形

2. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,则 $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D$ 的值可能是

A. $2 : 1 : 1 : 2$

B. $2 : 1 : 2 : 1$

C. $2 : 2 : 1 : 1$

D. $1 : 2 : 1 : 2$

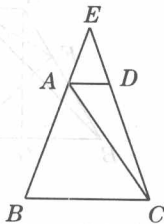
3. 如图,在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, $BC = CD$, E 为两腰延长线的交点, $\angle E = 40^\circ$,则 $\angle ACD$ 的度数为

A. 10°

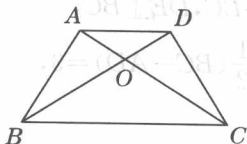
B. 15°

C. 25°

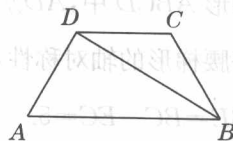
D. 30°



第3题图



第4题图



第6题图

4. 如图,在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, AC 、 BD 相交于点 O ,则图中全等三角形共有 ()

- A. 1对 B. 2对 C. 3对 D. 4对

5. 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD=BC$, $\angle A=60^\circ$, $AB=9$, $CD=5$, BC 的长是 ()

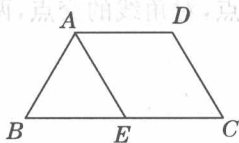
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

6. 如图,梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle BAD=60^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$,若梯形 $ABCD$ 周长为 40,则 CD 的长为 ()

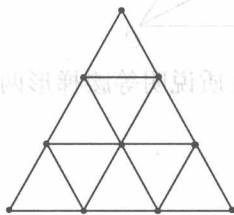
- A. 4 B. 5 C. 8 D. 10

★ B 填空题

7. 如图,等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel CB$, $AE \parallel CD$, $AB=AD=CD=8$ cm, $\angle C=60^\circ$,则梯形 $ABCD$ 的周长为 _____ cm.



第 7 题图



第 8 题图

8. 图中有 _____ 个等腰梯形.(图中三角形均为等边三角形)

9. 等腰梯形的腰为 12 cm,上底长为 15 cm,上底与腰的夹角为 120° ,那么这个梯形的下底为 _____ cm.

10. 等腰梯形有一个角为 45° ,两底之和为 10 cm,两底之差为 4 cm,则等腰梯形的面积为 _____ cm^2 .

11. 等腰梯形的一条对角线平分一个锐角底角,若此梯形周长为 10 cm,下底长为 4 cm,则上底长为 _____ cm,腰长为 _____ cm.

12. 等腰梯形的两条对角线分别垂直于两腰,一底边等于腰,则梯形上底 : 下底 = _____.

★ C 解答题

13. 如图,在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=CD$,点 P 为 BC 边上一点, $PE \perp AB$, $PF \perp CD$, $BG \perp CD$,垂足分别为 E 、 F 、 G . 试判断 PE 、 PF 、 BG 之间的数量关系,并说明理由.

