

数学教育学概论

陈建华 主 编

SHUXUE JIAOYUXUE
GAILUN

中国矿业大学出版社

高等学校教学用书

数学教育学概论

主 编 陈建华
副主编 张有德
苏炳松

中国矿业大学出版社

(苏)新登字第010号

责任编辑 何其华

数 学 教 育 学 概 论

陈建华 主编

中国矿业大学出版社出版

中国矿业大学印刷厂印刷

开本787×1092毫米1/32 印张:11.375: 字数243千字

1991年12月第一版

1991年12月第一次印刷

印数: 1-5000册

ISBN 7-81021-679-1

G·121 定价: 4.65元

序

近年来，随着改革开放，我国数学教育事业呈现一片欣欣向荣、蓬勃发展的景象，研究工作队伍迅速壮大，文献书籍纷纷出版。摆在读者面前的这本书就是其中的一本。

我有幸浏览了本书的书稿，感到它的许多特点给我留下了深刻的印象。以下所列，尤为显著：

1. 既注意了继承，又注意了发展。建国以来的几十年间，我国众多的数学教育工作者勤勤恳恳兢兢业业，在工作中累积了丰富的经验，获得了丰硕的成果。这些成果虽然由于各种原因而有一定的局限性，但它是在我国土地上生长的花朵，是极为珍贵的。本书十分注意从以往的成果中撷取精华，同时又努力于用现代国际上的新成就来弥补它的不足。我觉得这种态度和努力，是十分可贵的。

2. 既注意介绍各家学说，又坚持正确的指导思想。重视发展教育以提高公民素质和培养优秀人才，这是当前世界的一种潮流，也是国际竞争所必然导至的趋势。数学教育，以其独具的特性，在提高素质、培养人才方面能起到突出的作用，所以各发达国家对数学教育的研究都十分重视，以致众说纷呈，互相争艳。本书不但重视介绍各家学说，旁征博引，兼容并包，对此作了明显的努力，而且它同时强调，必须坚持辩证唯物论主义，对于各种学说，“必须以马克思主义观点，去其糟粕，取其精华，……采取‘洋为中用’的态

度，不应全套照搬”。我想这是我们治学、研究所应遵循的正确方针。

3. 既重视阐述理论，又着力于联系我国的实际。如果说，数学研究有着明显的国际共性，那么，教育（包括数学教育）是有着突出的民族特性的，其成败优劣，同国家的政治、经济要求、历史背景、文化传统，以至于风俗习惯，都息息相关。因此进行数学教育研究，固应重视国外的经验，但尤其重要的是脚踏实地，联系我国的实际，既以它为出发点，又以它为归宿。这样，工作才会有生命力。我觉得本书对此是给予了充分重视的。

蒙主编要我作序，于是写了以上的一些话，用以对作者的辛劳表示敬意，对本书的出版表示祝贺。

陈 昌 平

1991年12月
于华东师范大学

前 言

《数学教育学概论》是由苏、皖、冀三省九所高等师范院校教材协作组编写的一本教学用书。本书是按照高师院校数学教育专业《中学数学教材教法》课程大纲的基本要求，同时吸收了近年来国内外数学教育研究成果和数学教学改革的成功经验编写的。和同类书相比，增加了数学学习过程的内容，系统地介绍了数理逻辑知识，在数学基础知识教学一章中还强调了对学生心理活动的分析等。本书提供了数学教育的基本原理和一般方法，具有自身的特色。它可以作为高师院校数学教育专业本（专）科《中学数学教材教法》课程的教材和中学数学教师、教研人员的教学研究参考用书。

本书主编是陈建华副教授，副主编是张有德、苏炳松讲师，编委是（按姓氏笔划为序）张有德、李伯春、吴秉国、陈建华、苏炳松、何寅基、张德祥、杨广健、高福兴、薛谟萃。在编写期间，华东师范大学陈昌平教授对本书提出了宝贵意见，并在百忙中为本书作序，在此谨致以衷心的感谢。同时感谢淮北煤炭师范学院数学系和徐州师范学院数学系领导对编写本书工作的支持。

由于水平有限，不当之处，恳请批评指正。

编 者

1991年12月

目 录

第一章 绪 论	(1)
§ 1.1 中学数学教育学的内容和意义	(1)
§ 1.2 我国数学教育发展概况和数学教育现 代化运动简介	(7)
第二章 中学数学教学的目的和教学内容	(25)
§ 2.1 确定中学数学教学目的的依据	(25)
§ 2.2 中学数学教学的目的	(28)
§ 2.3 中学数学教学的内容	(33)
第三章 数学教学原则和教学方法	(42)
§ 3.1 数学教学原则	(42)
§ 3.2 数学教学方法	(53)
第四章 数学学习过程	(79)
§ 4.1 数学思维	(79)
§ 4.2 数学学习的一般理论	(93)
§ 4.3 数学学习中的非认知因素	(117)
第五章 中学数学基础知识的教学	(136)
§ 5.1 数学概念及其教学	(137)
§ 5.2 数学命题及其教学	(162)
§ 5.3 数学推理、证明及其教学	(188)
第六章 中学数学基本能力的培养	(224)

§ 6.1	运算能力的培养·····	(226)
§ 6.2	空间想象能力的培养·····	(240)
§ 6.3	逻辑思维能力的培养·····	(254)
§ 6.4	分析和实际问题能力的培养·····	(264)
第七章	中学数学教学工作 ·····	(285)
§ 7.1	数学教学的准备工作·····	(285)
§ 7.2	课堂数学工作·····	(302)
§ 7.3	课后的系列工作·····	(316)
第八章	数学教师与教学研究 ·····	(325)
§ 8.1	数学教学的素质·····	(325)
§ 8.2	教学研究·····	(332)
附录	·····	(341)

第一章 绪 论

本章将扼要论述中学数学教育学的对象、内容及其学习该学科的意义，明确地指出它对中学数学教学的指导性作用。同时本章还对我国数学教育发展概况和数学教育现代化运动作出简单介绍。

§ 1 中学数学教育学的内容和意义

一、数学教育学研究的内容

中学数学教育学（简称数学教育学）是研究中学教育系统中数学教学的目的、内容，数学教学的规律、方式、方法和手段，以及学生的学习规律的一门科学。

然而作为学科的数学教育学和作为科学的数学教育学又是有区别的，所以本书作为高等师范院校数学系的教科书，它具有自身的内容和特点。

中学数学教育学的对象是中学数学教学。因此，它必须研究中学数学教学中的教学过程、学生的学习过程及教材，当然还要涉及到其它直接相关的内容。我们可以把数学教育学的对象分解成下列几个方面去研究：

教学目的（为什么教？）；

教学对象（教谁？）；

教学内容（教什么？）；

学法（如何学？）；

教法（如何教？）；

学习效果（学得如何？）。

从我们党和国家规定的中等学校教学和教育的总目的出发，从数学科学特点及它在现代科学、技术和生产中的地位 and 作用出发，根据中学生个性心理特点的发展，首先必须确定中学数学教学的目的和任务。其次，依据目的和任务，便可确定教材内容，并且可依据教材内容和学生思维活动水平制定出适宜的教法。学生学习效果的优劣，直接影响下一步教师的教学和学生的学习，因此对学生学习质量的测试与评估亦不可忽视。

二、数学教育学的特点

数学教育学的内容十分丰富，极为广泛。因而它也具有一些自身的特点。

首先，数学教育学是一门边缘性学科。它处于数学、教育学、逻辑学和心理学等学科的“交界”处。在数学教学过程和科学研究中，它针对自身研究的对象和需要解决的问题，综合运用相邻学科的有关原理和方法，总结出数学教学，数学学习的具体规律，从而归纳创造出数学教育学的理论体系。那种认为数学教育学仅是教育学添加上一些数学实例的观点是片面的。历史上，作为分科教育学之一的数学教育学是教育学产生和发展的原始推动力之一。

其次，数学教育学是一门实践性很强的理论学科。数学教育学是人们把教学过程、学习过程作为认识过程来深刻分析的成果。这种认识过程旨在寻求中学生学习数学知识，发

展数学思维的规律以及数学教学过程的特点和规律。“从生动的直观到抽象的思维，并从抽象的思维到实践，这就是认识真理，认识客观实在的辩证的途径”（列宁语）。显然，数学教育学的理论知识，是由中学数学教学实践的需要而产生发展得来的。这种理论的意义在于指导教学实践，运用数学教学的基本原理总结出在教学实践中具体可行的教学方式、方法和手段，并受教学实践的检验。

再次，数学教育学是一门发展中的理论学科。由于社会的不断发展，社会对基础教育不断提出新的要求，数学教学的目的、内容及教学方法也需不断改进。事实上，数学教育学这门学科的内容也在不断地充实和改进。时代的进步，数学教育学科的新成果和教学经验的积累，使得数学教育学的理论更加完善，内容更加丰富。但却不可能有一个始终不变的尽善尽美的模式，有时甚至要有根本性的变革。因此，那种认为“数学教育学不能成为一门科学”的观点是不正确的。同样，对数学教育学持教条主义观点也是不正确的。

当前，由于中学数学内容正面临一个根本性的变革，九年义务教育已作为公民教育逐步得以实施，教育理论也正处于彻底更新的时期，与大生产、大科学相适应的现代教育观，即大教育观正在逐步代替与小生产、小科学相适应的传统教育观，即小教育观。因此，符合我国国情，具有中国特色的数学教育学理论体系正处于初步创立阶段。无疑这也是数学教育工作者的重要研究课题。

三、数学教育学的重要意义

数学教育学的内容和特点如上所述。可见，它所涉及的绝不是所谓一招一式的教学技巧，而是关系到如何提高中学

数学教学质量，培养现代化建设所需要的人才的重大研究课题。但是无论在历史上或在当前的中学数学教育领域中，人们对它的重要意义还缺乏认识，甚至在高等师范院校中，它还未受到应有的重视。以至在新教师中，忽视数学教育学的现象，屡见不鲜。在中学数学教学的实践中，往往由于忽视教学规律，教学方法不当，造成学生对学习数学不感兴趣，学习负担过重，教学质量差，束缚学生智力发展，造成“高分低能”，“两极分化”现象。因此要改变这种不良偏向，就有必要对数学教育学的意义作进一步的探讨。

1. 科学的数学教学过程是数学教育学的基本原理的具体表现

任何工作要取得好的效果都要顺乎其有关规律，讲究工作方法和艺术。而且工作过程越复杂，就越要有反映客观规律的理论指导和行之有效的工作方法。

数学教学过程是在一定的社会、学校环境内，在一定的教育方针和政策指导下，在一定的教育工作中进行的。数学教学工作质量的好坏又直接受到教材、学生、教师、教法、学法等因素的影响，可见数学教学工作过程是一种多层次、多因素的比较复杂的工作过程。因而特别需要数学教育学的基本原理作指导，并讲究工作方法和艺术才能保证教学质量。

数学教学过程的复杂性、艰巨性还表现在以下诸方面：

(1) 数学教学工作计划性强，要求完成计划的时间概念明确，在一般情况下，提前、推迟、加班加点都是不允许的。

(2) 数学科学内容丰富 在现代社会中，它的应用日

益广泛。同时，由于数学思想方法丰富全面，并要求高度抽象、严谨的逻辑思维，使得数学学习和研究对于培养和发展人的智力的作用十分突出。因此，中学数学教学工作在中学教育系统中处在一个相当重要的地位，人们对它的要求越来越高。

（3）广大中学生中数学基础知识、能力发展水平存在着地区、学校、班级、个体之间的差异，还有各类学生学习态度、方法、习惯上的不同，给按统一教学大纲进行的班级教学也带来复杂性和艰巨性。

（4）我国幅员广大，人口多、底子薄，全国实行义务教育，这也给数学教学工作提出了更高的要求，增加了数学教学工作的复杂性和艰巨性。

要完成如此复杂艰巨的数学教学工作任务，就必须用数学教育学的基本原理去指导其工作过程，把教学过程变成教研过程，不断总结经验，求实创新，从而使数学教学工作跟上时代的步伐，逐步提高教学质量。

2. 数学教育学对新教师具有特殊的意义

对未来的数学教师或者新教师来说，学习和研究数学教育学更有它特殊的重要意义。

（1）我国的现代化建设对中学教育和数学教育提出了新的任务。为了完成新的任务，中学数学教育思想、教育理论和教材教法都在不断地变化。对此，即使是有经验的数学教师也必须不断学习和研究，才能适应变化的新形势，更何况是新从事数学教育的教师呢？

对新数学教师来说，他们虽曾学过中学数学教材中的基础知识，但是他们作为数学教师去研究中学数学教材却做的

很少，有的甚至认为中学数学内容浅显，对教材是“经过教学法加工的”认识不足。所以，为了提高教育质量，新教师必须学习和研究数学教育学的基本原理，以求对中学数学教材有正确的、深刻的理解，更有效地结合学生情况使用课本。

(2) 数学教学工作是多层次、多因素的工作。在教学过程中不仅要考虑教师本身的教学活动和思维活动，还要考虑到学生的学习情况和教学环境、教学条件等因素。如此众多的因素，使得教师的教学活动本身变成一种十分复杂的艺术活动。在教学的全过程中，数学教师的声言抑扬顿挫，动作的举手投足，都会给教学工作带来不同的效果。可以说，只有掌握数学教学艺术的教师，才能在数学教学中立于不败之地。

总之，一个新教师要想胜任如此复杂的、高度艺术的数学教学工作，成为一个合格的数学教师，不仅要努力学习数学专业知识，提高数学能力，还必须学习和研究数学教育学，提高教学能力和理论水平。

3. 数学教育学的现实意义

数学教育学是一门发展中的理论学科。在当前改革的大潮中，数学教育学在理论和实践方面均面临着许多需要研究解决的重大课题。

目前，我国中学数学教学与四化建设的需要很不相称，教学质量和水平很不理想，数学教学存在很多问题。诸如数学能力培养问题，中学数学教学内容和体系的改革等等。要解决这些问题，关键在于教师必须具备数学教育学的基本理论知识及先进有效的教学经验，自觉地按照数学教学规律办事。所以，在这方面数学教育学又有它的现实意义。

综上所述，数学教育学在高等师范院校数学专业教学计划中，作为一门必修课程来设置是完全必要的。它将在培养我国现代化建设所需要的合格的中学数学教师，加速发展我国数学教育的伟大事业中起到积极作用。

§ 2 我国数学教育发展概况和

数学教育现代化运动简介

一、我国数学教育发展概况

1. 中国古代数学教育时期

中国是世界上文明发达最早的国家之一，它具有五千年的文明史。数学是这灿烂文化的一部分，据史书记载和考古资料知，至少在距今五千年左右，我们的祖先即有了记数思想和几何观念。从那时起，有关数学的知识可以说就代代相传并逐步发展。不过那时的数学教育还没有从生产和生活中分离出来。

据《周礼》记载，周代学校的教学科目是“六艺”，即礼、乐、射、御、书、数。这“六艺”中的“数”，指的就是数学。这说明至少在我国周代，古代的数学教育已从生产和生活中分离出来了，数学已成为当时初型学校的必读学科之一。除官学外，民间私家数学教育的传授，也是我国古代数学教育的重要组成部分。

隋朝统一中国后，在全国颁行了科举考试制度。隋炀帝在位时（605年—618年），就实行了用考试的方法，“始建进士科”，这是我国科举制度的开始。在数学教育方面，首次在国子监（相当于国立大学）内，设“算学科”（相当于

数学专业)。

到唐太宗时，科举考试已固定下来。贞观二年（628年），“大收天下儒士……，其书算各置博士、学生、以备众艺”。由数学教育家李淳风（602年至670年）等人审查并注释的《算经十书》，唐高宗令国学行用。这在我国数学教育史上，首次由最高统治者将著名的《算经十书》颁行为数学教科书。在国子监内的算学科，在学生入学条件，招生办法，数学科目的确定，教科书体系的形成，分班教学组织形式，数学专业的学制、考试的方法和毕业分配等方面，均制定了一套比较完善的数学教育制度。

北宋时，我国古代数学教育有了新的发展，宋神宗元丰七年（1084年），秘书省刊刻了唐朝李淳风等人选注的算学科的教科书，这是我国也是世界数学教育史上，首次印刷的数学教科书；这一年还颁布了“算学条例”，这是我国由政府颁布的第一部关于数学制度的重要文献。这对我国后世数学和数学教育的发展起了一定的推动作用。在北宋时，国子监算学科的教学和管理较之唐朝也有了新的发展。

宋元时的民间数学教育也很发达，在扬州、杭州、河北、山西等地区，形成了几个数学教育中心。特别值得提出的是，在杭州的数学教育家杨辉为了提高教学质量，编写了许多数学歌谣，十分便于记忆、应用和推广；他还根据自己多年的数学教学经验，写成了我国最早的一份数学教学大纲——“习算纲目”。杨辉的教育思想充分反映在他所提出的这个教学大纲和其它的论述之中。

杨辉主张在数学教育中要贯彻“须责实有”的思想。这种紧密联系实际以发展数学研究和数学教育的思想，正是我

国古代数学优良传统之一。在教学方法上，杨辉主张循序渐进，精讲多练。他主张先熟练运算，再钻研算理。对不同的学习阶段，提出不同的学习要求，让人自习多练。杨辉特别注重引导和启发。他说：“好学君子自动触类而考，何必尽传。”在学习方法上，杨辉提倡熟读精思，融汇贯通。他主张学习要在广博的基础上深入，要着重于消化，反对死记硬背。杨辉还特别重视对计算能力的培养。杨辉治学严谨，对教学一丝不苟。他的先进的教育思想和教学方法，是留给后世的一份珍贵遗产，是值得我们借鉴的。

在元朝时期，我国在已有筹算的基础上，改进了计算工具而发明了珠算，这对数学教育的普及起到了一定的作用。

总之，由于宋、元时期印刷术的完善，数学教材的出版，数学教学大纲的产生，珠算的发明，促进了国子监和民间数学教育的进一步发展，这一阶段可以说是中国古代数学教育的鼎盛阶段。

自明朝到清朝初年，由于封建统治阶级的腐败堕落，严重阻碍了数学和数学教育的发展。那时曾废止了科举考试，搞了“八股取士制”。这样不但没有使数学及其教育向前发展，反而连“天元术”也失传了。在国子监内虽仍设有“算学科”，但一般是学习算术四则运算；在考试内容方面，以朱熹集注的《四书》为主，完全砍去了数学内容，这对数学教育是一个沉重的打击。正如李俨先生描述这个阶段的数学及其教育时所说：“考试制度久已废止，民间算学大师又继起无人，是谓中算沉寂时期。”明末清初时，伴随着西方传教士的来华，西方数学开始传入中国。这时以梅文鼎为首的安徽数学学派在江淮大地上掀起了声势浩大的中国数学和天