黄冈密卷研发中心创新成果

初中

培优新课堂

总主编 周泽刚

八年级数学

辽宁教育出版社

黄冈密卷研发中心创新成果

培优新课堂

新课标通用版

总 策 划：李开胜

总 主 编：周泽刚

副 主 编：杨 光

本册编写：田常龙 陈 浩 吴金龙 汪 燕

数学

八年级

辽宁教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

培优新课堂. 八年级数学/周泽刚主编;田常龙等编写. —沈阳:辽宁教育出版社,2008.7
ISBN 978-7-5382-8159-0

Ⅰ. 培…　Ⅱ. ①周…　②田…　Ⅲ. 数学课—初中—教学参考资料　Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 106296 号

辽宁教育出版社出版、发行
(沈阳市和平区十一纬路 25 号　邮政编码 110003)
湖北省林业勘察设计院印刷厂印刷

开本:880 毫米×1230 毫米　1/16　字数:264 千字　印张:11.25
印数:1~10000 册
2008 年 7 月第 1 版　2008 年 7 月第 1 次印刷

责任编辑:崔　崇　马　新　责任校对:王　鑫
封面设计:钟贞贞　版式设计:王　恒

ISBN 978-7-5382-8159-0
定价:22.00 元

目录

目录

第1讲 全等图形

知识解读

1. 全等三角形:能够完全重合的两个三角形称为全等三角形.全等符号:"≌",读作"全等于"。
2. 掌握全等三角形的性质:
①全等三角形的对应边相等.
②全等三角形的对应角相等.
3. 三角形的全等变换
(1)平移型变换
把全等三角形中的一个图形沿某直线方向平行移动而与另一个图形重合的变换规律.其基本模式为如图1—1所示:
(2)对折型变换
把全等三角形中的一个图形沿某直线翻折而与另一个图形重合的变换规律.其基本模式为如图1—2所示:


图 1—1

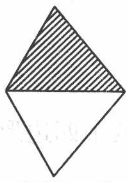


图 1—2

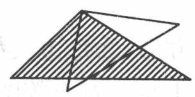
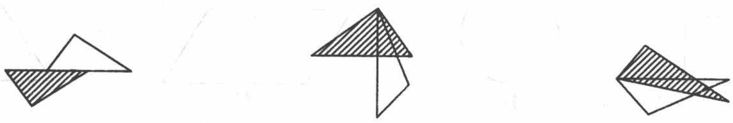


图 1—3

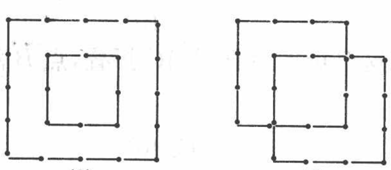
(3)旋转型变换
把全等三角形中的一个图形绕某点旋转而与另一图形重合的变换规律.其基本模式为如图1—3所示:
(4)复合型变换


图(1) 图(2) 图(3)
图 1—4

把全等三角形中的一个图形经过以上两种变换才能与另一个图形重合的变换规律.其基本模式有:(1)平移+对折;(2)平移+旋转;(3)对折+旋转.(如图1—4所示)

培优例题

例1 如图1—5(1),用24根火柴摆成1个"回"字,请你想一想,怎样移动4根火柴,使它变成2个面积相等的正方形?


(1) (2)
图 1—5

提示:让两个正方形部分重叠,这样能尽量减少移动的火柴.移法如图1—5(2).

例2 已知:如图1—6△ABC≌△DEF,指出图中相等的线段与角.

解:相等的线段:$AB=DE$　$AC=DF$　$BC=EF$　$AD=BE$

相等的角:$\angle A=\angle EDF$　$\angle ABC=\angle E$　$\angle C=\angle DOB=\angle COF=\angle F$　$\angle DOC=\angle BOF$

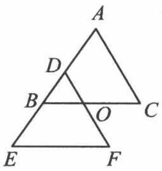


图1—6

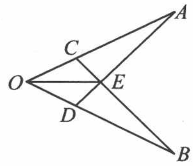


图1—7

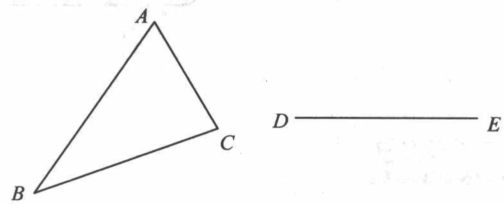


图1—8

例3 已知如图1—7:$OA=OB$,$OC=OD$,指出图中你认为的全等三角形各有几对,分别是哪些三角形.

解:有4对

分别是:△AOE≌△BOE　△COE≌△DOE　△ACE≌△BDE　△AOD≌△BOC

例4 如图1—8所示,△ABC是不等边三角形,$DE=BC$,以D、E为两个顶点画位置不同的三角形,使所画的三角形与△ABC全等,这样的三角形最多可画出(　)

A. 2个　　B. 4个　　C. 6个　　D. 8个

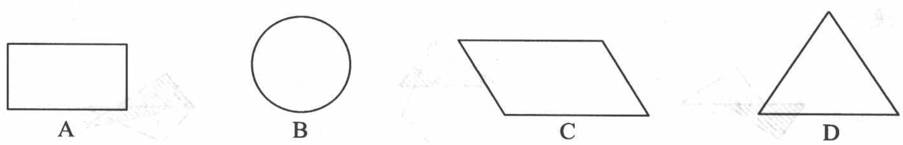
答案:B

基础巩固

1. 下列图形:①两个正方形;②每边长都是1 cm的两个四边形;③每边长都是2 cm的两个三角形;④半径都是1.5 cm的两个圆. 其中是一对全等图形的有(　　)

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

2. 下列四个图形中用两条线段不能分成四个全等图形的是(　　)



3. 如图1—9,将一张长方形纸片沿对角线AC折叠后,点D落在点E处,与BC交于点F,图中全等三角形有(　　)对.(包含△ADC)

A. 1对　　B. 2对　　C. 3对　　D. 4对

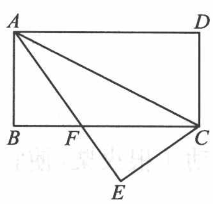


图1—9

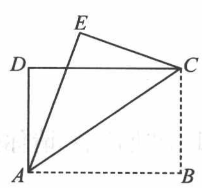


图1—10

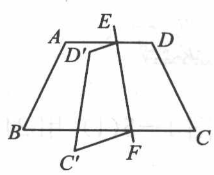


图1—11

4. 如图1—10,四边形$ABCD$是矩形,把这个矩形沿直线AC折叠,点B落在E处,若$\angle DAC=50°$,则$\angle DCE=$(　　).

A. 10°　　B. 15°　　C. 40°　　D. 50°

5. 如图1—11,把等腰梯形$ABCD$的一边DC沿EF折叠后,使点D、C分别落在D'、C'处,若$\angle BFC'=20°$,则$\angle EFB$的度数等于(　　)

A. 50°　　B. 60°　　C. 70°　　D. 80°

6. 将五边形纸片 $ABCDE$ 按如图 1—12 方式折叠，折痕为 AF，点 E、D 分别落在点 E'、D'，已知 $\angle AFC=76°$，则 $\angle AFD'$ 等于(　　)

A. 76°　　B. 14°　　C. 104°　　D. 106°

7. 将矩形 $ABCD$ 沿 AE 折叠，得到如图 1—13 所示的图形，已知 $\angle CED'=60°$，则 $\angle AED$ 的大小是(　　)

A. 60°　　B. 50°　　C. 75°　　D. 55°

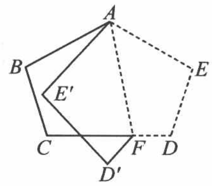


图 1—12

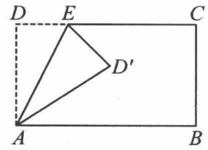


图 1—13

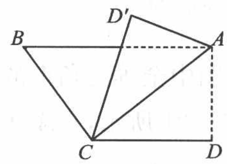


图 1—14

8. 如图 1—14，将直角梯形 $ABCD$ 的一边沿对角线 AC 折叠，D 点刚好落在 $\angle ACB$ 的平分线上，若梯形的一个底角 $\angle B=72°$，则 $\angle ACD$ 的度数为(　　)

A. 54°　　B. 36°　　C. 30°　　D. 45°

9. 把矩形沿 CE 折叠，点 B 落在边 AD 上的 F 处，得到如图 1—15 所示的图形，若 $\angle DFC=30°$，则 $\angle ECF$ 的大小为(　　)

A. 30°　　B. 25°　　C. 20°　　D. 15°

10. 如图 1—16，将一张直角三角形纸片($\angle ACB=90°$)沿线段 CD 折叠使 B 落在 B_1 处，若 $\angle ACB_1=60°$ 则 $\angle ACD$ 的度数为(　　)

A. 30°　　B. 25°　　C. 20°　　D. 15°

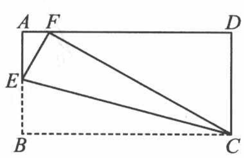


图 1—15

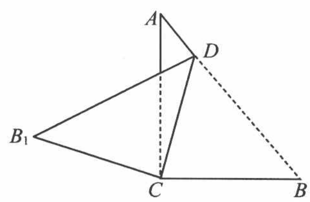


图 1—16

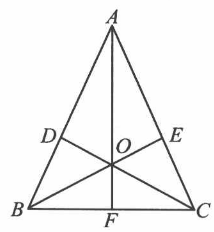


图 1—17

11. 如图 1—17，已知等腰△ABC 中，CD、BE 分别是 AB、AC 边上的高，则图中的全等的三角形共有(　　)

A. 6 对　　B. 7 对　　C. 8 对　　D. 9 对

12. 如图 1—18 是 5×5 的正方形网络，以点 D、E 为两个顶点作位置不同的格点三角形，使所作的格点三角形与△ABC 全等，这样的格点三角形最多可以画出(　　)

A. 2 个　　B. 4 个　　C. 6 个　　D. 8 个

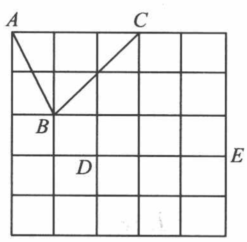


图 1—18

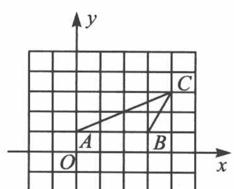


图 1—19

13. (2008·潜江市)如图 1—19，△ABC 中，点 A 的坐标为(0,1)，点 C 的坐标为(4,3)，如果要使△ABD 与△ABC 全等，那么点 D 的坐标是________.

14. 如图 1—20，$\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 分别沿着 AB，AC 边翻折 180° 形成的，若 $\angle BAC=150^\circ$，则 $\angle EFC$ 的度数是(　　)

A. 50°　　B. 60°

C. 70°　　D. 80°

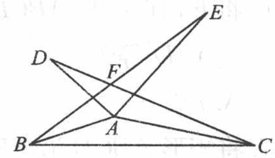


图 1—20

能力展示

15. 指出下列图中全等三角形的对应边和对应角.

(1)如图 1—21 所示，$\triangle ABC \cong \triangle FED$

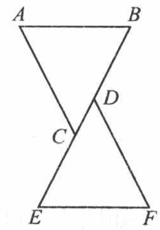


图 1—21

(2)如图 1—22 所示，$\triangle ABD \cong \triangle ACE$

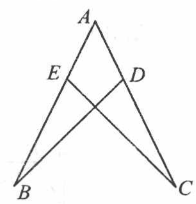


图 1—22

(3)如图 1—23 所示，$\triangle ABD \cong \triangle BAC$

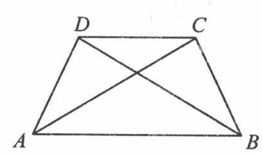


图 1—23

迈向名校

16. 如图 1—24 所示，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$AE=AF$，$AD\perp BC$于D，指出图中你认为的全等三角形各有几对，分别是哪些三角形.

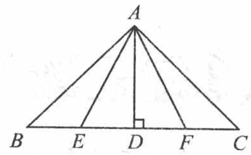


图 1—24

17. 如图 1—25 所示，梯形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，$AB=DC$，P为梯形$ABCD$外一点，PA、PD分别交线段BC于点E、F，且$PA=PD$. 写出图中三对你认为全等的三角形(不再添加辅助线)

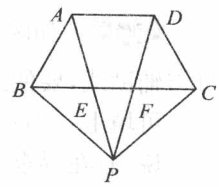


图 1—25

18. 你能把如图 1—26 所示的一个三条边都相等的三角形分成两个全等的图形吗？能分成三个、四个、六个全等的图形吗？怎么分？

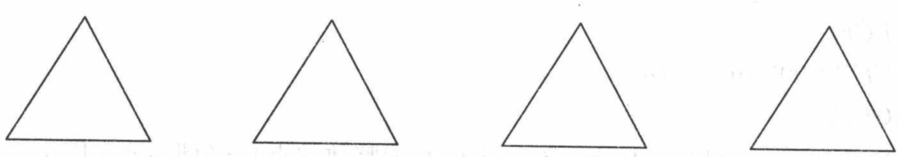


图 1—26

第 2 讲　全等三角形的判定

知识解读

全等三角形的判定定理.

①边边边公理：有三边对应相等的两个三角形全等(SSS).

②角边角公理：有两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等(ASA).

③边角边公理：有两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等(SAS).

④角角边定理：有两个角和其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等(AAS).

⑤斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等(HL).

培优例题

例 1　如图 2—1 所示，已知，在$\triangle ABC$和$\triangle DCB$中，$AC=DB$，若不增加任何字母与辅助线，要使$\triangle ABC\cong\triangle DCB$，则还需增加一个条件是______.

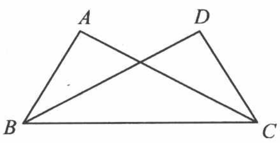


图 2—1

可填上：$AB=DC$，或$\angle ACB=\angle DBC$.

说明：在寻求三角形全等条件时，要注意结合图形，挖掘图形中隐含的公共边、公共角、对顶角、平行线的内错角、中点、中线、角平分线等等.

例 2　如图 2—2 所示，$AB=AC$，要使$\triangle ABE\cong\triangle ACD$，应添加的条件是______(添加一个条件即可).

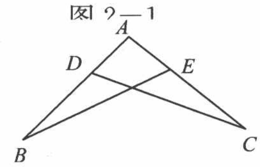


图 2—2

可填上：$\angle B=\angle C$，或$AE=AD$，或$\angle AEB=\angle ADC$等等.

例 3　如图 2—3 所示，将等腰直角三角形ABC的直角顶点置于直线上，且过A、B两点分别作直线的垂线，垂足分别为D、E，请你仔细观察后，在图中找出一对全等三角形，并写出证明它们全等的过程.

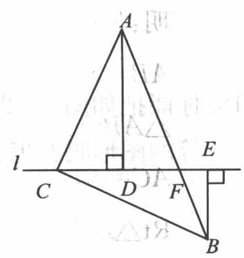


图 2—3

解：$\triangle ACD\cong\triangle CBE$.

证明：由题意知$\angle CAD+\angle ACD=90°$，$\angle ACD+\angle BCE=90°$，

$\therefore\angle CAD=\angle BCE$，

又$\angle ADC=\angle CEB=90°$，$AC=CB$，

$\therefore\triangle ACD\cong\triangle CBE$.

例 4　如图 2—4 所示，$\triangle ABC$是格点(横、纵坐标都为整数的点)三角形，请在图中画出与$\triangle ABC$全等的一个格点三角形.

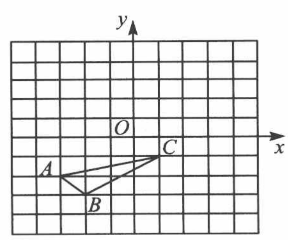


图 2—4

由于该题是一道开放型问题，所以答案不惟一，只画出一个符合题意的三角形即可. 必须满足：一是要与

△ABC 全等，二是所画出的三角形是格点三角形，缺一不可.

例5 如图 2－5 所示，已知△ABC 为等边三角形，D，E，F 分别在边 BC、CA、AB 上，且△DEF 也是等边三角形.

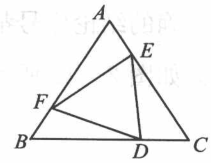


图 2－5

(1)除已知相等的边以外，请你猜想还有哪些相等线段，并证明你的猜想是正确的；

(2)你所证明相等的线段，可以通过怎样的变化相互得到？写出变化过程.

解：(1)图中还有相等的线段是：AE＝BF＝CD，AF＝BD＝CE.

∵△ABC 与△DEF 都是等边三角形，

∴∠A＝∠B＝∠C＝60°，∠EDF＝∠DEF＝∠EFD＝60°，DE＝EF＝FD，

又∵∠CED＋∠AEF＝120°，∠CDE＋∠CED＝120°，

∴∠AEF＝∠CDE，

同理，得∠CDE＝∠BFD，

∴△AEF≌△BFD≌△CDE(AAS)，

∴AE＝BF＝CD，AF＝BD＝CE.

(2)线段 AE、BF、CD 它们绕△ABC 的内心按顺时针(或按逆时针)方向旋转 120°，可互相得到，线段 AF、BD、CE 它们绕△ABC 的内心按顺时针(或按逆时针)方向旋转 120°，可互相得到.

例6 如图 2－6 所示，AB＝AE，BC＝ED，∠B＝∠E，AF⊥CD，F 为垂足. 求证：CF＝DF.

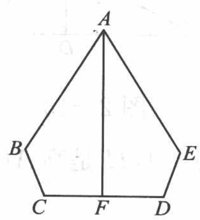


图 2－6

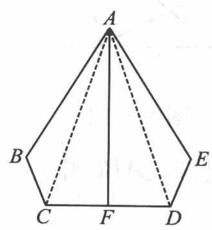


图 2－7

证明：如图 2－7，连接 AD、AC，

∵AB＝AE，∠B＝∠E，BC＝ED，

∴△ABC≌△AED(SAS)

∴AC＝AD，又 AF＝AF，AF⊥CD，

∴Rt△AFC≌Rt△AFD(HL)

∴CF＝DF.

基础巩固

1. 小明不慎将一块三角形的玻璃摔碎成如图 2－8 所示的四块(即图中标有 1、2、3、4 的四块)，你认为将其中的哪一些块带去，就能配一块与原来一样大小的三角形？应该带(　　)

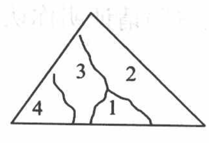


图 2－8

A. 第 1 块　　B. 第 2 块

C. 第 3 块　　D. 第 4 块

2. 如图 2－9 所示，CB，CD 分别是钝角△AEC 和锐角△ABC 的中线，且 AC＝AB，给出下列结论：①AE＝

$2AC$；②$CE=2CD$；③$\angle ACD=\angle BCE$；④CB 平分$\angle DCE$，请写出正确结论的序号______.（注：将你认为正确的结论序号都填上）

3. 如图 2—10 所示，$\angle B=\angle C$，要使$\triangle ABE\cong\triangle ACD$，应添加的条件是______（添加一个条件即可）

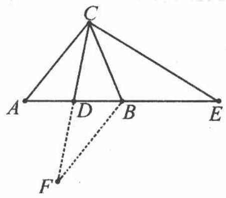


图 2—9

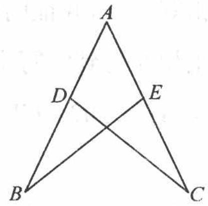


图 2—10

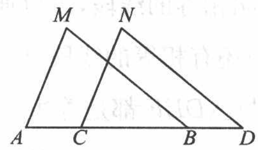


图 2—11

4. 如图 2—11 所示，已知 $MB=ND$，$\angle MBA=\angle NDC$，下列哪个条件不能判定$\triangle ABM\cong\triangle CDN$.（　　）

A. $\angle M=\angle N$　　B. $AB=CD$　　C. $AM=CN$　　D. $AM\parallel CN$

5. 如图 2—12，$\triangle ABC\cong\triangle AEF$，$AB=AE$，$\angle B=\angle E$，则对于结论：①$AC=AF$，②$\angle FAB=\angle EAB$，③$EF=BC$，④$\angle EAB=\angle FAC$，其中正确结论的个数是（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

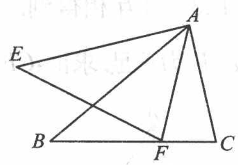


图 2—12

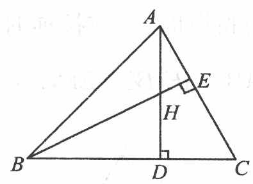


图 2—13

6.（2008·鄂州市）如图 2—13，已知$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=45°$，$AC=4$，H 是高 AD 和 BE 的交点，则线段 BH 的长度为（　　）.

A. $\sqrt{6}$　　B. 4　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 5

能力展示

7. 如图 2—14，$\triangle ABC$ 中，E、F 分别是 AB、AC 上的点. ① AD 平分$\angle BAC$；② $DE\perp AB$，$DF\perp AC$；③ $AD\perp EF$. 以此三个中的两个为条件，另一个为结论，可构成三个命题，即：

①②⇒③，①③⇒②，②③⇒①.

（1）试判断上述三个命题是否正确（直接作答）；

（2）请证明你认为正确的命题.

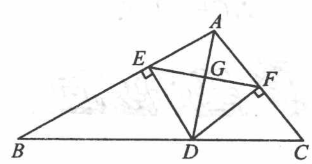


图 2—14

8. 已知如图 2—15，$AB=CD$，$AD=BC$，求证：$\angle A=\angle C$.

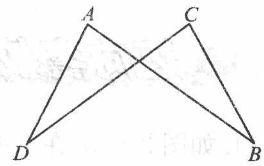


图 2—15

9. 如图 2—16，在正方形 $ABCD$ 中，E 为 CD 边上一点，F 为 BC 延长线上一点，且 $CE=CF$.

①求证：$\triangle BCE\cong\triangle DCF$.

②若 $\angle BEC=60°$，求 $\angle EFD$ 的度数.

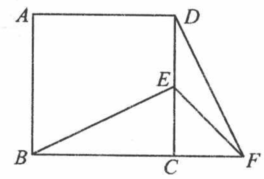


图 2—16

10. (2008 · 河南)复习“全等三角形”的知识时，老师布置了一道作业题：

“如图 2—17①，已知，在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，P 是$\triangle ABC$ 中内任意一点，将 AP 绕点 A 顺时针旋转至 AQ，使$\angle QAP=\angle BAC$，连结 BQ、CP 则 $BQ=CP$.”

小亮是个爱动脑筋的学生，他通过对图 2—17①的分析，证明了$\triangle ABQ\cong\triangle ACP$，从而证得 $BQ=CP$. 之后，他将点 P 移到等腰三角形 ABC 外，原题中其它条件不变，发现“$BQ=CP$”仍然成立，请你就图 2—17②给出证明.

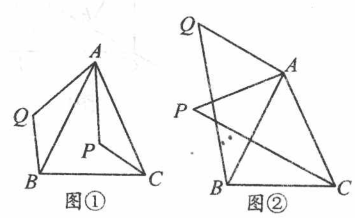


图 2—17

迈向名校

11. 如图 2－18，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，直线MN经过点C，且$AD\perp MN$于D，$BE\perp MN$于E.

(1)当直线MN绕点C旋转到图 1 的位置时，求证：①$\triangle ADC\cong\triangle CEB$；②$DE=AD+BE$；

(2)当直线MN绕点C旋转到图 2 的位置时，求证：$DE=AD-BE$；

(3)当直线MN绕点C旋转到图 3 的位置时，试问DE、AD、BE具有怎样的等量关系？请写出这个等量关系，并加以证明.

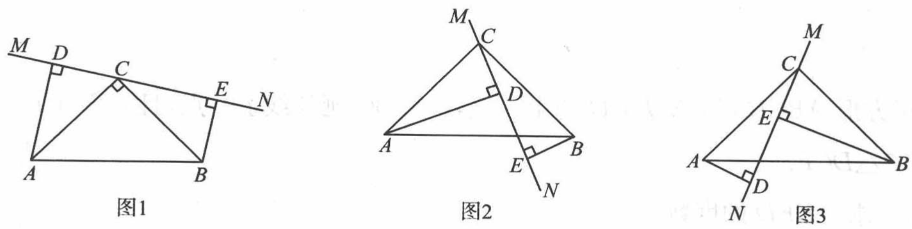


图 2－18

12. 如图 2－19，CD是经过$\angle BCA$顶点C的一条直线，$CA=CB$. E，F分别是直线CD上两点，且$\angle BEC=\angle CFA=\angle\alpha$.

(1)若直线CD经过$\angle BCA$的内部，且E，F在射线CD上，请解决下面两个问题：

①如图 1，若$\angle BCA=90°$，$\angle\alpha=90°$，则BE ______ CF；EF ______ $|BE-AF|$(填"$>$"，"$<$"或"$=$")；

②如图 2，若$0°<\angle BCA<180°$，请添加一个关于$\angle\alpha$与$\angle BCA$关系的条件 ________，使①中的两个结论仍然成立，并证明两个结论成立.

(2)如图 3，若直线CD经过$\angle BCA$的外部，$\angle\alpha=\angle BCA$，请提出EF、BE、AF三条线段数量关系的合理猜想(不要求证明).

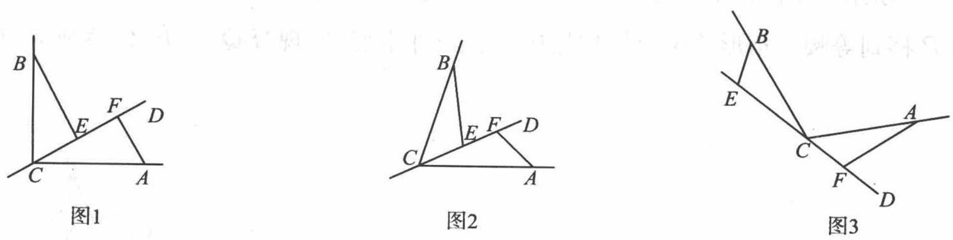


图 2－19

第3讲 与角的平分线、中线有关的辅助线

知识解读

1. 角平分线上的点到角两边的距离相等.
2. 到角两边距离相等的点在角平分线上.
3. 延长中线或过中点的线段一倍长是常用的辅助线.

培优例题

一、已知角平分线，利用轴对称构造全等三角形.

例1 已知：如图3－1，$\triangle ABC$中，D是BC的中点，$\angle 1=\angle 2$，求证：$AB=AC$.

分析：此题看起来简单，其实不然. 题中虽然有三个条件（$\angle 1=\angle 2$，$BD=CD$，$AD=AD$），但无法证明$\triangle ABD\cong ACD$. 因此一定要找到别的角相等才能证明这两个三角形全等，于是要利用角平分线来构造两个全等的三角形.

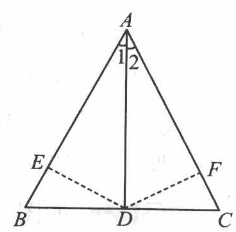


图3－1

证明：作$DE\perp AB$于E，$DF\perp AC$于F

$\because \angle 1=\angle 2$，

$\therefore DE=DF$（角平分线上的点到角的两边的距离相等）

$\because D$是BC的中点

$\therefore BD=CD$

$\because DE\perp AB$于E，$DF\perp AC$于F

$\therefore \angle BED=90^\circ$，$\angle CFD=90^\circ$

在$Rt\triangle BDE$和$Rt\triangle CDF$中

$\begin{cases} BD=CD \\ DE=DF \end{cases}$

$\therefore Rt\triangle BDE\cong Rt\triangle CDF(HL)$

$\therefore BE=CF$

同理可证$AE=AF$.

$\therefore AE+BE=AF+CF$，即$AB=AC$

例2 如图3－2，在四边形$ABCD$中，对角线AC平分$\angle BAD$，$AB>AD$，下列结论中正确的是（　　）

A. $AB-AD>CB-CD$

B. $AB-AD=CB-CD$

C. $AB-AD<CB-CD$

D. $AB-AD$与$CB-CD$的大小关系不确定

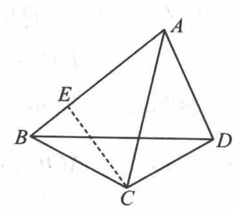


图3－2

解：因为AC平分$\angle BAD$，以AC为对称轴作$\triangle ACD$的对称图形$\triangle ACE$，则$AB-AD=AB-AE=BE>CB-CE=CB-CD$. 故选A.

例3 $\triangle ABC$的周长为41 cm，边$BC=17$ cm，角平分线AD将$\triangle ABC$分为面积比为3∶5的两部分，且$AB<AC$，求AB，AC.（图3—3）

分析：设$AB=x$，$AC=y$，则有$x+y+17=41$，而$S_{\triangle ABD}:S_{\triangle ADC}=3:5$，此条件不好利用，故考虑$AD$为角平分线，它到两边的距离相等，即$\triangle ABD$中$AB$边上的高与$\triangle ADC$中$AC$边上的高相等，从而求出$x:y$，进而求出$x$，$y$.

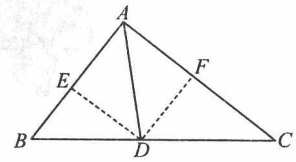


图3—3

解：设$AB=x$cm，$AC=y$cm，作$DE\perp AB$于E，$DF\perp AC$于F.

$\because AD$为角平分线，$\therefore DE=DF$

$\because AB<AC$，$\because S_{\triangle ABD}:S_{\triangle ADC}=(\frac{1}{2}DE\cdot AB):(\frac{1}{2}DF\cdot AC)=AB:AC=3:5$

$\therefore x+y+17=41\quad x:y=3:5\quad (x<y)$

$\therefore x=9$，$y=15$　即$AB=9$ cm，$AC=15$ cm.

二、已知三角形的中线，通常把中线延长一倍，构造全等三角形.

例4 已知：在$\triangle ABC$中，$AB=8$，$AC=6$，若AD是BC边上的中线，求AD的取值范围（图3—4）.

解：延长AD至E，使$AD=DE$，连接CE

在$\triangle BDA$和$\triangle CDE$中$\begin{cases}AD=DE\\ \angle BDA=\angle CDE\\ BD=CD\end{cases}$

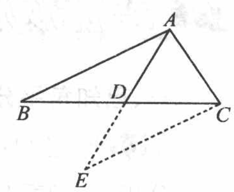


图3—4

$\therefore \triangle BDA\cong\triangle CDE$

$\therefore AB=CE=8$

在$\triangle ACE$中，$CE-AC<AE<AC+CE$

即　$2<2AD<14$　$\therefore 1<AD<7$

例5 如图3—5所示，已知：$\triangle ABC$中，D是BC的中点，$DE\perp DF$.

求证：$BE+CF>EF$.

提示：延长ED到G，使$DG=DE$，连结GC和GF，

证$\triangle BED\cong\triangle CGD$，$\triangle EFD\cong\triangle GFD$　得$EF=GF$，$BE=CG$.

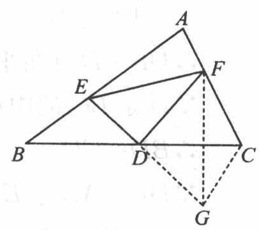


图3—5

基础巩固

1. 判断

（1）P为$\angle AOB$内一点，C在OA上，D在OB上，若$PC=PD$，则OP平分$\angle AOB$.（　　）

（2）到角两边距离不相等的一点一定不在角平分线上.（　　）

（3）三角形三条角平分线交于一点，且这一点到三顶点的距离相等.（　　）

2. 角平分线是到角的两边______相等的所有点的______.

3. 三角形三内角平分线______，该点到三边的距离______.

4. P在$\angle MON$的角平分线上，$PA\perp OM$于A，$PB\perp ON$于B，$PA+PB=12$，则$PA=$______，$PB=$______.

5. 如图3—6所示，$AD/\!/BC$，$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，$AD=4$，$BC=2$，那么$AB=$______.

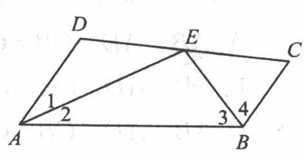


图3—6

6. P、Q为$\angle AOB$内两点，且$\angle AOP=\angle POQ=\angle QOB=\frac{1}{3}\angle AOB$，$PM\perp OA$于$M$，$QN\perp OB$于$N$，$PQ\perp OP$，则下面结论正确的是（　　）

A. $PM>QM$　　B. $PM=QN$　　C. $PM<QN$　　D. $PM=PQ$