

高等学校教材

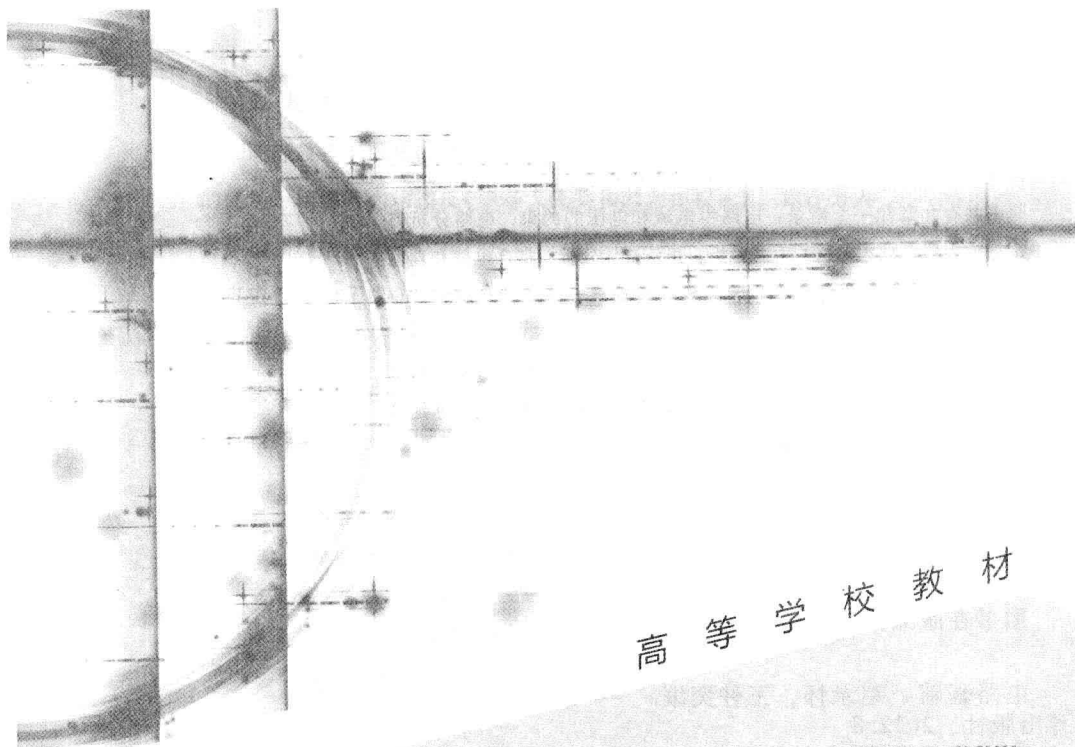
电路基础

Fundamentals of Electric Circuits

赵录怀 王仲奕



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



高等学校教材

DIANLU JICHU

电路基础

Fundamentals of Electric Circuits

赵录怀 王仲奕



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS · BEIJING

内容简介

全书共有九章和一个附录：电路中电流和电压的约束，电路分析方法，运算放大器，动态电路的瞬态分析，正弦交流分析，耦合电感和理想变压器，频率特性，非线性电路简介，均匀传输线和电路分析软件 Tina 简介。书后附有部分习题参考答案。

本书选材注重工程实用，体系编排符合认知规律，理论和方法以自然的逻辑推理演绎，重视物理意义的阐述。编写的例题和习题具有可延伸性，注重培养学生分析问题和解决问题的能力。

图书在版编目 (C I P) 数据

电路基础 / 赵录怀, 王仲奕编. -- 北京: 高等教育出版社, 2012. 8
ISBN 978 - 7 - 04 - 035671 - 7

I. ①电… II. ①赵… ②王… III. ①电路理论 - 高等学校 - 教材 IV. ①TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 159694 号

策划编辑 曲文利 责任编辑 曲文利 封面设计 李卫青 版式设计 余 杨
插图绘制 于 博 责任校对 殷 然 责任印制 刘思涵

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 北京明月印务有限责任公司
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 18
字 数 400 千字
购书热线 010 - 58581118

咨询电话 400 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2012 年 8 月第 1 版
印 次 2012 年 8 月第 1 次印刷
定 价 26.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究
物 料 号 35671 - 00

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

前 言

目前,我国多数高等学校的电路课程按电气信息类平台课程设置,本着“保证基础、利于教学”的原则,本书精心选材和组织内容,力图用比较少的篇幅使学生掌握电路分析的基本概念、基本理论和基本方法,为后续电类课程的学习奠定所需要的基础。

1. 本书按理论联系工程实际的教学理念,并充分考虑计算机工具软件的发展水平和本科人才培养的需要选材,所编写内容能够满足后续相关课程的基本需要。

2. 书中编排有比较多的工程应用实例,以提高学生的学习兴趣。每章在基本习题基础上还编写了一些扩展题,对学有余力的学生能够起到开阔视野和深化理解基本内容的作用。

3. 考虑到计算机在电气和电子工程中的应用日益重要,为使学生在本课程学习阶段就能够掌握一种工程应用软件的使用,本书简要给出了电路分析软件 Tina 的使用,利用它可有效地辅助课程内容的学习。

4. 书中打“*”的内容可根据教学需要灵活取舍,第4章动态电路的瞬态分析也可在第7章之后讲授,第9章均匀传输线内容主要供不开设工程电磁场课程的专业选用。

本书第1章至第7章由西安交通大学城市学院赵录怀编写,第8章和第9章由西安交通大学王仲奕编写,附录由西安交通大学城市学院张艳肖编写。本书第5、6章内容基于高等教育出版社出版的《工程电路分析》中刘正兴教授编写部分改编而成。

西北工业大学段哲民教授和江南大学燕庆明教授仔细审阅了本书初稿,提出了不少宝贵修改意见,作者表示衷心感谢。

限于编者的知识和水平,书中定有不少疏漏之处,敬请读者批评指正。

编者

2012年2月

目 录

第 1 章 电路中电流和电压的约束	1	习题 4	105
1.1 电流和电压	1	第 5 章 正弦交流分析	112
1.2 功率	3	5.1 正弦稳态的概念	112
1.3 电阻元件	5	5.2 相量	113
1.4 电容元件	6	5.3 电流和电压约束的相量形式	117
1.5 电感元件	9	5.4 正弦交流分析	122
1.6 电压源和电流源	11	5.5 交流负载的功率	128
1.7 受控源	15	5.6 三相电路	134
1.8 基尔霍夫定律	16	5.7 星形、三角形负载的 等效变换	136
习题 1	23	5.8 三相电路的计算	138
第 2 章 电路分析方法	27	5.9 三相负载的功率	142
2.1 电阻的串联和并联	27	习题 5	144
2.2 电源的等效变换	30	第 6 章 耦合电感和理想变压器	151
2.3 回路电流法*	33	6.1 耦合电感	151
2.4 结点电压法	37	6.2 耦合电感的去耦等效	154
2.5 叠加定理	42	6.3 理想变压器	159
2.6 戴维宁定理和诺顿定理	44	习题 6	162
2.7 有受控源电路的分析	51	第 7 章 频率特性	166
习题 2	56	7.1 电路中的谐振	166
第 3 章 运算放大器	68	7.2 一阶电路的频率特性	171
3.1 理想运算放大器	68	7.3 二阶电路的频率特性	178
3.2 基本运算电路	70	7.4 傅里叶级数	184
3.3 积分器	75	7.5 频谱、有效值	189
3.4 运算放大器的非线性应用*	75	7.6 傅里叶级数的指数形式*	192
习题 3	77	7.7 非正弦周期电流电路的分析	194
第 4 章 动态电路的瞬态分析	82	习题 7	197
4.1 一阶 RC 电路的瞬态	82	第 8 章 非线性电路简介	203
4.2 单位阶跃响应	89	8.1 非线性电路元件	203
4.3 振荡电路简介*	92	8.2 非线性电路的方程分析	206
4.4 一阶 RL 电路的瞬态	95	8.3 非线性电路的图解分析	208
4.5 二阶电路的瞬态	98		

8.4 非线性电路的分段线性分析	211	传播特性	237
8.5 非线性电路的小信号分析	215	9.6 无损耗传输线中的波过程	245
习题8	221	习题9	253
第9章 均匀传输线	225	附录 电路分析软件 Tina 简介	256
9.1 分布参数电路	225	A.1 概述	256
9.2 均匀传输线及其方程	227	A.2 直流分析	259
9.3 均匀传输线方程的正弦 稳态解	229	A.3 瞬态分析	264
9.4 均匀传输线的参数	233	A.4 交流分析	268
9.5 无损耗传输线的正弦稳态		部分习题参考答案	271
		参考书目	279

电路中电流和电压的约束

电路(electric circuits)是电器件连接成的系统。实际电路各种各样,功能各不相同。电力系统的主要功能是能量的远距离传输和分配,这类电路侧重于电能的生产、传输、变换和处理。在自动控制、通信、电视、计算机等的电路中,人们着重关注的是携带信息的信号(电荷、电流、电压等物理量),电路的主要作用是把外部输入信号“处理”为所需要的输出信号,从输入信号中提取有用信息,这类电路侧重于信息的存储、传输、变换和处理。

本课程所讨论的电路由理想电路元件组成,是实际电路数学模型的一种图形表示。电路中的电流和电压遵从两类约束:元件约束和拓扑约束。元件约束由电路元件所定义,拓扑约束取决于电路中各个元件的连接结构,与具体元件无关,由基尔霍夫定律给出。

本课程的主要目标是介绍电路的基本概念、基本理论和基本分析方法,在电路模型给定时,使读者能够运用恰当的方法求得电压、电流等电路变量,为电气工程、电子信息工程、自动化、测控技术与仪器等领域中各种实用电路的建模、分析与设计奠定必要的理论基础。

1.1 电流和电压

电流(current)是描述带电粒子定向运动流量和流向的宏观物理量,一段导体中流动的电荷是带负电的自由电子,电流的方向习惯上指自由电子流动的反方向,即假想正电荷的流动方向。图 1-1 所示为电路中的一条电流路径 a-b,设在 dt 时间间隔内,沿箭头方向净电荷的流量为 dq ,该方向下电流 $i(t)$ 定义为

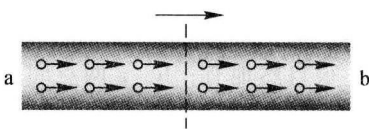


图 1-1 路径中的电流

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

式中,时间 t 的单位是 s(秒);电荷 q 的单位是 C(库[仑]);电流 $i(t)$ 的单位是 A(安[培]), $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ 。

严格讲,电荷 q 是离散量,它是基本电荷(一个电子所带电荷)的整数倍,因而不能进行求导运算。但由于电路中电荷 q 的实际数值远远大于基本电荷,因而电荷 q 可近似地看成连续量。电荷 q 是代数量,用正、负值分别表示正电荷和负电荷。

电流 $i(t)$ 也是代数量,在一条路径上为它指定的一个方向称为 $i(t)$ 的参考方向(reference direction)或称为正方向,用箭头表示,在时刻 t , $i(t)$ 值的正、负号反映了电荷的流动方向。按式(1-1),若正电荷的流动方向沿电流的参考方向流动,则 q 随 t 增加,故电流 $i(t) > 0$;若

正电荷的流动方向与电流的参考方向相反, 则 q 随 t 减少, 故电流 $i(t) < 0$, 如图 1-2 所示。

在一条路径上, 正电荷的实际流动方向与电流参考方向的选取无关, 电流的参考方向可以任意指定。只有明确给定电流的参考方向, 电流 $i(t)$ 的函数表示才有实际意义, 故而在书写某一电流的表达式时, 必须先行在电路图中标出其参考方向。电流的参考方向一旦指定后, 就不能再对其进行改变, 否则势必造成有关数学式表示意义上的混乱。

对理想电路元件, 总是假设其内部不能积累净电荷, 在任一时刻, 从一个端子流入的电流一定等于从另一个端子流出的电流, 因而, 电流的参考方向只需在一个端子上标记, 如图 1-3 所示(图中方框表示电路元件)。

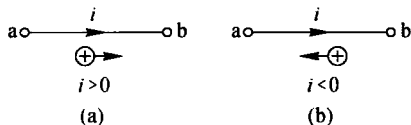


图 1-2 电流的参考方向

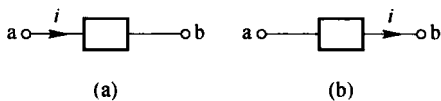


图 1-3 二端元件电流的表示

伴随电荷的流动, 电路元件吸收或发出能量。图 1-4 所示元件中, 设在 dt 时间内, 从 a 到 b 流动的电荷量为 dq , 元件吸收的能量为 dW , dW 与 dq 之比定义为 a 、 b 两点之间的电压 (voltage), 用 $u_{ab}(t)$ 表示^①, 即

$$u_{ab}(t) = \frac{dW}{dq} \quad (1-2)$$

式中, 能量 W 的单位是 J(焦[耳]); 电压 $u_{ab}(t)$ 的单位是 V(伏[特]), $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$ 。

在电路图中, 用一对“+、-”号表示电压的极性, 如图 1-4 中所示。与电流一样, 电压也为代数量, 在 t 时刻, 当正电荷从 a 到 b 流动时, 若元件吸收能量, 电压 $u_{ab}(t)$ 大于零; 若元件发出能量(吸收的能量为负), 电压 $u_{ab}(t)$ 小于零。

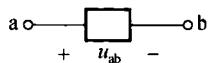


图 1-4 电路元件上的电压

很自然地有: b 、 a 两点间的电压 $u_{ba}(t)$ 等于 a 、 b 两点间电压 $u_{ab}(t)$ 的负值, 即

$$u_{ba}(t) = -u_{ab}(t)$$

如图 1-5 中所示。如无特殊约定, 在给出某一电压表达式时, 必须在电路图中明确标出其参考极性。

有时, 电压的参考极性也用箭头表示, 习惯上箭头从参考正极指向负极。图 1-6 所示两种表示的含义相同, 故把电压的参考极性也说成电压的参考方向。

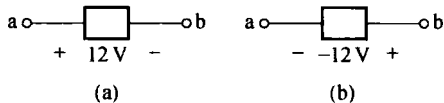


图 1-5 元件上的电压

不随时间变化的电流和电压称为直流(DC), 常用大写符号 I 和 U 表示, 按正弦规律变化的电压或电流, 统称为正弦量(sinusoidal quantity)或(正弦)交流(AC)。

^① 部分英文教材中电压用 $v(t)$ 表示。

工程中，电流、电压等电气量的取值范围非常宽，如电力系统的电压等级已达 10^6V (1 000 kV)，而信号检测中的电压可小于 10^{-6}V 。在国际单位制(SI)中，用一些规定的词头代表比例因子，电路中常用的一些词头见表 1-1，例如

$$1 \mu\text{A} = 10^{-6} \text{A}$$

$$10^6\text{V} = 1\,000 \text{kV} = 1 \text{MV}$$

读者在书写时注意：表示物理量的符号用斜体，而物理量的度量单位及其词头均使用正体表示；在最终计算结果中，一定要给出有关物理量的度量单位，这是一个工程技术人员应该有的一个良好习惯。

表 1-1 SI 词 头

比例因子	名称	符号
10^9	giga, 吉	G
10^6	mega, 兆	M
10^3	kilo, 千	k
10^{-3}	milli, 毫	m
10^{-6}	micro, 微	μ
10^{-9}	nano, 纳	n
10^{-12}	pico, 皮	p

1.2 功 率

电气设备正常工作时除要考虑电压和电流外，也常要考虑电功率。例如，一个实际电阻器在电路中要求它的功率不能超过其上限值。功率(power)定义为能量随时间的变化率，即

$$p(t) = \frac{dW}{dt} \quad (1-3)$$

式中，功率 $p(t)$ 的单位是 W(瓦[特])， $1 \text{W} = 1 \text{J/s}$ 。

若用方框表示二端电路^①，如图 1-7 所示。二端电路 N 可能仅仅是一个元件，也可能是非常复杂的电路，在任一时刻，N 内部不能积累静电荷，从端子 a 流入 N 的电流一定等于从端子 b 流出的电流。设在 dt 时间内端子中电荷的流量为 dq ，采用链式求导法则，式(1-3)也可写为

$$p(t) = \frac{dW}{dq} \cdot \frac{dq}{dt}$$

① 即子电路，习惯上称为(电)网络(network)。

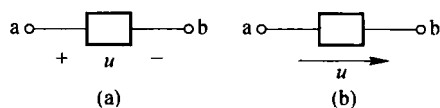


图 1-6 电压的参考方向

由式(1-1)和式(1-2), 得

$$p(t) = u(t)i(t) \quad (1-4)$$

图1-7中, 电流 $i(t)$ 从电压 $u(t)$ 的正端流入二端电路N, 由电压的定义可知N吸收能量, 故按式(1-4)求得的 $p(t)$ 表示N吸收的功率。相反, 若电流 $i(t)$ 从电压 $u(t)$ 的负端流入N, 则按式(1-4)求得的 $p(t)$ 表示N发出的功率, 即N吸收的功率为 $-u(t)i(t)$ 。

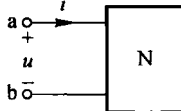


图1-7 二端电路

例1-1 求图1-8所示两个元件各自吸收的功率。

解: 图1-8(a)中1 A电流从2 V电压的正端流入, 故元件吸收的功率 $p(t)$ 为

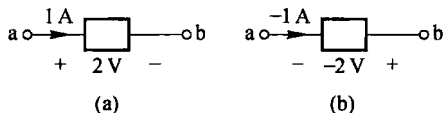


图1-8 例1-1图

$$p(t) = u(t)i(t) = 2 \times 1 \text{ W} = 2 \text{ W}$$

图1-8(b)中元件吸收的功率 $p(t)$ 为

$$p(t) = -u(t)i(t) = -(-2)(-1) \text{ W} = -2 \text{ W}$$

或者说该元件发出的功率为+2 W。

由 $p(t) = u(t)i(t)$ 所计算出的功率表示吸收还是发出, 与 $u(t)$ 和 $i(t)$ 所取的参考方向密切相关, 要特别注意。另一方面, 由于参考方向是一种假设, 所以, 所计算的功率也是一种假设, 功率数值也可能为负值。

当元件吸收的功率 $p(t)$ 已知时, 据式(1-3), 元件在区间 (t_0, t_1) 内吸收的能量 W 为

$$W = \int_{t_0}^{t_1} p(t) dt \quad (1-5)$$

电气工程中, 一个负载的用电量常常用 $\text{kW} \cdot \text{h}$ (千瓦时)表示, 工程上常称为度, 它相当于1 kW的电阻负载工作1 h所消耗的能量。

电路不能违背能量守恒定律。在任一时间区间内, 电路中各元件能量的代数和等于零。由于功率是能量的变化率, 故在任一时刻, 电路中各元件功率的代数和等于零, 这一结论称为功率平衡定律, 可表示为

$$\sum p = 0$$

设图1-7所示二端电路N内共有 B 个元件, 第 k 个元件的吸收的功率为 p_k , 根据功率平衡定律, 该二端电路吸收的总功率 ui 等于

$$ui = \sum_{k=1}^B p_k$$

例1-2 某一负载上的电压和电流如图1-9所示, 绘出该负载所吸收功率的曲线, 并求该负载在 $(0, \infty)$ 区间所吸收的能量。

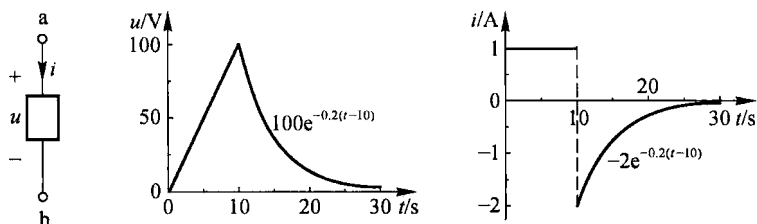


图 1-9 负载上的电压和电流

解：负载吸收的功率为

$$p(t) = 10t \times 1 \text{ W} = 10t \text{ W} \quad (0 < t < 10 \text{ s})$$

$$p(t) = 100 e^{-0.2(t-10)} [-2e^{-0.2(t-10)}] \text{ W} = -200e^{-0.4(t-10)} \text{ W} \quad (t > 10 \text{ s})$$

功率 $p(t)$ 的曲线如图 1-10 所示。

利用式(1-5)对图 1-10 分段积分, 有

$$\int_0^{10} p(t) dt = \int_0^{10} 10t dt = 500 \text{ J}$$

$$\int_{10}^{\infty} p(t) dt = \int_{10}^{\infty} -200e^{-0.4(t-10)} dt = -500 \text{ J}$$

则负载在 $(0, \infty)$ 区间所吸收的能量为

$$W = (500 - 500) \text{ J} = 0 \text{ J}$$

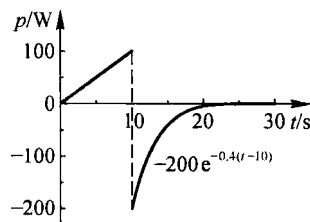


图 1-10 功率曲线

1.3 电阻元件

电器件(device, component)的种类很多。电阻器主要用于分压或分流, 在电路中要消耗一定的电能; 电容器能够储存电场能量, 在电子电路中常常用于隔断直流电流和抑制电压的变化; 电感线圈能够储存磁场能量, 具有抑制电流变化的功能; 变压器依靠两个线圈的磁耦合作用传递电能和信号, 具有电压隔离和变换的功能; 二极管使电流只能单向流动; 晶体管主要起信号放大或开关作用。

尽管电器件的种类非常多, 但它们都可用下列元件(element)组成的电路表示, 它们是: 电阻、电容、电感、电压源、电流源和受控源。线性电阻元件的电压-电流关系(Voltage Current Relationship, VCR)为线性代数关系, 线性电容、线性电感元件的 VCR 是积分、微分关系, 电压源的电压和电流源的电流均与负载大小无关。实际电器件的特性在严格意义上非常复杂, 但总可以用由理想电路元件组成的电路模型(model)逼近。

线性电阻元件(resistor)的图形符号如图 1-11(a)所示, 在参考方向下, 当电流 $i(t)$ 从电压 $u(t)$ 的正极流入时, 其数学关系式为

$$u(t) = Ri(t) \quad (1-6)$$

式中, $R \geq 0$, R 称为电阻(resistance), 单位是 Ω (欧[姆]), $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ 。式(1-6)给出的关

系称为欧姆定律。

令 $G = \frac{1}{R}$, 式(1-6)也可表示成

$$i(t) = Gu(t) \quad (1-7)$$

式中, G 称为电导 (conductance), 单位是 S (西 [门子])。电阻元件的电流与电导 G 成正比。市售电阻器给定的标称值均为电阻 R , 如 100Ω 、 $1 \text{ k}\Omega$, 但在电路分析中, 使用电导更为方便。

线性电阻元件的电压 - 电流特性 (伏安特性) 是过原点的直线, 且与波形无关, 直线的斜率等于 $G = 1/R$, 如图 1-11(b) 所示。电阻 R 越大, 在相同电压下的电流就越小, 该电阻阻止电流的能力就越强。

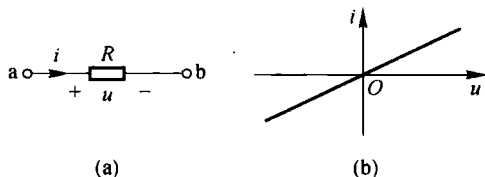


图 1-11 线性电阻元件及其特性

在书写电阻元件的电压 - 电流关系式时, 一定要注意所取的参考方向。当电流 $i(t)$ 从电压 $u(t)$ 的负端流入 (参见图 1-12) 时, 正确的关系式为

$$u(t) = -Ri(t)$$

注意: 在这种参考方向下, 上式中的负号不能漏写, 否则, 会导致完全错误的计算结果。

如无特别指出, “电阻” 及符号 R 常指线性电阻元件或其电阻值。

电阻元件吸收的功率为

$$p(t) = u(t)i(t) = Ri^2(t) = Gu^2(t) \quad (1-8)$$

由于实际电阻器的电阻 R 不小于零, 故实际电阻器只能吸收功率, 不会发出功率。

实际使用中, 电阻器除给出电阻值外, 还给出功率的上限值, 如 $1/8 \text{ W}$ 、 $1/4 \text{ W}$ 、 $1/2 \text{ W}$ 、 1 W 、 2 W 等。在搭建实际电路时, 为避免烧毁电阻器, 应选用具有一定功率余度的电阻器。

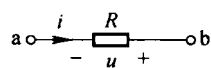


图 1-12 另一形式的参考方向

1.4 电容元件

平行板电容器 (capacitor) 如图 1-13 所示, 若电容器两个极板上聚集了数值相等的异性电荷, 则极板间就建立起电场。由电磁知识, 电场强度 E 为

$$E = \frac{q}{\epsilon A}$$

式中, q 表示正极板上的电荷; ε 表示极板间电解质的介电常数; A 表示极板的面积。

两个极板间的电压 u_c 为

$$u_c = El$$

则 q 与 u_c 的关系为

$$q = \varepsilon \frac{A}{l} u_c$$

上式中 u_c 前的系数称为平行板电容器的电容, 用 C 表示, 即

$$C = \varepsilon \frac{A}{l} \quad (1-9)$$

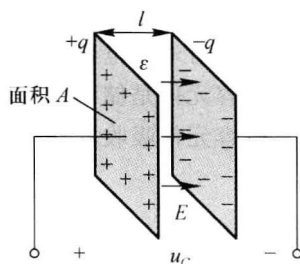


图 1-13 平行板电容器

电容元件用图 1-14 所示的图形符号表示, 其特性用电荷 q 和电压 u_c 描述, 对线性电容元件有

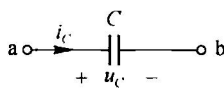
$$q = Cu_c \quad (1-10)$$

比例系数 C 称为电容 (capacitance), 单位是 F (法 [拉]), $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$ 。实际中, 电容的单位常常用 μF 或 pF 表示。

在忽略电介质实际损耗的情况下, 电流 i_c 为

$$i_c = \frac{dq}{dt} \quad (1-11)$$

图 1-14 电容元件的图形符号



利用式(1-11)和式(1-10)得电流与电压之间的关系为

$$i_c = \frac{dCu_c}{dt}$$

由于 C 为恒定值, 故

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} \quad (1-12)$$

式(1-12)是电容元件 VCR 的微分形式, 电流正比于电压的变化率, 当电压不随时间变化时, 电流为零, 故电容在恒定电压作用时等同于开路, 这就是通常所说的“隔直”作用。当电压发生剧变时, 电流很大。

对式(1-12)两端在 (t_0, t) 区间积分, 有

$$\int_{t_0}^t i_c(\tau) d\tau = C[u_c(t) - u_c(t_0)]$$

即

$$u_c(t) = u_c(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c(\tau) d\tau \quad (1-13)$$

式(1-13)为电容元件 VCR 的积分形式, 可见, t 时刻的电容电压 $u_c(t)$ 与 (t_0, t) 内的电流和起点 t_0 时刻的电压 $u_c(t_0)$ 有关, 这与电阻元件的即时特性(任意时刻电压只与该时刻的电流有关)不同。

若 $t > t_0$ 时的电流恒为零, 则 $t > t_0$ 时 $u_c(t) = u_c(t_0)$, 即电容电压将维持 t_0 时刻的电压不变, 因而对理想电容, 当移除所连接的电源后, 电容元件上的电压、电荷和储能均保持不变, 因而电容元件是储存电场能量的元件。

电容元件吸收的功率 $p_c(t)$ 为

$$p_c(t) = u_c i_c = u_c \cdot C \frac{du_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u_c^2 \right)$$

由于电压为零时电容中的储能是零, 故电容储存的电场能量 $W_c(t)$ 为

$$W_c(t) = \frac{1}{2} C u_c^2 \quad (1-14)$$

当电容的电场能量或电压的绝对值增加时, 电容被充电; 当电场能量或电压的绝对值减小时, 电容对外放电。

式(1-13)也表明, 若电流是有界的(有限值), 则无论电流 $i_c(t)$ 是否存在间断点, 电压 $u_c(t)$ 均为时间的连续函数, 即电容电压和电场能量不能突变。对实际电路, 由于电流总是有界的, 因而可以说电容元件的电压不会发生突变^①。电容电压连续这一特性在实际中被加以利用。对充分大的电容 C , 式(1-13)右端的时变项很小, 电容上的电压几乎为恒定值。在电子电路中, 为了防止由于干扰而引起的尖峰电压, 常常用电容元件来抑制电压的剧烈变化。

例 1-3 设电容 $C = 1 \mu\text{F}$, $t = 0$ 时的电压 $u_c(0) = 0$, $t > 0$ 时的 $i_c(t)$ 如图 1-15 所示, 求 $t > 0$ 时的电容电压 $u_c(t)$, 并绘出其波形。

解: 电流 $i_c(t)$ 的分段表达式为

$$i_c(t) = \begin{cases} t \text{ A} & (0 \text{ ms} < t < 1 \text{ ms}) \\ 10^{-3} \text{ A} & (1 \text{ ms} < t < 2 \text{ ms}) \\ 0 & (t > 2 \text{ ms}) \end{cases}$$

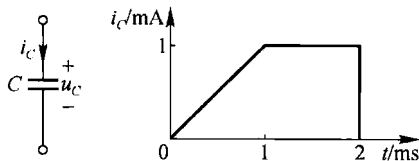


图 1-15 例 1-3 图

当 $0 < t < 1 \text{ ms}$ 时, 电容电压为

$$\begin{aligned} u_c(t) &= u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_c(\tau) d\tau \\ &= 0 + 10^6 \times \int_0^t \tau d\tau \\ &= 0.5 \times 10^6 \times t^2 \text{ V} \end{aligned}$$

在 $t = 1 \text{ ms}$ 处, 电容电压为

$$u_c(1 \text{ ms}) = 0.5 \times 10^6 \times 10^{-3 \times 2} \text{ V} = 0.5 \text{ V}$$

当 $1 \text{ ms} < t < 2 \text{ ms}$ 时, 电容电压为

^① 在电路理论中, 为了简化计算, 在某一无限窄的区间内, 电流也可能被假设成值无限大、但积分为有限值的冲激, 这时电容电压就会突变。

$$\begin{aligned}
 u_c(t) &= u_c(10^{-3}) + \frac{1}{C} \int_{10^{-3}}^t i_c(\tau) d\tau \\
 &= 0.5 + 10^6 \times \int_{10^{-3}}^t 10^{-3} d\tau \\
 &= (10^3 t - 0.5) \text{ V}
 \end{aligned}$$

在 $t = 2 \text{ ms}$ 处, 电容电压为

$$u_c(2 \text{ ms}) = (10^3 \times 2 \times 10^{-3} - 0.5) \text{ V} = 1.5 \text{ V}$$

当 $t > 2 \text{ ms}$ 时, 电容电流为零, 电容电压保持不变, 故

$$u_c(t) = u_c(2 \text{ ms}) = 1.5 \text{ V}$$

注意, 在 $t > 2 \text{ ms}$ 的区间, 尽管电流为零, 但电压维持 $t = 2 \text{ ms}$ 时的电压。电容电压 $u_c(t)$ 的波形如图 1-16 所示。该例证实, 在 $t = 2 \text{ ms}$ 处, 尽管电容电流突变, 但电容电压 $u_c(t)$ 却不会突变。

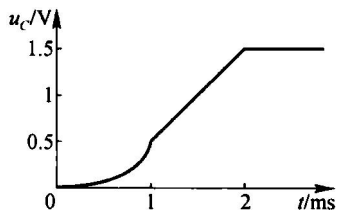


图 1-16 例 1-3 电容电压的波形

实际电容器只能在一定的电压范围内工作, 如果电压过高, 电容器中的电介质就会被击穿, 这时电容器就丧失了储存电荷的作用, 因此, 电容器的技术参数除了电容值外, 还有最大工作电压。

在对实际电路建模时, 导线与导线之间、多端子元件的引脚之间都存在一定的寄生电容, 当这些寄生电容对电路性能的影响不可忽略时, 电路模型中还应该考虑这些寄生电容。

1.5 电感元件

环形电感线圈如图 1-17 所示, 当有电流 i_L 流过线圈时, 由电磁知识可知, 磁心中的磁感应强度 B 为

$$B = \frac{\mu N i_L}{l}$$

式中, μ 表示磁心材料的磁导率; l 表示磁心的长度; N 表示线圈匝数。设磁心的截面积为 A , 则磁心中的磁通 Φ 和磁链 (flux linkage) Ψ 分别为

$$\Phi = BA$$

$$\Psi = N\Phi$$

在国际单位制中, 磁通和磁链的单位均是 Wb (韦 [伯])。

由以上 3 式得 Ψ 与 i_L 间的关系为

$$\Psi = \frac{N^2 \mu A}{l} i_L$$

上式中电流 i_L 前的系数称为环形电感线圈的电感, 用 L 表示, 即

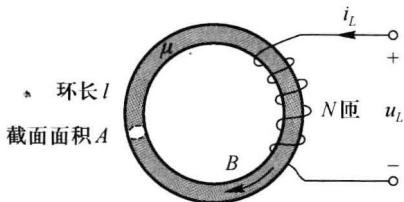


图 1-17 环形电感线圈

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l} \quad (1-15)$$

即电感 L 与 N^2 、 μ 和 A 成正比，与 l 成反比。

电感元件用如图 1-18 所示的图形符号表示，其特性用磁链 Ψ 和电流 i_L 描述，对线性电感元件有

$$\Psi = Li_L \quad (1-16)$$

比例系数 L 称为电感 (inductance)，单位是 H (亨 [利])， $1 \text{ H} = 1 \text{ Wb/A}$ ，实际中使用较多的电感单位还有 μH 和 mH 。

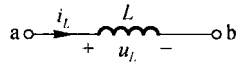


图 1-18 电感元件

在忽略绕线电阻的情况下，根据法拉第电磁感应定律，变化的磁场在线圈两个端子间的感应电压 u_L 为

$$u_L = \frac{d\Psi}{dt} \quad (1-17)$$

式中， u_L 的正极性端是电流 i_L 的流入端。由式 (1-17) 和式 (1-16) 得

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (1-18)$$

式 (1-18) 是电感元件 VCR 的微分形式，电压正比于电流的变化率，当电流发生剧变时，电压很大，实际中可利用这一原理产生比较大的电压。当电流不随时间变化时，电压为零，故电感在恒定电流下等同于短路。

对式 (1-18) 在 (t_0, t) 区间积分，有

$$\int_{t_0}^t u_L(\tau) d\tau = L[i_L(t) - i_L(t_0)]$$

即

$$i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(\tau) d\tau \quad (1-19)$$

式 (1-19) 为电感元件 VCR 的积分形式，可见， t 时刻的电感电流 $i_L(t)$ 与 (t_0, t) 内的电压和起点 t_0 时刻的电流 $i_L(t_0)$ 有关。

若 $t > t_0$ 时的电压为零，则 $i_L(t) = i_L(t_0)$ ，即电感电流将维持 t_0 时刻的不变，因而对理想电感，当对其短路后，电感元件的电流、磁链和储能均保持不变，因而电感是能够储存磁场能量的元件。

电感元件吸收的功率 $p_L(t)$ 为

$$\begin{aligned} p_L(t) &= u_L i_L = L \frac{di_L}{dt} \cdot i_L \\ &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i_L^2 \right) \end{aligned}$$

由于电流为零时电感中不会有磁能，故电感元件储存的磁场能量 $W_L(t)$ 为

$$W_L(t) = \frac{1}{2} L i_L^2 \quad (1-20)$$